4. $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a\dfrac{dy}{dx}+by=k\sin px$

$$
答\quad\begin{cases}
a^2>4b \text{ ナルトキ} \\
\quad y=c_1e^{m_1x}+c_2e^{m_2x}+k\dfrac{(b-p)^2\sin px-ap\cos px}{(b-p^2)^2+a^2p^2} \\
a^2=4b \text{ ナルトキ} \\
\quad y=e^{-\frac{a}{2}x}(c_1+c_2x)+k\dfrac{(b-p^2)\sin px-ap\cos px}{(b+p^2)^2} \\
a^2<4b \text{ ナルトキ} \\
\quad y=c_1e^{-\frac{a}{2}x}\sin\left(\dfrac{\sqrt{4b-a^2}}{2}x+c_2\right)
\end{cases}
$$

$$
+k\frac{(b-p^2)\sin px-ap\cos px}{(b-p^2)^2+a^2p^2}
$$

第八編

圖表學初步

第二十五章

二變數ノ圖表

100. ぐらふ、

一變數ノ函數 $x=\phi(u)$ ハぐらふニヨリソノ關係ガ簡單ニ表示セラレル、最モ一般的ナモノハ直交座標軸ニ依ルぐらふデアルガ實用的ニハ u 及 x 軸上ニ於テ夫々 u 及 x ノ適當ナル單位ノ尺度ヲ定メぐらふヲ出來ルダケ簡單ニスルコトガ必要デアル、

例 1. 攝氏及華氏ノ讀ミ F 及 C ノ關係 $F=\frac{9}{5}C+32$ ヲ圖示セヨ、(第 1 圖 (a))

例 2. 正方形ノ面積 A ト一邊 l トノ關係ヲ圖示セヨ、

(第 2 圖 (a))

第 2 圖 (b) ハ l ノ單位ノ $\frac{1}{5}$ ヲ A ノ單位トシテ作リタルぐらふデアル、

101. 函數尺、

$x=\phi(u)$ ノぐらふヲ考ヘルニ今 u 軸上ニ例ヘバ $u=\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2$

………ナル點ヲトリ，コレ等ノ點ニ於ケル縦線ガ曲線ト交ハル點 P_1, P_2, P_3…… ヨリ u 軸ニ平行線ヲ引キ x 軸ト交ハラシメル、今之等ノ點ニ對應スル u 軸上ノ各點ノ目盛 $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2$…… ヲ施シタルモノヲ函數 $\phi(x)$ ノ函數尺ト云フ、

今 x 軸上ニ於テモトノ尺度ト函數尺トヲ同時ニ附スルトキハコノ二種ノ目盛ニヨリ與ヘラレタ函數關係ガ簡單ニ表示セラレ實用上ノ便利ガ多イ、

問 題

1. 攝氏ト華氏ノ目盛ヲ同時ニ附シタル寒暖計ハ一ツノ函數尺デアル、（第 1 圖 (b)）

2. $x=\frac{1}{u}$ ノ函數尺ヲ作レ、（第 3 圖）

3. 對數尺 $x=\log_{10}u$ ヲ作レ、（第 4 圖）

注意、 計算尺ハ對數尺ヲ基トシテ作ラレタモノデアル、

第二十六章

三變數ノ圖表

102. 三變數間ノ函數關係、

二變數間ノ函數關係ハ前述ノ如クぐらふ又ハ函數尺ニ依ツテ明示セラレル、然ルニ變數ガ三ツノ場合即チ變數ヲ u, v, w トシソノ間ニ存スル函數關係 $f(u, v, w)=0$ 又ハ $w=F(u, v)$ ヲ同樣ノ方針デ取扱ヘバ一ツノ曲面ヲ表ハスコトトナル、$f(u, v, w)=0$ ヲ一ツノ曲面ト見テ取扱フコトハ數學ノ研究ニ於テハ便利デアルガ實用ノ立場カラハソノ取扱ニ窮スルノデアル、圖表學ニ於テハカカル問題ニ對スル工夫ヲ論ズルノデアツテ從來主トシテ次ニ述ベル共點圖表ナルモノガ行ハレタノデアツタガ 1884 年ニどかーにゆ (d'Ocagne) ガ共線圖表ナルモノヲ工夫スルニ及ンデ實用數學上ニ於テ圖表學ノ位置ヲ確立スルニ到ツタノデアル、

103. 共點圖表、

例 1. $w=u,v$ ノ圖示、

互ニ直交スル u 軸及 v 軸ヲトリ

$$u=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$v=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ldots\ldots\ldots$$

ナル縦線及横線ヲ引ク、次ニ $w=c$ (c ハ常數) トスレバ $wv=c$ ト

ナリ之ノ關係ハ u, v 軸ヲ漸近線トスル双曲線ニテ表ハサレル、今 $c=1, 2, 3\ldots\ldots$ ニ對スル双曲線群ヲ描ケバコレガ $w=uv$ ニ對スル圖表デアル、(第 5 圖 (a)) コノ圖表ハカカル問題ヲ最初ニ取扱ツタ佛人ぷーしぇー(Pouchet)ノ作リタル世界最初ノ圖表デアル、

コノ圖表ニ於テ $w=uv$ ナル關係ヲ見ルニハ u, v ノ任意ノ一組ノ値ニ對スル點ヲ過ギル双曲線 $w=c$ ノ値 c ヲ見レバヨイ、

尚コノ圖表ヲ用ヒテ乘除ノ計算ヲ行フコトヲ得、即チ $a\times b$ ヲ求メルタメニハ $u=a$ ナル縱線ト $v=b$ ナル横線トノ交點ヲ過ギル双曲線 $w=c$ ノ數ヲ讀メバソノ値ヲ得、而シテ $u=a$ ト $v=b$ トノ交點ガ丁度圖表ノ双曲線上ニナク $w=c$ ト $w=c+1$ トノ間ニアル場合ニハ目測ニヨル挿入法ニ依リ $w=c+\alpha$ ナル α ヲ判定スル、

次ニ $\frac{c}{a}$ ヲ求メルタメニハ $w=c$ ナル双曲線ト $u=a$ ナル縱線トノ交點ヲ過ギル横線ヲ $v=b$ トスレバ b ガ所要ノ値デアル、

例 2. $w=uv$ ナル關係ヲ直線群デ表スコト、

例 1 ノ方法ニヨレバ $w=uv$ ナル關係ヲ表ハスニ多クノ双曲線ヲ描クコトヲ必要トシコノ圖表ヲ作ル場合ニモ又之ヲ用ユル場合ニモ不便ガ多イ、コノタメニ次ノ如キ方法ヲ用ユ、

$$uv=w$$

ノ兩邊ノ對數ヲ取レバ

$$\log_{10}u+\log_{10}v=\log_{10}w$$

直交スル二軸ヲ x 軸及 y 軸トシ各軸上ニ $x=\log_{10}u$, $y=\log_{10}v$ ナル函數尺(對數尺)ヲ目盛シ各目盛ニ於テ夫々 x 及 y 軸ニ平行ナル直線ヲ作ル、コレハ通常對數方眼紙ト稱セラレルモノデアル、

今 $z=c$ 即チ $x+y=c$ トオケバコレハ二點 $(c, 0)$, $(0, c)$ ヲ結ブ直線ヲ表ハス依ツテ $c=1, 2, 3 \ldots\ldots$ ニ對スル直線群ヲ作レバ $w=uv$ ニ對スル一ツノ圖表ガ得ラレル、(第5圖(b)) コノ圖表ニ於テハ $x=a, y=b, z=c$ ノ各ガソレゾレ互ニ平行ナル直線群ヲ表ハス、故ニ之ヲ製作スルコトモ又使用スルコトモ比較的容易ニシテ且挿入法モ目測デ比較的正確ニ施スコトヲ得、

例 3. 三次方程式 $x^3+px+q=0$ ノ根ヲ求ムル圖表、

$$u=p,\ v=q,\ w=x$$

トオケバ

$$uw+v=-w^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

今縦線 $u=-1, -0.9, \ldots\ldots -0.9, 0+0.1 \ldots\ldots, +1,$

横線 $v=-1, -0.9, \ldots\ldots, -0.1, 0, +0.1, \ldots\ldots +1$ ヲ引ク、

サテ (1) 式ニ於テ $w=c$ トオクト

$$cu+v=-c^3$$

トナリ之ハ uv 平面上ニ於テ一直線ヲ表ハス、カカル直線ヲ作圖スルタメニハカカル直線ハ二點

$$(u=-1,\ v=c-c^3):\ (u+1,\ v=-c-c^3)$$

又ハ

$$\left(v=-1,\ u=\frac{1-c^3}{c}\right)\ \left(v=+1,\ u=\frac{-1-c^3}{c}\right)$$

ニ依リ決定セラレルコトニ注意スレバヨイ、例ヘバ $c=0.3$ トオケバ之ニ對スル直線ハ

$$(u=-1,\ v=0.273)\ (u=1,\ v=-0.327)$$

ナル二點ヲ結ビテ得ラレル、コノ直線ニ $x=0.3$ ト標記スル、

第6圖ハ $x=\ldots\ldots-1.3, -1.2, \ldots\ldots, -0.1, 0, +0.1, +0.2, \ldots$

…＋1·2, ＋1·3, …… ニ相當スル直線ヲ引キテ得タル所要ノ共點圖表デアル、

コノ圖表ニ依リテ

(1) 三次方程式 $x^3+0·6x-0·4=0$ ノ實根ヲ求ムルコト、

第6圖ニ於テ $p=0·6$, $q=-0·4$ ナル二直線ノ交點ヲ過ギル x 直線ハ $0·4<x<0·5$ デアル、依ツテ挿入法ニヨリ $x\fallingdotseq 0·47$ ヲ得、

(2) 第6圖ハ p, q ノ値ガ $-1\leqq p\leqq 1$, $-1\leqq q\leqq 1$ ナル範圍ニ限ラレテ居ル、コノ圖表ヲ用キテ例ヘバ $x^3+x-4=0$ ヲ解クニハ $x=kx'$ トオケバ $x'^3+\frac{1}{k^2}x'-\frac{4}{k^3}=0$ トナル故 $k=2$ トスレバ $x'^3+0·25x'-0·5=0$ 故ニ $x'=0·69$ 從ツテ $x=1·38$

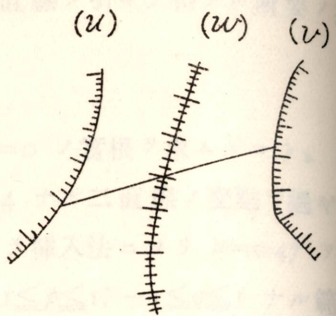
(3) 三次方程式 $z^3+az^2+bz+c=0$ ヲ解クニハ $z=x-\frac{a}{3}$ トオケバ $x^3+px+q=0$ ナル形トナル、

以上ノ各例ニヨリテ明カナル如ク一般ニ共點法ニヨル $f(u, v, w)=0$ ノ圖表トハ u, v ヲ直角座標ニトリ $u=a$, $v=b$, $w=c$ ナル直線及曲線ノ群ヨリナル、圖表ノ製作ヲ容易ナラシメ且挿入法ヲ簡單精密ナラシメルタメニ時トシテ例2ノ如ク特別ノ工夫ヲナスコトモアルガソノ性質上多數ノ線ヲ取扱ハネバナラナイカラソノ製作竝ビニ取扱ガ繁雜デアル、コノ缺點ヲ救フタメニ出來セルガごかーにゆノ創案ニカカル**共線圖表**デアツテコノ創案ニヨリ初メテ實用數學上ニ於ケル圖表學ノ位置ガ確立セラレタノデアル、

