應用力學教科書（材料構造強弱）卷之二

第三學年

海軍機關學校

昭和十四年八月

海軍機關學校長　平　岡　礮

昭和十四年八月

本書ニ依リ材料構造強弱ヲ修得スヘシ

沿革

第二版　昭和十四年八月　海軍教授　中村行三　改訂増補

第一版　昭和十年四月　海軍教授　中村行三　編纂

記號表

E	縦彈性係數（「ヤング」率）
G	横彈性係數（剛性率）
I	慣性「モーメント」
J	極慣性「モーメント」
k	體積彈性率
M	曲ゲ「モーメント」
m	「ポアソン」ノ常數
P	集中荷重
Q	剪斷力
q	分布荷重ノ大サ
T	捩リ「モーメント」
Z	斷面係數
γ	剪斷歪ミ
ε	縦歪ミ（引張歪ミ，壓縮歪ミ），伸ビ率（%）
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	x, y, z 方向ノ歪ミ
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	主歪ミ
μ	「ポアソン」比
τ	剪斷內力
τ_a	許容剪斷內力
τ'_a	許容捩リ剪斷內力

σ .... 直角內力

σ_a .... 許容引張內力

σ_{-a} .... 許容壓縮內力

σ'_a .... 許容曲ゲ內力

σ_B .... 引張强サ

σ_{-B} .... 壓縮强サ

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ .... x, y, z 軸ニ垂直ナル平面ノ直角內力

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .... 主內力

φ .... 斷面收縮率（%）

應用力學

材料構造强弱

卷之二

目次

應用力學

材料構造强弱

卷之二

第六章

振リ

七一、振リ、(Torsion)

棒ガ其ノ其端ニ於テ其ノ軸ニ直角ナル平面上ニアル大サ等シク向キ反對ノ二ツノ偶力ノ作用ヲ受クルトキハ棒ハ振リ作用ヲ受ケツツアリト稱シ,其ノ偶力ノ能率ヲ振リ「モーメント」(Twisiting moment)ト云フ、

棒ノ振リ作用ヲ論ズルニ當リ次ノ假定ヲナス、

(i) 棒ノ全長ニ涉リ振リ作用ガ一様ナルコト、即チ同ジ距離ヲ隔ツ二ツノ横斷面ノ相對的ノ轉回ハ其ノ横斷面ヲ何處ニトルモ同一ナリ、

(ii) 棒ノ任意ノ横斷平面上ノ總テノ點ハ振リヲ受ケタル後モ同一平面上ニアリ、

(iii) 棒ノ横斷面ノ半徑ハ振リヲ受ケタル後モ一直線ヲナスモノトス、

横斷面ガ圓ナル棒アリテ上述ノ如キ振リ作用ヲ受ク、此ノ棒ヲ其ノ軸ヲ中心軸トナス所ノ數多ノ薄キ管ニ分チタリト想像ス、第 131 圖ハ其ノ管ノ一ヲ示ス、管ノ半徑ヲ r トシ, 長サヲ l トス、振リ作用ヲ受クル前ニ管ノ表面ニ於テ軸ニ平行ナリシ直線 OA ハ振リ作用ヲ受ケテ「ヘリツクス」トナリ, A ハ軸ニ直角ナル圓ノ周上ヲ動キテ B ニ至ル、OB ト OA トノナス所ノ角ヲ γ トシ弧 AB ノ中心角ヲ θ トス、γ モ θ モ甚ダ小ナルヲ以テ

$$l\gamma = \mathrm{AB} = r\theta$$

$$\gamma = \frac{r}{l}\theta$$

振リノ前ニ管ノ表面上ニ正方形 KLMN ヲ其ノ一邊 KL ガ OA 上ニアル如クニ取リタリトスレバ、振リニヨリテ其ノ正方形ハ第 132 圖ニ示セル如ク平行四邊形 KL′MN′ トナリ、其ノ一邊 KL′ ハ OB ノ上ニアルベシ、KL ト KL′ トノ間ノ角ハ γ ナリ、即チ正方形 KLMN ハ振リニヨリ剪斷歪ミ γ ヲ受ケタルコトトナルベシ、管ノ厚サヲ ∂r トス、厚サ ∂r ナル小片 KN ハ其ノ厚サ, 長サ, 幅ハ伸縮無ク、歪ミトシテハ唯 γ ナル剪斷歪ミノミナリ、而シテ此ノ剪斷歪ミニ伴フ内力ハ