104. 共線圖表、

三變數 u, v, w 間ノ關係式 $f(u, v, w)=0$ ノ共線圖表トハ適當ニ目盛セラレタル三ツノ曲線 (u), (v), (w), 即チ三ツノ適當

ナル函數尺ヲ描キ與ヘラレタル關係式 $f(u, v, w)=0$ ヲ滿足スル u, v, w ノ一組ノ値ヲ表ハス三ツノ點ガ常ニ一直線上ニアル如ク作ラレタ圖表デアル、即チ共線圖表ニ於テハ u, v ノ任意ノ値ヲ表ハス二點ヲ結ブ直線ト曲線 (w) トノ交點ノ讀ミガ u, v ニ對應スル w ノ値トナル、



カカル圖表ノ製作ガ u, v, w 間ノ如何ナル關係ニ對シテモ可能デアルカ否カ、コノ問題ノ解決ハ後ニ述ベルコトトスルガ共點圖表ト共線圖表トノ間ニハ次ノ如キ双對的關係ノ存在スルコトハ注意スベキコトデアル、

共點圖表	共線圖表
(i) 一ツノ曲線 $(u=a)$	一ツノ點 $(u=a)$
(ii) 對應スル三ツノ曲線 $(u=a,\ v=b,\ w=c)$ ハ同一點デ交ハル、	對應スル三ツノ點 $(u=a,\ v=b,\ w=c)$ ハ同一直線上ニアル、

共線圖表ハ共點圖表ノ如ク一般的原則ニヨリ之ヲ作製スルコトハ出來ナイ、次ニ二三ノ重用ナル例ニ就キ之ヲ説明ショウ、

105. 共線圖表ノ第一型式、

$$f_1(u)+f_2(v)=f_3(w) \qquad \text{(A)}$$

ココニ $f_1(u), f_2(v), f_3(w)$ ハ夫々 u, v, w ノ函數デアル、

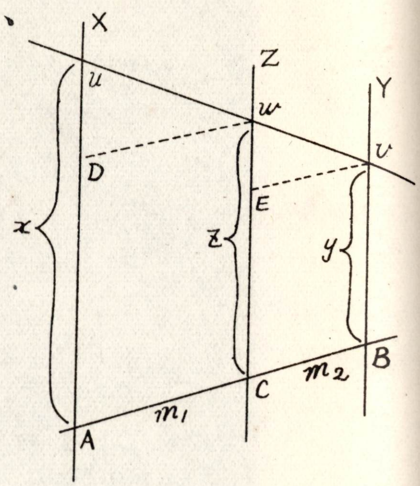
$$f_1(u,)\cdot f_2(v)=f_3(w)$$

ナル關係式モ亦第一型式 (A) ニ歸セラレル、即チ (A′) ニ於テソノ兩邊ノ對數ヲトレバ

$$\log_{10}f_1(u)+\log_{10}f_2(v)=\log_{10}f_3(w)$$

トナリ形式 (A) ニ外ナラナイ、

三變數 u, v, w ノ間ニ (A) ノ如キ關係ガ存在スル時ハ次ノ方法ニヨリソノ共線圖表ヲ作製ス、



今三ツノ平行線 X, Y, Z ヲ引キ, コレラノ直線ニ夫々 A, B, C 點ニテ交ハル割線 ACB ヲ引ク、割線 ACB ヲ基線, A, B, C ヲ基點ト呼ブコトトスル、次ニ任意ニ截線ヲ引キ X, Y, Z 線トノ交點ヲソレゾレ u, v, w トシ且

$$\mathrm{A}u=x,\ \mathrm{B}v=y,\ \mathrm{C}w=z$$

$$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CB}}=\frac{m_1}{m_2}$$

今基線 AB ニ平行ニ wD, vE ヲ引ケバ

$$\triangle u\mathrm{D}w\backsim\triangle w\mathrm{E}v$$

ナル故

$$\frac{x-z}{z-y}=\frac{m_1}{m_2}$$

之ヲ變形シ

$$\frac{x}{m_1}+\frac{y}{m_2}=\frac{z}{\dfrac{m_1m_2}{m_1+m_2}}\qquad\cdots\cdots(1)$$

今
$$\left.\begin{aligned} x&=m_1f_1(u)\\ y&=m_2f_2(v)\\ z&=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}f_3(w)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

トオクト (1) ハ與ヘラレタ關係式 (A) トナル、依ツテ關係式 (A) ノ圖表ヲ作ルニハ直線 AX, BY, CZ 上ニ於テ夫々 $x=m_1f_1(w)$, $y=m_2f_2(v)$, $z=\dfrac{m_1m_2}{m_1+m_2}f_3(w)$ ナル函數尺ヲ作レバヨイ、但シ基線 A, B, C ニ相當スル u, v, w ノ値ヲ u_0, v_0, w_0 トスレバ

$$f_1(u_0)+f_2(v_0)=f_3(w_0)$$

ナル如クセネバナラナイ、

例 1. $uv=w$ ノ圖表、

兩邊ノ對數ヲトリ

$$\log_{10}u+\log_{10}v=\log_{10}w$$

今 $m_1=m_1=1$ トスレバ

$$x=\log_{10}u,\ y=\log_{10}v,\ z=\frac{1}{2}\log_{10}w$$

依ツテ附表第 7 圖ヲ得、

實際問題ニ於テハ u, v, w ノ値ガ豫メ與ヘラレテキル場合ガ多イ、例ヘバ例 1 ニ於テ u, v ガ

$$10\leqq u\leqq 100,\ 500\leqq v\leqq 600$$

ナル場合ヲ考ヘルト第 7 圖ニ於テ

AX 軸ニ於テハ $u=10$ ヨリ下部

BX 軸ニ於テハ $v=500$ ヨリ下部

ハ全ク不用ニシテ且

$$\log_{10}100-\log_{10}10=2-1=1$$

$$\log_{10}600-\log_{10}500=2{\cdot}778-2{\cdot}698=0{\cdot}08$$

ナル故各軸ニ於テ有用ノ長サハ第 7 圖ノ $\frac{1}{10}$ ニモ足ラヌコトトナル、カカル缺點ヲ免レル爲ニハ基線 ACB ノ位置及 m_1, m_2 ノ比ヲ適當ニ選バネバナラナイ、

例 2.

$$\log_{10} u + \log_{10} v = \log_{10} w$$

ヲ變形シ

$$(\log_{10} u - \log_{10} 10) + (\log_{10} v - \log_{10} 500) = \log_{10} w - \log_{10} 5000$$

トシ且 $m_1 = 1$, $m_2 = 12{\cdot}5$ トスレバ

$$x = \log_{10} u - \log_{10} 10 = \log_{10} u - 1$$

$$y = 12{\cdot}5(\log_{10} v - \log_{10} 500) = 12{\cdot}5(\log_{10} v - 2{\cdot}698)$$

$$z = \frac{12{\cdot}5}{13{\cdot}5}(\log_{10} w - \log_{10} 5000) = \frac{12{\cdot}5}{13{\cdot}5}(\log_{10} w - 3{\cdot}698)$$

トナル、

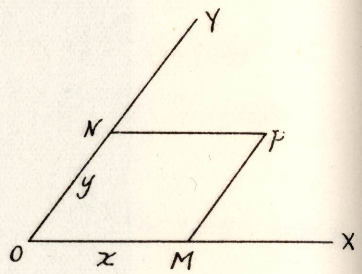
基點ハ $u_0 = 10$, $v_0 = 500$, $w_0 = 5000$ トナリ三軸相等シキ圖表ヲ得、（第 8 圖）

第二十七章

三變數共線圖表ノ原理

106. 直線座標、

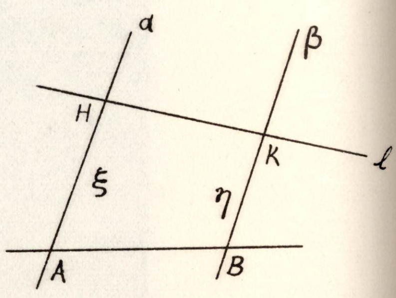
定點 O ニ於テ交ハル二定直線 OX, OP ヲ定メソノ平面上ノ任意ノ一點 P ヨリ OX, OY ニ平行ニ PN, PM ヲ引キ $OM=x$, $ON=y$ ト(符號モ考ヘニ入レテ)オクト (x, y) ニ依リ P 點ノ位置ガ定マル、今トクニ (x, y) ヲ點 P ノ點座標ト呼ブコトトスル、



次ニ定直線 AB ト夫々 A, B ニ於テ交ハル互ニ平行ナル二定直線 $A\alpha$, $B\beta$ ヲ引キ, コノ平面上ノ任意ノ直線 l ガ $A\alpha$, $B\beta$ ヲ截ル點ヲ H, K トシ(符號モ考ヘニ入レテ)

$$AH=\xi,\ BK=\eta$$

トオクト (ξ, η) ハ直線 l ヲ決定ス、



AB ヲ基線; $A\alpha$, $B\beta$ ヲ夫々 ξ, η 軸ト稱シ, (ξ, η) ヲ直線 l ノ直線座標ト呼ブコトトスル、

サテ點座標 x, y ニ關スル一次方程式

$$ax+by+c=0$$

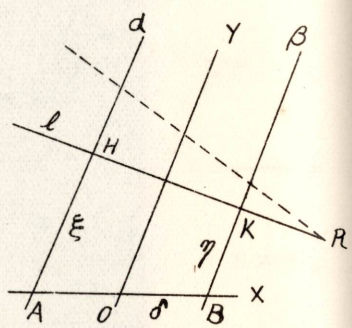
ハ一ツノ直線ヲ表ハスガ直線座標 ξ, η ニ關シテハ次ノ定理ガ成立ス、

〔**定理**〕 直線座標 (ξ, η) ニ關スル一次方程式

$$a\xi+b\eta+c=0 \text{.................................} (1)$$

ヲ滿足スルトコロノ凡テノ直線ハ同一點ヲ過ギル, 換言スレバ直線座標ニ關スル一次方程式ハ點ヲ表ハス、

〔**證明**〕 AB ノ中點 O ヨリ $A\alpha$ ニ平行線 OY ヲ引キ, OX ヲ x 軸, OY ヲ y 軸, $OB=\delta$ トオケバ點 H ノ座標ハ $x=-\delta$, $y=\xi$ 點 K ノ座標ハ $x=\delta$, $y=\eta$ ナル故直線 HK ノ方程式ハ



$$\frac{x+\delta}{-2\delta}=\frac{y-\xi}{\xi-\eta}$$

即チ

$$(\xi-\eta)x+2\delta y-\delta(\xi+\eta)=0 \text{....................} (2)$$

然ルニ (1) ヨリ

$$\eta=-\frac{a\xi+c}{b}$$

之ヲ (2) ニ代入スレバ

$$[(a+b)\xi+c]x+2b\delta y-\delta[(b-a)\xi-c]=0$$

即チ

$$[(a+b)x-\delta(b-a)]\xi+[cx+2b\delta y+c\delta]=0$$

ξ ノ値ノ變化ニトモナヒ直線 (ξ) ノ位置ハ變化スルモコレラノ直線ハ凡テ二定直線

$$(a+b)x-\delta(b-a)=0,\quad cx+2b\delta y+c\delta=0$$

ノ交點 R 即チ

$$x=-\frac{\delta(a-b)}{a+b},\quad y=-\frac{c}{a+b}$$

ヲ通過スルコト明カデアル、

$a=-1,\ b=0$ ナル場合即チ方程式 $\xi=c$ ハ點 $(-\delta,\ c)$ ヲ表ハシ, 同様ニ $\eta=c$ ハ點 $(\delta,\ c)$ ヲ表ハス、

107. 双對的關係、

點座標 $(x,\ y)$ ニ於テ三ツノ直線

$$a_1x+b_1y+c_1=0$$
$$a_2x+b_2y+c_2=0$$
$$a_3x+b_3y+c_3=0$$

ガ同一點ヲ過ギルタメノ必要ニシテ且十分ナル條件ハ

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=0$$

デアルガ直線座標ニ關シテハ之ト双對的ニ次ノ定理ガ成立ス、

〔定理〕 直線座標 $(\xi,\ \eta)$ ニ於テ三ツノ方程式

$$a_1\xi+b_1\eta+c_1=0$$
$$a_2\xi+b_2\eta+c_2=0$$
$$a_3\xi+b_3\eta+c_3=0$$

ノ表ハス三ツノ點ガ同一直線上ニアルタメノ必要ニシテ且十分ナル條件ハ

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_2 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

ナルコトデアル、

何トナレバコレラ三ツノ方程式ノ表ハス點ガ同一直線上ニアルタメニハコレラノ三方程式ヲ同時ニ滿足スル ξ, η ガ存在スレバ可ナル故デアル、

依ツテ點ト直線トノ間ニハ次ノ如キ關係ガ存在スルコトトナル、コレヲ點,直線間ノ双對的關係ト云フ、

點	直　線
點座標 (x, y)	直線座標 (ξ, η)
三ツノ直線	三ツノ點
$a_1x+b_1y+c_1=0$	$a_1\xi+b_1\eta+c_1=0$
$a_2x+b_2y+c_2=0$	$a_2\xi+b_2\eta+c_2=0$
$a_3x+b_3y+c_3=0$	$a_3\xi+b_3\eta+c_3=0$
ガ同一ノ點デ交ハル條件	ガ同一直線上ニアルタメノ條件
$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$	$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

108. 三變數共線圖表ノ原理、

u ノ三ツノ函數 $a_1(u)$, $b_1(u)$, $c_1(u)$ ヲ係數トスル ξ, η ノ一次方程式

$$a_1(u)\xi+b_1(u)\eta+c_1(u)=0 \text{......................} (1)$$

ヲ考ヘル、

(1) ニ於テ $u=0$ トオケバ

$$a_1(0)\xi+b_1(0)\eta+c_1(0)=0$$

トナリコレハ一ツノ點ヲ定メル, コノ點ニ $u=0$ ト標記スル、

次ニ同様ニ $u=1$ トオケバ

$$a_1(1)\xi+b_1(1)\eta+c_1(1)=0$$

トナリ之ハ又一ツノ點ヲ定メルコノ點ニ $u=1$ ト標記スル、

カクノ如ク u ニ順次ニ値ヲ與ヘソレニ對スル點ヲ定メ u ノ値ヲ標記スルトココニ目盛ニ施サレタル一ツノ曲線 (u) ガ得ラレル、

上ト同様ニシテ

$$a_2(v)\xi+b_2(v)\eta+c_2(v)=0$$
$$a_3(w)\xi+b_3(w)\eta+c_3(w)=0$$

ニ對シテソレゾレ目盛ヲ施サレタル曲線 (v), (w) ガ得ラレル、

今コレラノ曲線上ニ夫々一點 u, v, w ヲ取リコレラノ三點ガ同一直線上ニ在ルタメノ必要ニシテ且十分ナル條件ハ

$$\begin{vmatrix} a_1(u) & b_1(u) & c_1(u) \\ a_2(v) & b_2(v) & c_2(v) \\ a_3(w) & b_3(w) & c_3(w) \end{vmatrix}=0 \qquad \text{(B)}$$

デアル、

故ニ三變數 u, v, w ノ共線圖表ガ作リ得ラレルタメニハ其ノ三變數間ノ關係式ガ (B) ナル形ニ書キ直ホシ得レバ宜シイ、但シココニ $a_1(u)$, $b_1(u)$......$c_3(w)$ ハ適當ナル任意ノ函數デアル、

即チ與ヘラレタ關係式ガ (B) ナル形ニ書キ直サレタト假定ス

レバ夫々 u, v, w ノ目盛ヲ施シタ三ツノ曲線

$$a_1(u)\xi+b_1(u)\eta+c_1(u)=0$$

$$a_2(v)\xi+b_2(v)\eta+c_2(v)=0$$

$$a_3(w)+b_3(w)\eta+c_3(w)=0$$

ヲ描ケバ宜シイ、

例 1.

曲線 (u) トシテ $\xi=m_1f_1(u)$

曲線 (v) トシテ $\eta=m_2f_2(v)$ (但シ m_1, m_2 ハ常數)

ヲ採用スレバ

$$a_1(u)=1,\ b_1(u)=0,\ e_1(u)=-m_1f_1(u)$$

$$a_2(v)=0,\ b_2(v)=1,\ c_2(v)=-m_2f_2(v)$$

トナルカラ關係式 (A) ハ

$$m_1f_1(u)a_3(w)+m_2f_2(v)b_3(w)+c_3(w)=0 \qquad (\mathrm{B}'')$$

トナル、

故ニ關係式 (B′) ノ共線圖表ヲ作ルニハ夫々目盛セラレタ三ツノ曲線

$$\xi=m_1f_1(u)$$

$$\eta=m_2f_2(v)$$

$$a_3(w)+b_3(w)\eta+c_3(w)=0$$

ヲ作圖スレバヨイ、ココニ曲線 (u) 及 (v) ハ ξ 軸及 η 軸上ノ函數尺ニシテ第三ノ曲線 (w) 圖ハ第 8 節ニヨリ、

$$x=-\delta\frac{a_3(w)-b_3(w)}{a_3(w)+b_3(w)}$$

$$y=-\frac{c_3(w)}{a_3(w)+b_3(w)}$$

ニヨリ目盛ヲ施シツツ曲線ヲ作圖スルコトガ出來ル、

例 2.

例 1 ノ更ニ特別ノ場合トシテ

$$a_3(w)=\frac{1}{m_1},\quad b_3(w)=\frac{1}{m_2},\quad c_3(w)=-f_3(w)$$

トオケバ關係式 (B′) ハ

$$f_1(u)+f_2(v)=f_3(w)$$

トナリ曲線 (w) ハ

$$x=\delta\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2},\quad y=\frac{m_1m_2}{m_1+m_1}f_3(w)$$

トナル、

今　$\mathrm{O}c=x,\quad \dfrac{\mathrm{A}c}{c\mathrm{B}}=\dfrac{m_1}{m_2}$　トオケバ

$$\mathrm{A}c=\mathrm{AO}+\mathrm{O}c,\quad b\mathrm{B}=\mathrm{OB}-\mathrm{O}c$$

依ッテ

$$\frac{x+\delta}{x-\delta}=\frac{m_1}{m_2}$$

トナリ第 6 節ニ示シタ方法ト一致スル、

第二十八章

三變數共線圖表ノ二三ノ形式

三變數ノ關係式ガ與ヘラレタルトキ之ニ對スル共線圖表ヲ得ルタメニハ前節ニ於ケル $a_1(u), b_1(u) \ldots\ldots c_3(w)$ ナル函數ヲ適當ニ定メ之等ニヨリ與ヘラレタル關係式ヲ (A) ナル形ニ書キ直ホシテソノ方法ヲ定メルノガ理論的デアルガ之ハ一般ニハ相當複雜デアツテ實際ニハ各場合ニツイテ夫々特別ニ工夫ヲスルノガカヘツテ簡單デアル、本章ニ於テハ二三ノモノニ就キ之ヲ說述スル、

109. 第一形式ノ變形 (1).

$$\frac{1}{f_1(u)}+\frac{1}{f_2(v)}=\frac{1}{f_3(w)} \qquad (A_2)$$

コレハ第一形式 (A_1) ニ屬スルモノデアル然シ今 u, v ノ値ガ極メテ小ナル場合例ヘバ

$$0<u\leqq 0.01, \quad 0<v\leqq 0.01$$

ニ對シ

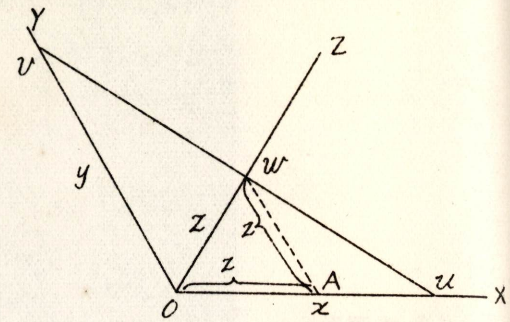
$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{w}$$

ノ共線圖表ヲ作ルニ取扱ヒ上非常ニ不便デアル、

サレバ形式 (A_2) ハ形式 (A) ト別種ノモノト見做シテ次ノ如ク取扱フノガ普通デアル、

平面上ニ於テ互ニ60度ノ角ヲナス三ツノ直線 OX, OY, OZ ヲ作圖シ任意ノ割線 vwu ヲ引キ

$$Ou=x,\ Ov=y,\ Ow=z$$



トオク、次ニ w ヨリ OY ニ平行ニ wA ヲ引ケバ OAw ハ正三角形トナルカラ

$$OA=Ow=Aw=z$$

然ルニ

$$\frac{Aw}{Ov}=\frac{Au}{Ou}$$

デアルカラ

$$\frac{z}{y}=\frac{x-z}{x}$$

即チ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}\cdots\cdots\cdots(1)$$

依ッテ方程式 (1) ニ於テ

$$x=f_1(u),\ y=f_2(v),\ z=f_3(w)\cdots\cdots\cdots(2)$$

トオケバ關係式 (A_2) ヲ得ル、

即チ形式 (A_2) ノ圖表ヲ作ルニハ互ニ 60 度ノ角ヲナス三ツノ直線 OX, OY, OZ ヲ引キ OX 上ニハ $x=f_1(u)$, OY 上ニハ $y=f_2(v)$, OZ 上ニハ $z=f_3(w)$ ナル函數尺ヲ作レバ宜シイ、

例、レンズノ公式 $\frac{1}{f}+\frac{1}{F}=\frac{1}{p}$

ココニ p ハ主焦點距離, f ハ物體トレンズノ距離 F ハレンズト像ノ距離、

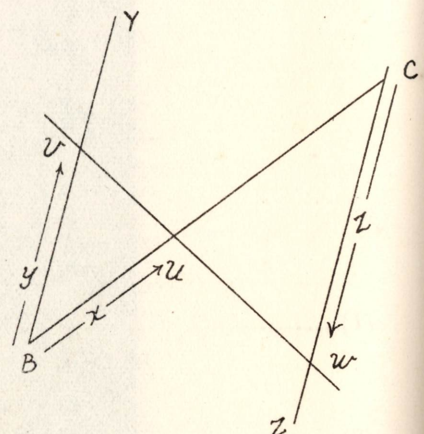
コノ場合ハ $x=f$, $y=\mathrm{F}$, $z=p$ トシ普通尺デ目盛ヲ施セバ宜シイ、

110. 第一形式ノ變形 (2).