$$\tau = G\gamma$$

ナル剪斷内力ナリ、τ ハ LN, KN ノ兩端面ニ存在スルト共ニ KL, MN ノ面ニモ存在スベシ、此ノ内力以外ノ内力無シ、KM, LN ノ兩端ヘ隣接部ヨリ作用スル所ノ力ハ

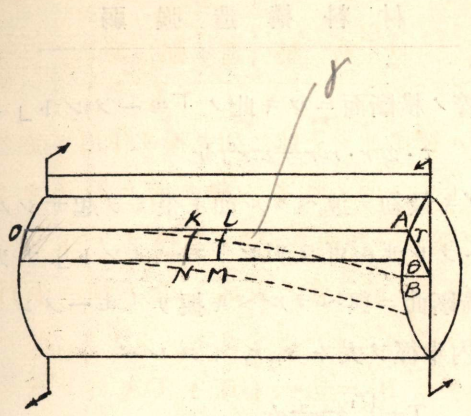
$$\tau \cdot \overline{\mathrm{LN}} \cdot \partial r$$

M

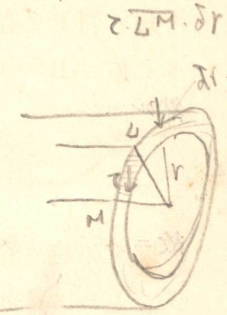
管軸ニ關シ此ノ力ノ「モーメント」ハ

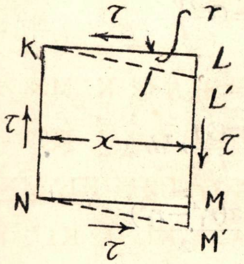
$$\tau \cdot \overline{\mathrm{LN}} \cdot r \cdot \partial r$$

M



第131図



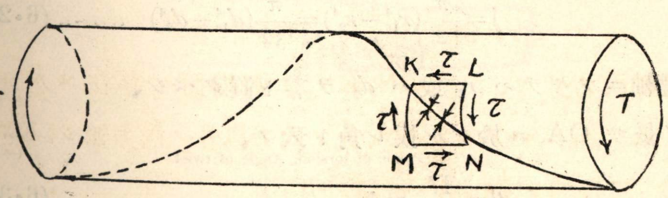


$\delta T = \tau \cdot 2\pi r \cdot \delta r \cdot r = 2\pi r^2 \tau \delta r$

$dT = 2\pi r^2 \tau\, dr$

$T = \int_{r_2}^{r_1} dT = \int_{r_2}^{r_1} 2\pi r^2 \tau \cdot dr$

第132図



第133図

δr ナル厚サノ管ノ横斷面ニツキ此ノ「モーメント」ハ

$$\tau\cdot 2\pi r\cdot r\delta r=2\pi r^2\tau\delta r$$

是ガ振リニ基ヅキ最初ニ述ベタル如キ歪ミヲ起サシムルタメニ管ノ横斷面ニ與ヘラレザル可ラザル「モーメント」ナリ、

T ヲ棒ノ全横斷面ニ與ヘラルベキ振リ「モーメント」トシ、横斷面ノ外半徑，內半徑ヲ夫々 r_1, r_2 トスレバ

$$\mathrm{T}=\int_{r_2}^{r_1}2\pi r^2\tau dr$$

然ルニ

$$\tau=\mathrm{G}\gamma=\mathrm{G}\frac{r\theta}{l}$$

故ニ

$$\mathrm{T}=\int_{r_2}^{r_1}\frac{2\pi\mathrm{G}\theta}{l}r^3dr$$

$$=\frac{\mathrm{G}\theta}{l}\,\frac{\pi(r_1^4-r_2^4)}{2}$$

即チ

$$\boxed{\mathrm{T}=\frac{\mathrm{GJ}\theta}{l}}\quad\text{..................................}\quad(6\cdot1)$$