$$f_1(u)f_2(v)=f_3(w) \qquad (\mathrm{A}_1)$$

ヲ, ソノ對數ヲトラズ直接之ヲ取扱フ方法ヲ說述スル、

長サ k ナル直線 BC ノ兩端 BC ヲ過ギリ互ニ平行ナル直線 BY, CZ ヲ引ク、



今之ヲ任意ニ uvw デ截リ, $\mathrm{B}u=x$, $\mathrm{B}v=y$, $\mathrm{C}w=z$ トオク、然ルトキハ

$$\triangle \mathrm{B}vu \backsim \triangle \mathrm{C}wu$$

ナル故

$$\frac{\mathrm{B}u}{\mathrm{C}u}=\frac{\mathrm{B}v}{\mathrm{C}w}$$

即チ
$$\frac{x}{k-x}=\frac{y}{z}$$

依ツテ任意ノ常數ヲ m_1, m_2 トシ

$$\mathrm{BC}\ 上ニ \qquad x=\frac{m_1k}{m_1+m_2f(u)}$$

$$\mathrm{BY}\ 上ニ \qquad y=m_1f_2(v)$$

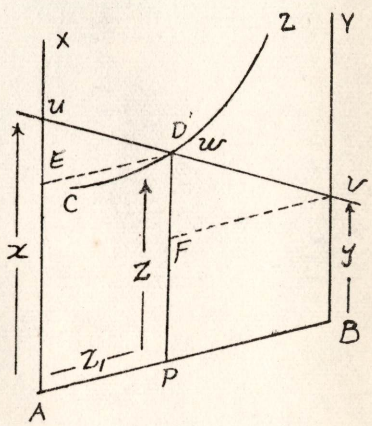
$$\mathrm{CZ}\ 上ニ \qquad z=m_2f_3(w)$$

ナル目盛ヲ施セバ u, v, w ハ與ヘラレタル關係式ヲ滿足スル、

111. 第二形式、

$$f_1(u)+f_2(v)f_3(w)=f_4(w)\text{..........................(C)}$$

二ツノ平行線 X, Y ヲ一ツノ直線デ截リ且一ツノ曲線 CZ ヲ考ヘル但シ曲線 CZ ノ描キ方ハ後述スル、



今任意ノ截線 uv ト曲線 CZ トノ交點ヲ w トシ w ヨリ AX ニ平行線ヲ引キ AB トノ交點ヲ D トス、

倘 $Au=x,\ Bv=y,\ Dw=z$

$AD=z_1,\ AB=k$

トオク、

次ニ w, v ヨリ AB ニ平行線 wE, vF ヲ引クト

$$\triangle nEw \backsim \triangle wFv$$

ナル故

$$\frac{x-z}{z-y}=\frac{z_1}{k-z_1}$$

即チ

$$x+\frac{z_1}{k-z_1}y=\frac{kz}{k-z_1}\text{..........................}(1)$$

今 m_1m_2 ヲ任意ノ常數トシ (1) ニ於テ

$$\left.\begin{aligned} x&=m_1 f_1(u)\\ y&=m_2 f_2(v)\\ \frac{z_1}{k-z_1}&=\frac{m_1}{m_2}f_3(w)\\ \frac{kz}{k-z_1}&=m_1 f_4(w)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

トオケバ (1) ハ與ヘラレタル關係式 (C) トナル尚 (2) 式カラ

$$\left.\begin{aligned} z&=\frac{m_1 m_2}{m_1 f_3(w)+m_2}f_4(w)\\ z_1&=\frac{m_1 k}{m_1 f_3(w)+m_3}f_3(w)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

ヲ得、

上ノ公式ニ從ヒ圖表ヲ作ルニハ

1° AX 上ニ $x=m_1 f_1(n)$, BY 上ニ $y=m_2 f_2(v)$ ナル函數尺ヲ作ル、

2° (3) ニ於テ w ニ一ツノ値 C ヲ與ヘルト z, z_1 ノ一對ノ値ガ定マル、圖ニ於テ AD$=z_1$ ナル點 D ヲ求メ次ニ D ヨリ AX ニ平行線ヲ引キソノ上ニ DD$'=z$ ナル D$'$ ヲ定メコノ點ニ $w=$C ト目盛リヲスル、カクシテ w ニ順次種々ナル値ヲ與フレバ曲線 Cz ハ目盛ヲ施サレツツ描カレル、

注意、 第 10 節例 2 ニ於テ

$$a_3(w)=\frac{1}{m_1},\quad b_3(w)=\frac{f_3(w)}{m_2},\quad c_3(w)=-f_4(w)$$

トオケバ關係式 (B$'$) ハ

$$f_1(u)+f_2(v)f_3(w)=f_4(w)$$

トナリ曲線 (w) ハ

$$x=-\delta\frac{m_1-m_1f_3(w)}{m_2+m_1f_3(w)}$$

$$y=\frac{m_1m_2f_4(w)}{m_2+m_1f_3(w)}$$

トナリ上ノ結果ト一致ス、

例 1. 三次方程式 $w^3+pw+q=0$ ヲ解クタメノ圖表

表ノ作製、

(C) ト比較シテ

$$f_1(u)=u=q \qquad f_2(v)=v=p$$

$$f_2(w)=w \qquad f_4(w)=-w^3$$

トオキ且ツ $m_1=m_2=1$, $k=10$ ト取レバ

$$x=q,\ y=p$$

$$z_1=\frac{10w}{1+w}$$

$$z=-\frac{w^3}{1+w}$$

依ッテ次ノ順序ニ從ッテ圖ヲ作レバ宜シイ、(第 9 圖)

1° AX, BY ノ上ニ夫々 p, q ノ目盛リヲ施ス、(普通尺)

2° $w=0$ トオケバ $z_1=z=0$ ナル故點 A ニ $w=0$ ト目盛ヲスル、

3° 更ニ $w=1$, $1\cdot5$, 2, $2\cdot5$...... トシ w ノ目盛ヲ施シツッ曲線ヲ描ク、尚曲線ノ方程式ハ

$$10z(10-z_1)^2+z_1^2=0$$

デアル、

圖表ノ使用法、

1° 正根ヲ求ムルコト、

例、 $w^3+2w-6=0$

$p=2,\ q=-6$ ヲ結ブ直線ガ曲線ヲ截ル點ヲ讀メバ正根

$$w=1{\cdot}45$$

ヲ得、

2° p, q ノ絕對値ガ大ナルトキ

p, q ノ絕對値ガ或程度以上大トナルトキハソノママデハ第 9 圖ハ用キラレナイ、コノ場合ハ原方程式ニ於テ $w=aw'$ トオケバ

$$w'^3+\frac{p}{a^2}w'+\frac{q}{a^3}=0$$

今 $p'=\frac{p}{a^2},\quad q'=\frac{q}{a^3}$ ト取レバ

$$w'^3+p'w'+q'=0$$

トナリ a ニ 1 ヨリ大ナル適當ノ値ヲ與フレバ p', q' ヲ適當ニ小ナラシムルコトヲ得、

3° 負根ヲ求ムルコト

$w=-w'$ トオクト $w<0$ ナル故 $w'>0$

依ツテ方程式ハ

$$w'^3+pw'-q=0$$

トナリコノ方程式ニツイテ正根ヲ求ムレバ宜シイ、

注意、 第 9 圖ニ於テ

(C_3) ハ例 1 ニ對スル曲線、

(C_2) ハ方程式 $w^2+pw+q=0$ ニ對スル曲線、

但シ $m_1=m_2=1,\ k=10.$

第二十九章

簡單ナル實驗公式

112. 實驗公式、

實驗ノ結果ヨリ得タル公式ヲ實驗公式ト云フ、例ヘバ氣體ニ關スルぼいるノ法則 $pv=c$, げい, るさつくノノ法則 $v=v_0\left(1+\frac{t}{273}\right)$ 等ハ凡テ實驗公式デアル、

實驗公式ヲ實驗ノ測定値カラ結定スルニハ凡ソ次ノ二通ノ方法ニ依ル、

I. 計算ニ依ル法、

例ヘバ求ムル公式ガ

$$y=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots\ldots+a_nx^n$$

ナル形ヲ有スベキコトヲ假定シテ測定値 $(x_1, y_1)(x_2, y_2)\ldots\ldots(x_n, y_n)$ ヲ基トシテ計算ニヨリ $a_0, a_1, a_2\ldots\ldots a_n$ ヲ定メル、

又例ヘバ y ヲ x ノ週期函數ト假定シ得ルトキハ

$$y=a_0+a_1\cos\lambda x+a_2\cos 2\lambda x+\ldots\ldots+a_n\cos n\lambda_2$$
$$+b_1\sin\lambda x+b_2\sin 2\lambda x+\ldots\ldots+b_n\sin n\lambda x$$

トオクト便利デアル、

コレラノ方法ノ研究ハ所謂挿入法, 調和解析論ニ於テ論ゼラレルモノデアツテココニハ述ベナイ、

II.　圖ニ依ル法、

實驗ノ結果ヲ曲線デ表ハシコノ曲線ヲ表ハス近似的ナル方程式ヲ求メ之ヲ以ツテ實驗公式トスル方法デアル、

コノ方法ノ内ココニハ次ニ說述スルららんぬノ變態ノ原則ニヨリ求メ得ラレル實驗公式ノ二三ノ例ニツキ之ヲ述ベルコトトスル、

ららんぬ（Lalanne）ノ變態ノ原則、

例ヘバ (x, y) ヲ直角座標ニ取リタルトキ實驗曲線ガ

$$af(x, y)+b\phi(x, y)+c=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

ニテ與ヘラレタトスル、然ルトキハ

$$\xi=f(x, y),\ \eta=\phi(x, y)$$

トオケバ上ノ方程式ハ

$$a\xi+b\eta+c=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

トナル、

今 ξ, η ヲ直角座標ニトレバ (2) ハ直線トナル依ツテ實驗ノ結果ガ (ξ, η) デ與ヘラレル場合ニハソノ曲線ハ直線トナルベク問題ヲ單純化スルコトヲ得、（第 2 節參照）

113.　$y=a+bx$.

實驗公式ガ

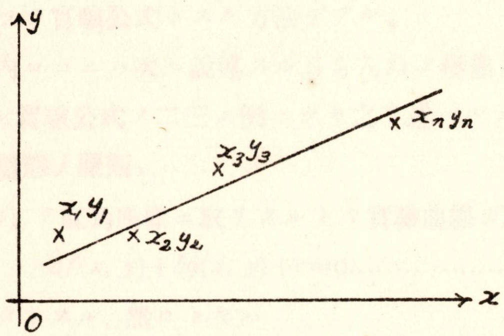
$$y=a+bx \qquad (A)$$

ナル形トナル場合ヲ考ヘヤウ、

即チ實驗ノ結果トシテ次ノ値ガ得ラレタトスル

x	x_1	x_2	x_3	…………………	x_n
y	y_1	y_2	y_3	…………………	y_n

コレラノ値ヲ圖ニ表ハストキ次圖ノ如ク殆ンド一直線上ニアル場合ヲ考ヘル、



然ルトキハカカル場合ノ實驗公式ハ (A) ナル形ヲ有スルモノト見倣シ得ベク今常數 a, b ヲ適當ニ決定スレバ實驗公式ハ完成スルノデアル、

I. 定規法、

目測デ直線ヲ引キソノ直線上ニ二點 $(\xi_1\eta_1)$, $(\xi_2\eta_2)$ ヲトリ

$$\eta_1 = a + b\xi_1$$

$$\eta_2 = a + b\xi_2$$

ヨリ a, b ヲ決定スル、

II. 最小二乘法、

今觀則値ヲ表ハス點 (x_k, y_k) ガ直線 (A) 上ニアリトスレバ

$$y_k - (a + bx_k)$$

ハ零デアル然シ $(a+bx_k)$ ハ必ズシモ直線 (A) 上ニハ存在シナイ, 今

$$\triangle_k = y_k - (a + bx_k)$$

ヲ點 (x_k, y_k) ノ誤差ト稱スルコトトスレバ最小二乘法ニヨリ次ノ

定則ガ存在スル、

定則、數多ノ實驗ノ結果 $(x_1 y_1), (x_2 y_2)\ldots\ldots(x_n, y_n)$ ヨリ $y=a+bx$ ナルベキ最モ正確ナル常數 a 及 b ヲ選ブタメニハ各點ニ於ケル誤差 $\triangle_k$ ノ自乘ノ和ヲ極小ニスレバ宜シイ、

換言スレバ

$$\sum_{k=1}^{n}\triangle_k^2=\sum_{e=1}(y_k-(a+bx_k))^2$$

ヲ極小ナラシメル a 及 b ヲ決定スレバヨイ、

然ルニ

$$\sum_{k=1}^{n}(y_k-(a+bx_k))^2$$

ハ a 及 b ノ函數ナル故微積分ノ定理ヨリ a, b ハ次ノ二式ヨリ決定セラレル、

$$\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial a}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(y_k-(a+bx_k))^2=0\\[2ex]\dfrac{\partial}{\partial b}\displaystyle\sum_{n=1}^{n}(y_k-(a+bx_k))^2=0\end{cases}$$

即チ

$$\begin{cases}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(y_k-(a+bx_k))=0\\[2ex]\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k(y_k-(a+bx_k))=0\end{cases}$$

即チ

$$\begin{cases}na+b\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k=\sum_{k=1}^{n}y_k\\[2ex]a\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k+b\sum_{k=1}^{n}x_k^2=\sum_{k=2}^{k}x_k y_k\end{cases}$$

依ツテ

$$a=\frac{\displaystyle\sum_{k=1}^{n}x_k\sum_{k=1}^{n}x_k y_k-\sum_{k=1}^{n}y_k\sum_{k=1}^{n}x_k^2}{\displaystyle(\sum_{k=1}^{n}x_k)^2-n\sum_{k=1}^{n}x_k^2}$$

$$b=\frac{\sum_{k=1}^{n}x_k\sum_{k=1}^{n}y_k-n\sum_{k=1}^{n}x_k y_k}{(\sum_{k=1}^{n}x_k)^2-n\sum_{k=1}^{n}x_k^2}$$

問 1.　直徑 0·3667 吋, 長サ 30·55 吋ノ銅棒ノ電氣抵抗ヲ r みくろおーむ, 溫度 t°C ニ於ケル實驗ノ結果ガ次ノ表デ與ヘラレルトシソノ實驗公式ヲ作レ、

t	19·1	25·0	30·1	36·0	40·0	45·1	50·0
r	76·30	77·80	79·75	80·80	82·35	83·90	85·10

問 2.　θ°C ニ於テ水 100 瓦中ニ溶解スル鹽化「カリウム」ノ量ヲ m 瓦トスルトキ θ ト m トノ關係式ヲ示ス實驗式ヲ作レ、

θ°C	0	20	40	60	80	100
mg.	28·5	39·7	49·8	59·2	69·5	79·5

114.　$y=ax^b$.

實驗ノ結果ガ

$$y=ax^b\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(B)$$

ナル公式デ表ハシ得ラレル場合ニ就キ考ヘル、但シ a 及 b ハ常數デアル、

コノ場合實驗ノ結果ガ (B) ナル公式デ表ハシ得ルヤ否ヤヲ判斷スルタメニハ a, b ノ種々ナル値ニ對スル曲線 (B) ノ形ヲ熟知シテ居ナクテハナラナイ、(第10圖參照)

今實驗ノ結果ガ (B) ナル曲線型デアルコトヲ判斷シ得タモノトシ次ニ a 及 b ノ決定ニツキ說述スル、コノタメニ (B) ノ對數ヲ

トレバ

$$\log_{10} y = \log_{10} a + b \log_{10} x$$

トナリ

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \log_{10} x \\ \eta &= \log_{10} y \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

トオケバ

$$\eta = \log_{10} a + b\xi$$

トナル、故ニ今實驗ノ結果

$$(x_1 y_1),\ (x_2 y_2) \ldots\ldots (x_n y_n)$$

ヲ (1) ニ代入シテ

$$(\xi_1 \eta_1),\ (\xi_2 \eta_2) \ldots\ldots (\xi_n \eta_n)$$

ヲ作レバ、コレラノ表ハス諸點ハ直線的ニ排列シ居ル、依ツテ第 2 節ニ述ベタ方法デ a 及 b ヲ決定スレバヨイ、

例、飽和水蒸氣ノ體積ヲ v 壓力ヲ p トスレバ呎封度單位ニテ次ノ表ヲ得タトシ之ニ對スル實驗式ヲ作レ、

v	p	$\log_{10} v$	$\log_{10} p$
53·92	6·86	1·7318	0·8363
26·36	14·70	1·4210	1·1673
14·00	28·83	1·1461	1·4599
6·992	60·40	0·8446	1·7810
4·280	101·9	0·6314	2·0082
2·748	163·3	0·4390	2·2130
1·853	250·3	0·2679	2·3984

學用語英譯

第二十一章

微分方程式	Differential equation.
常微分方程式	Ordinary diff. eqn.
偏微分方程式	Partial diff. eqn.
階數	Order.
次數	Degree.
一般解	General solution.
特殊解	Particular solution.
特異解	Singular solution.
線素	Line element.

第二十二章

變數分離	Separation of variables.
同次	Homogeneous.
完全微分	Exact differential.
積分因數	Integrating factor.
線狀微分方程式	Linear diff. eqn.

第二十三章

くれーろーノ微分方程式	Clairaut's diff. eqn.

第二十四章

完全線狀二階微分方程式	Complete linear diff. eqn. of the second order.
餘函數	Complementary function.
補助方程式	Auxiliary equation.

第二十五章

圖表學	Nomography.
圖表	Momogram, chart.
函數尺	Functional scale.
對數尺	Logarithmic scale.
計算尺	Slide rule.

第二十六章

共點圖表	Rectangular chart.
共線圖表	Nomographic chart, Alignment chart.

第二十七章

双對的關係	Relation of duality.

第二十九章

實驗公式	Empirical formula.
最小自乘法	Method of least square.

第二十四章

完全線狀二階微分方程式	Complete linear diff. eqn. of the second order.
餘函數	Complementary function.
補助方程式	Auxiliary equation.

第二十五章

圖表學	Nomography.
圖表	Momogram, chart.
函數尺	Functional scale.
對數尺	Logarithmic scale.
計算尺	Slide rule.

第二十六章

共點圖表	Rectangular chart.
共線圖表	Nomographic chart, Alignment chart.

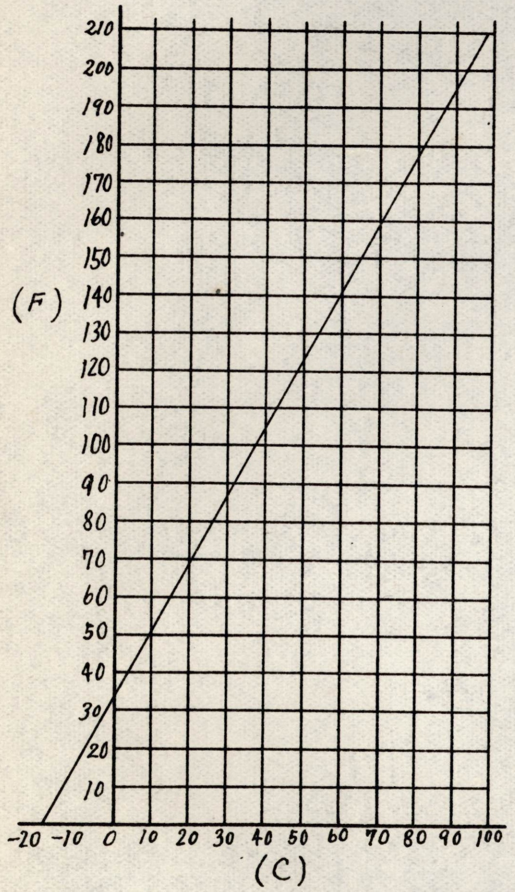
第二十七章

双對的關係	Relation of duality.

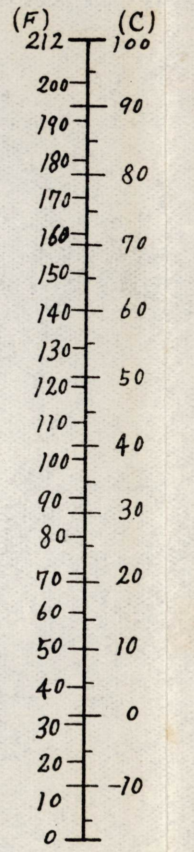
第二十九章

實驗公式	Empirical formula.
最小自乘法	Method of least square.

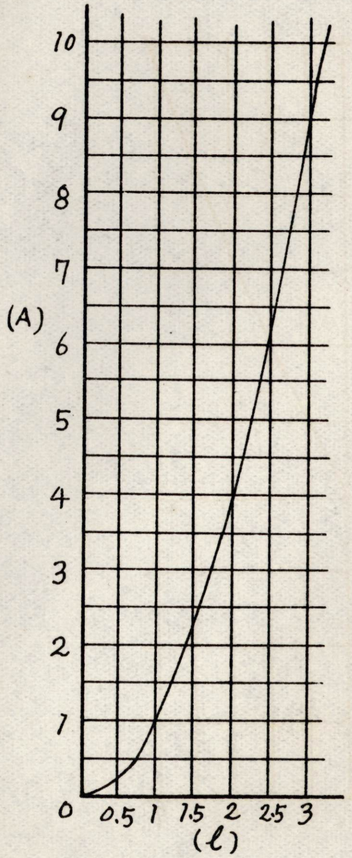
第1図(a)

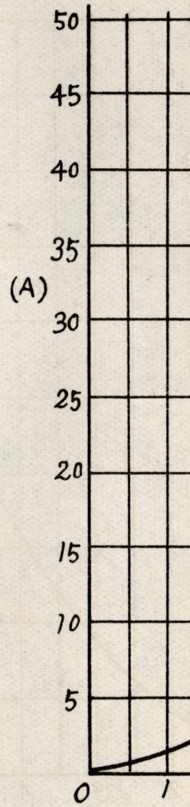


第1図(b)



第2図(a)





分

te linear diff. eqn. of
ond order.
mentary function.
y equation.

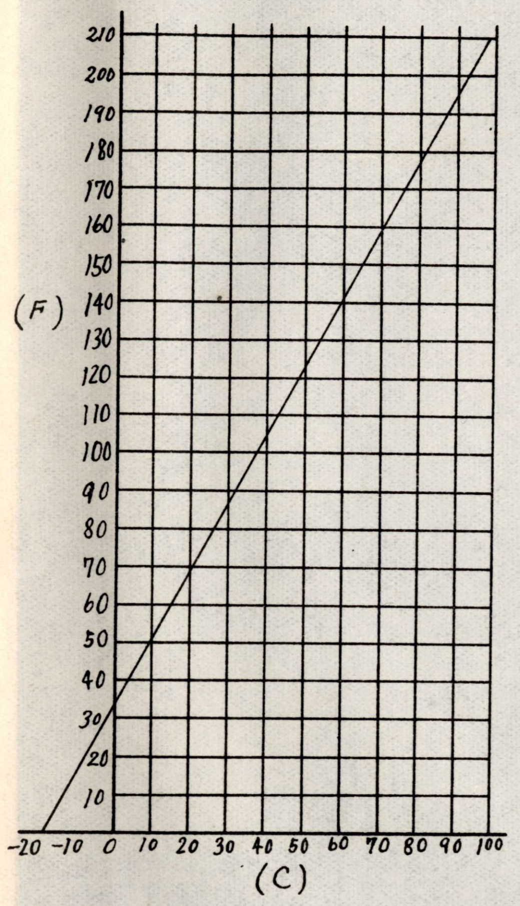
raphy.
ram, chart.
nal scale.
umic scale.
le.

ular chart.
aphic chart,
nt chart.

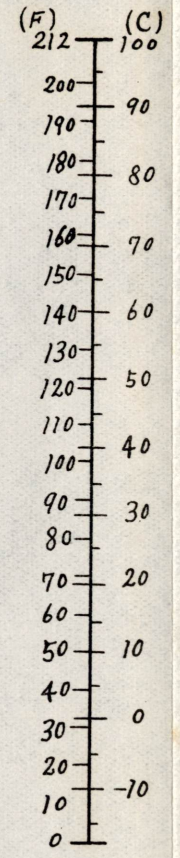
of duality.

l formula.
of least square.

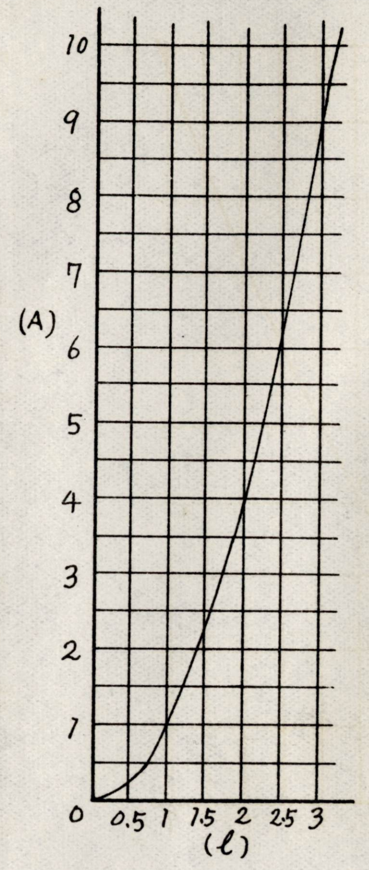
第1図(a)



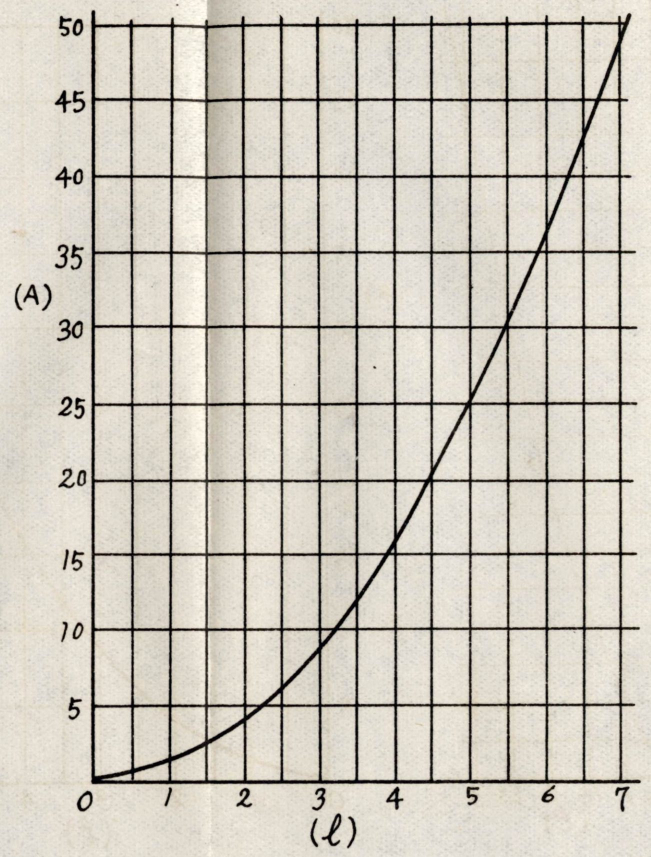
第1図(b)



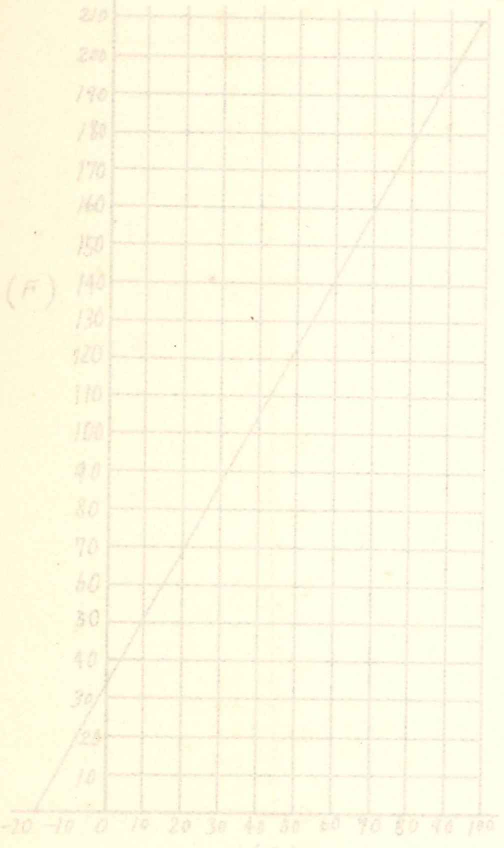
第2図(a)



第2図(b)



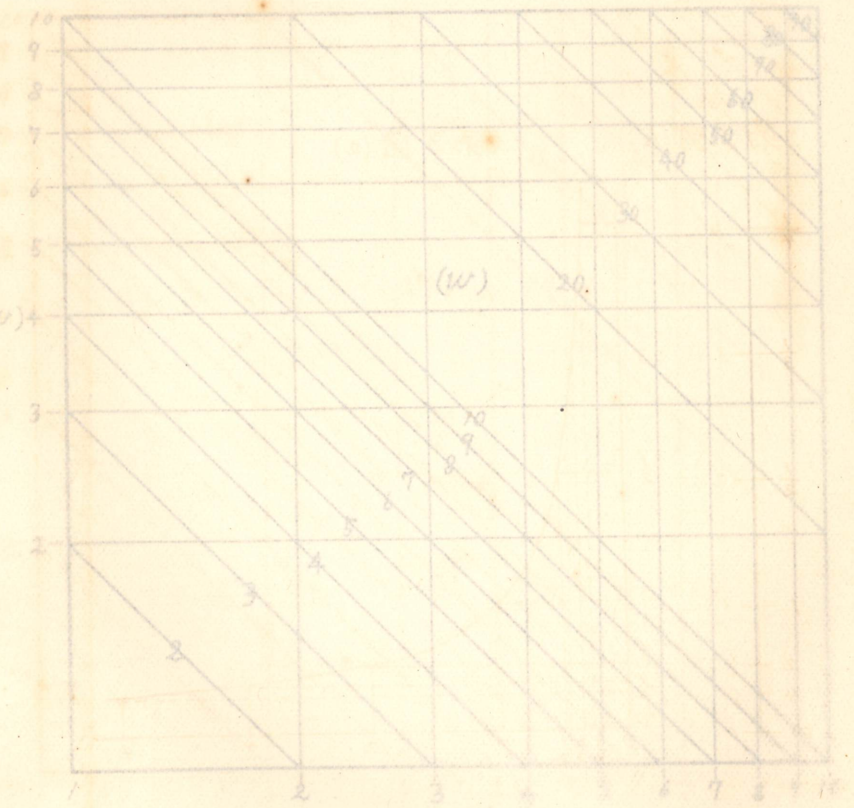
第1図 (a)



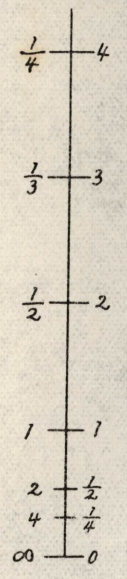
第1図 (b)

第5図 (b)

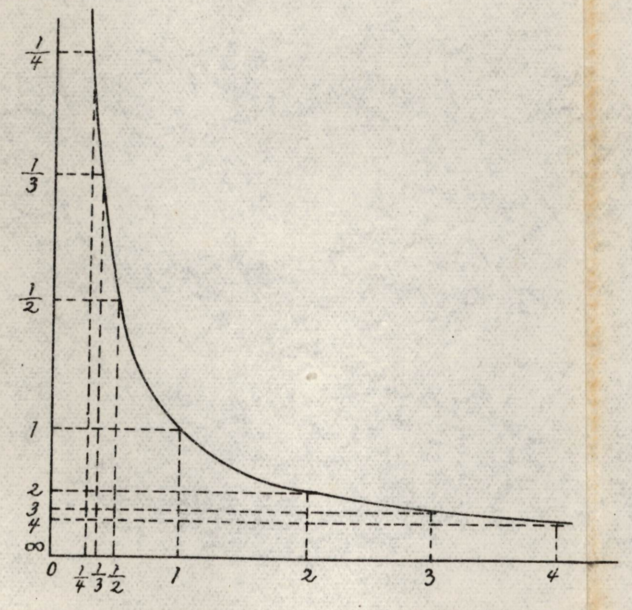
$w = u \cdot v$



第3図 (b)

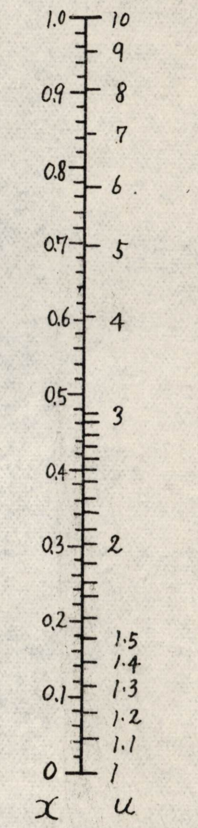


第3図 (a)

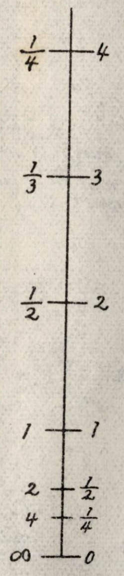


第4図

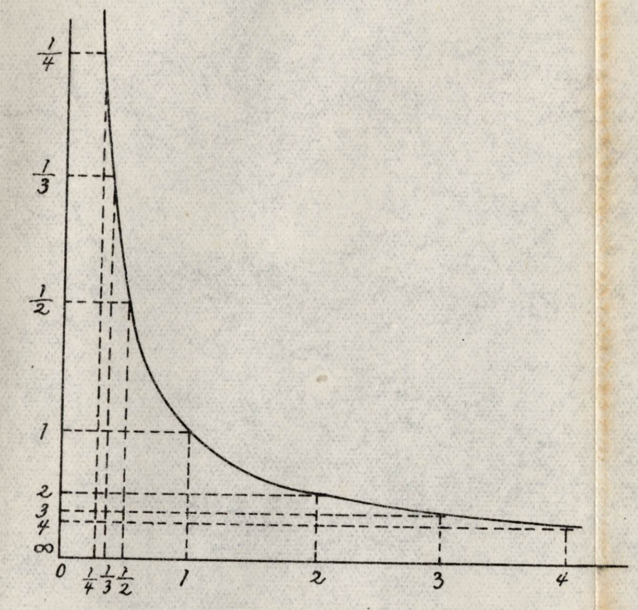
$x = \log_{10} u$



第3図(b)

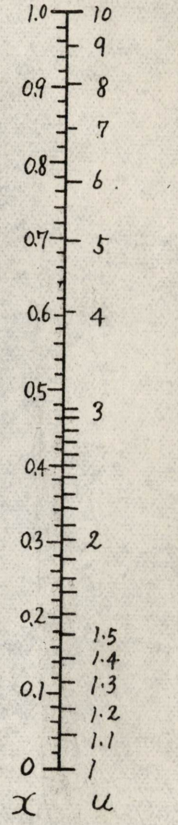


第3図(a)



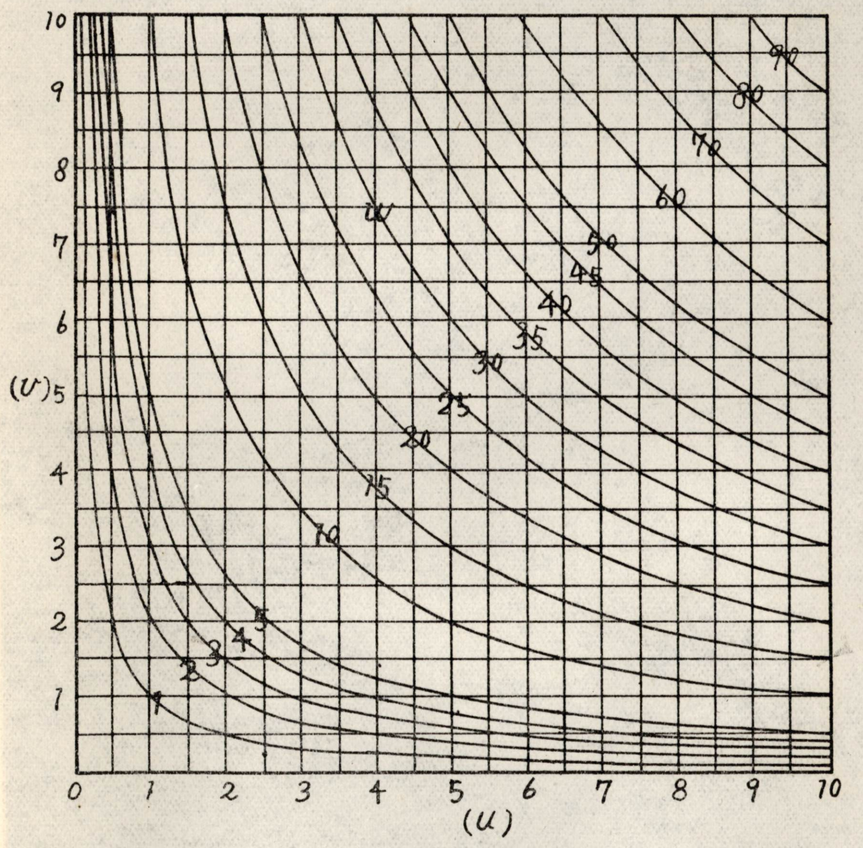
第4図

$x = Log_{10} u$



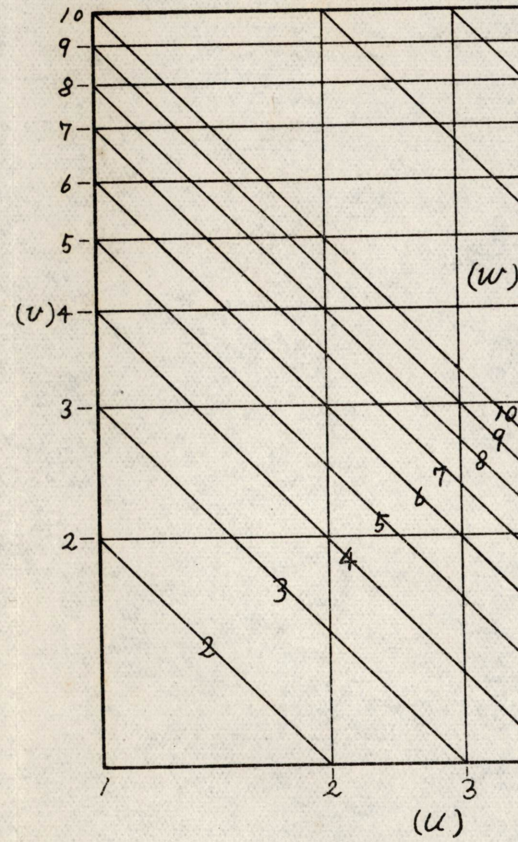
第 5 図 (a)

$w = u \cdot v$



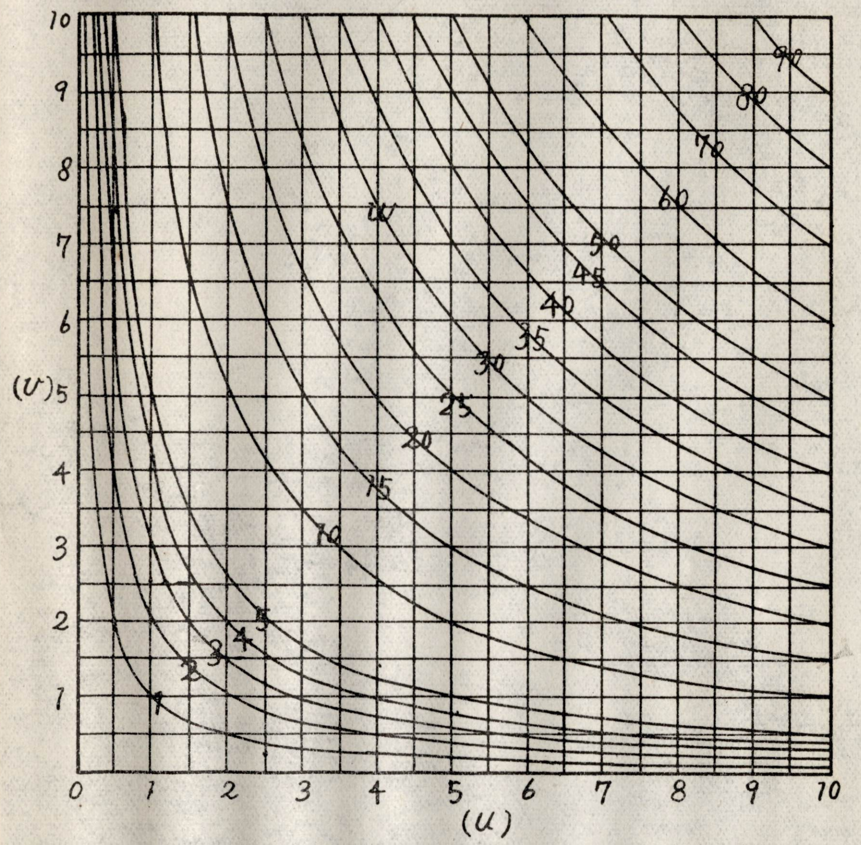
第 5 図 (

$w = u \cdot v$



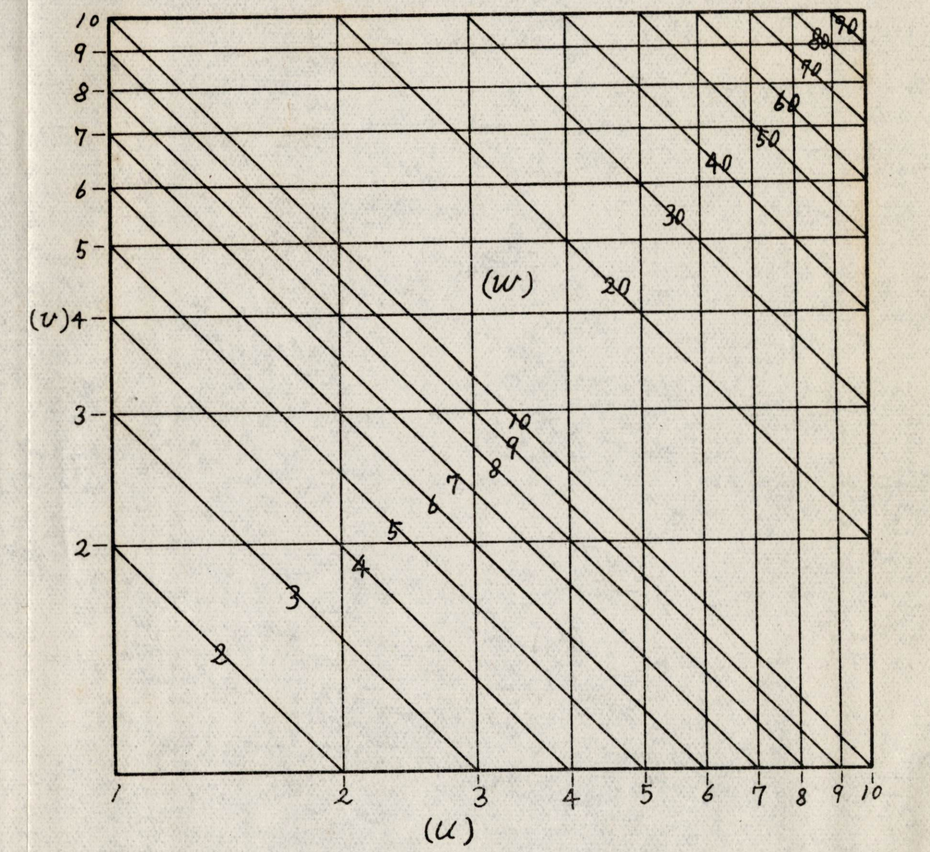
第5図 (a)

$w = u.v$

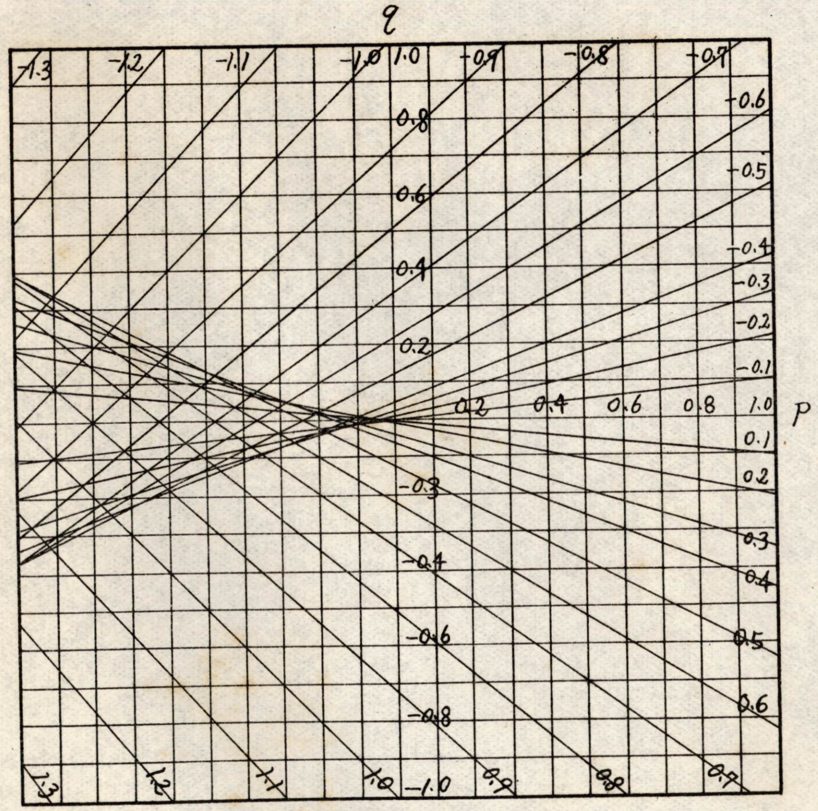


第5図 (b)

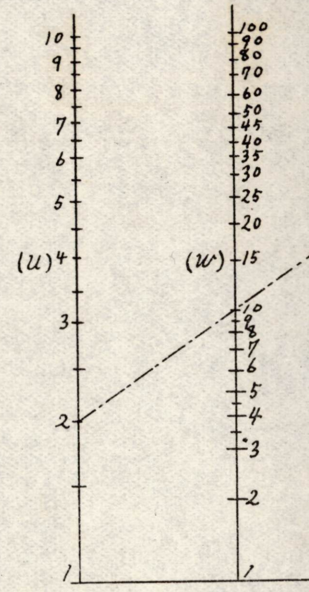
$w = u.v$



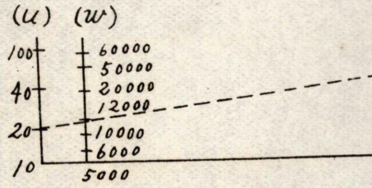
第6図



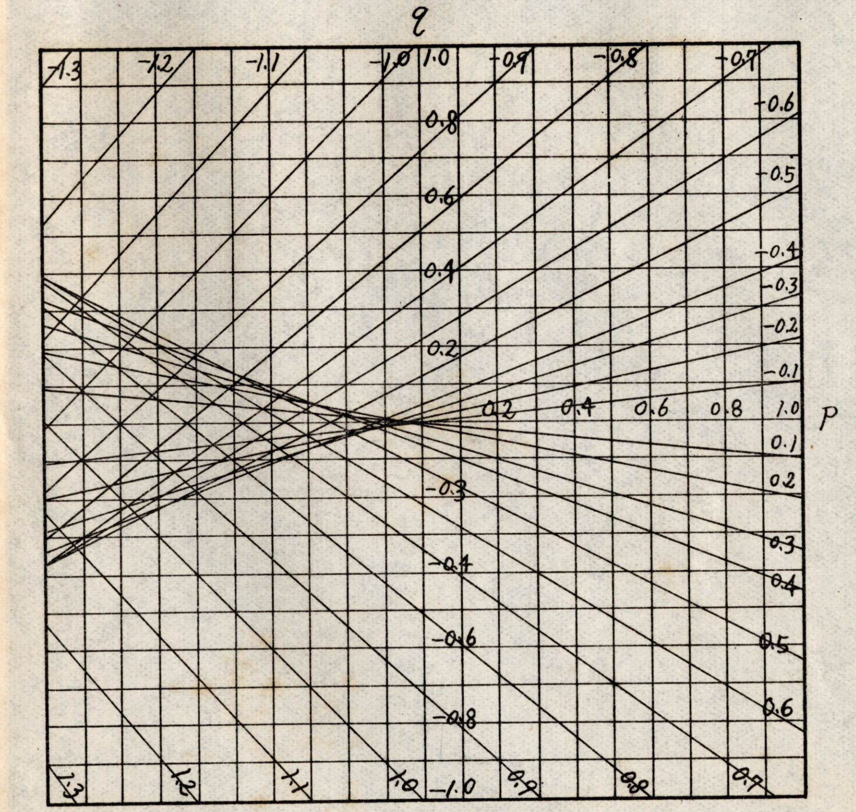
第7図



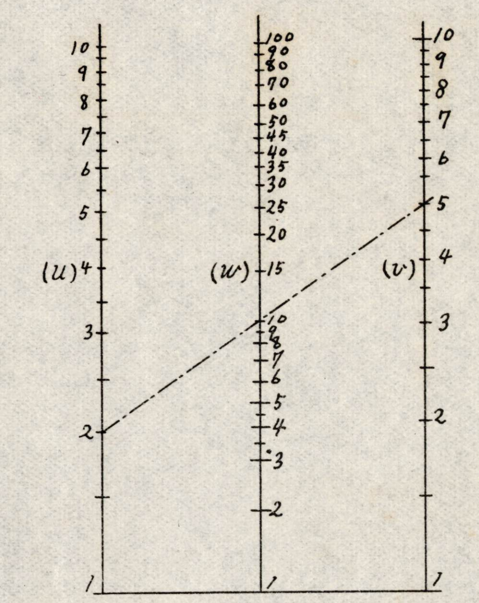
第8図



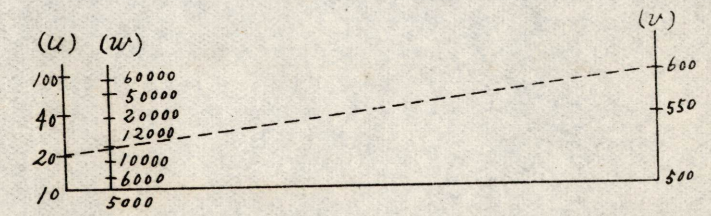
第6図



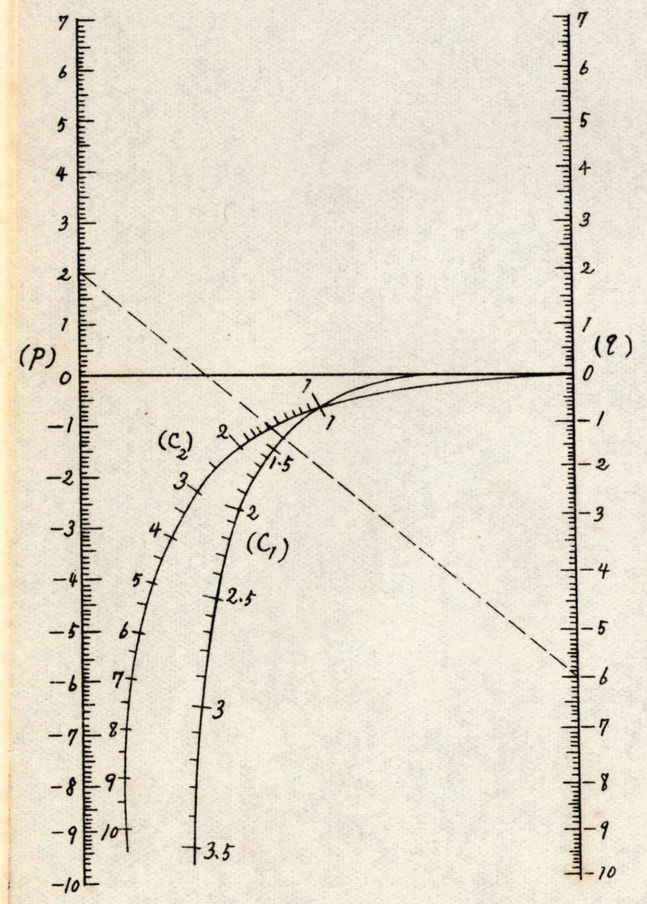
第7図



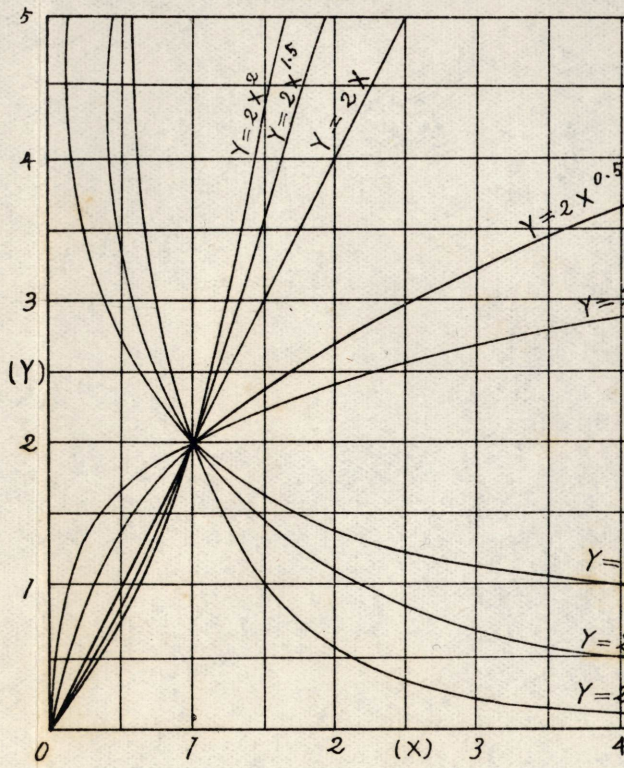
第8図



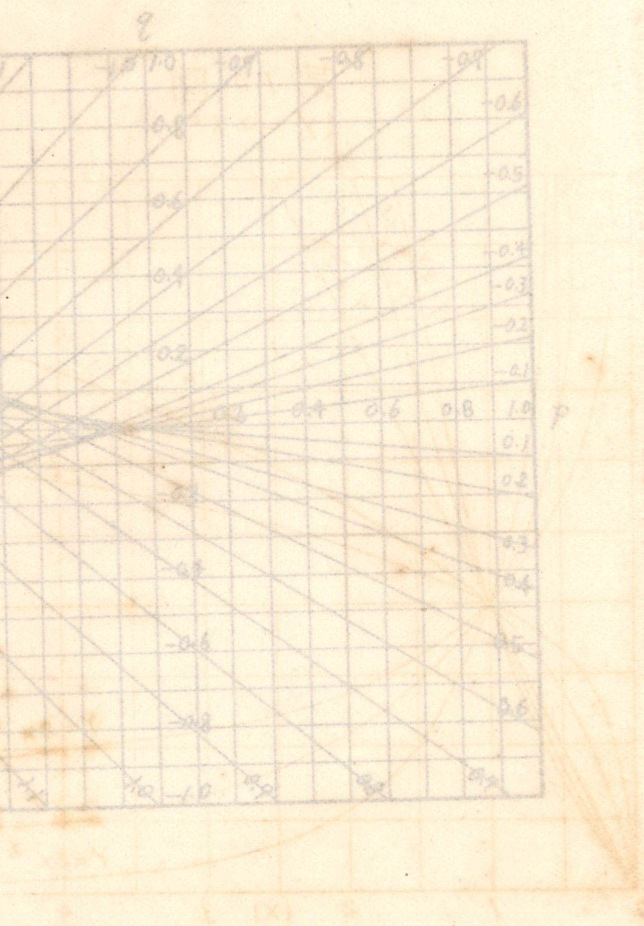
第9図



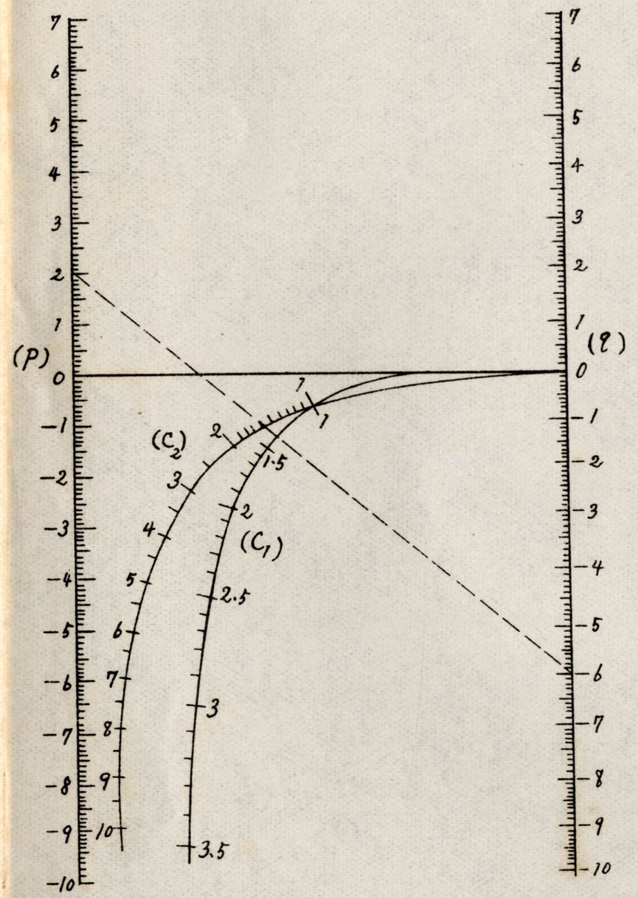
第10図
(Y = 2X^b)



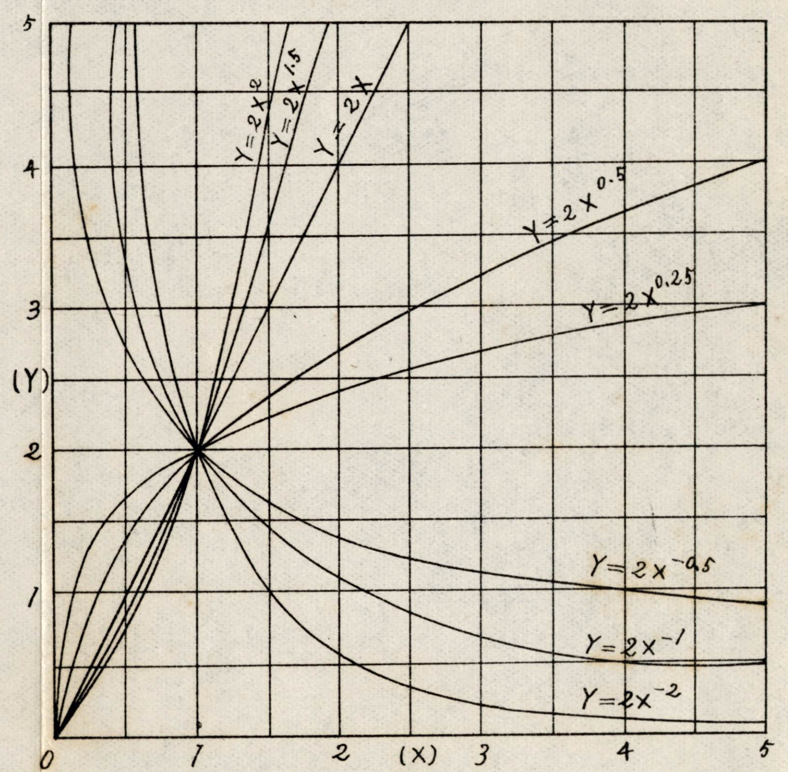
第8図



第9図



第10図
(Y=2X^b)



上村