但シ J ハ横斷面ノ極慣性「モーメント」ニシテ中空圓筒ニツキ

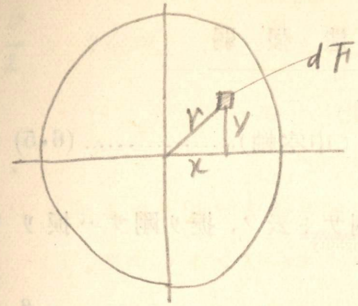
$$\boxed{\mathrm{J}=\frac{\pi}{2}\underbrace{(r_1^4-r_2^4)}_{\left\{\left(\frac{d_1}{2}\right)^4-\left(\frac{d_2}{2}\right)^4\right\}}=\frac{\pi}{32}(d_1^4-d_2^4)}\quad\text{........}\quad(6\cdot2)$$

實體軸ニツキテハ r_2 或ハ d_2 ヲ零ト置クベシ、

θ ヲ長サ OA ニ於ケル振レ角ト云フ、
Angle of torsion, Angle of twist

$$\theta=\frac{\mathrm{T}l}{\mathrm{GJ}}\ \text{rad.}\quad\text{..................................}\quad(6\cdot3)$$

$$\theta^\circ=\frac{583\mathrm{T}l}{\mathrm{G}d^4}\ (\text{實體軸})\text{..........................}\quad(6\cdot4)$$



$J=\int r^2 dF=\int y^2 dF+\int x^2 dF$

$=I_x+I_y=\frac{2\pi}{64}d^4$

$=\frac{\pi}{32}d^4$

x軸に関スル慣性モーメント　I_x

y〃　I_y

θ：ねじれ角

1らじあん $=\frac{180^\circ}{\pi}\times=\frac{180}{\pi}\theta$

$=57^\circ\cdot17'44''\cdot806\cdots\cdots.$

$\therefore\ \theta=\frac{Tl}{GJ}=\frac{Tl}{G}\frac{32}{\pi d_1^4}=\frac{Tl}{G}\frac{32\times57}{\pi d_1^4}=\frac{583Tl}{Gd^4}$

$$=\frac{583\mathrm{T}l}{\mathrm{G}(d_1^4-d_2^4)}\ (\text{中空軸})\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (6\cdot5)$$

$\frac{\theta}{l}$ ヲ振レ(Twist)ト云ヒ、GJ ヲ振リ剛サ(Torsional rigidity)ト云フ、振リ剛サハ振リ「モーメント」ト振レトノ比ナリ、

是ニ由リテ横斷面ガ圓ナル所ノ棒ガ單ニ一樣ナル振レ $\frac{\theta}{l}$「ラヂアン」ヲ生ズルニハ (6·1) ニヨリテ表ハサルル振リ「モーメント」T ヲ與フベキモノナリトノコトヲ知リタリ、之ヲ逆ニ云ヘバ振リ「モーメント」T ヲ與フレバ (6·1) ヨリ得ベキ $\frac{\theta}{l}$ ナル一樣ナル振レヲ惹キ起スベシ、

任意ノ半徑 r ノ位置ニ於ケル剪斷內力ハ

$$\tau=\mathrm{G}\frac{r\theta}{l}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (6\cdot6)$$

τ ノ最大値ハ中空軸ニ於テモ實體軸ニ於テモ

$$\tau_{\max.}=\mathrm{G}\frac{r_1\theta}{l}=\mathrm{G}\frac{d_1\theta}{2l}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (6\cdot7)$$

(6·1) ト (6·7) トニヨリ

$$\boxed{\tau_{\max.}=\frac{r_1\mathrm{T}}{\mathrm{J}}=\frac{d_1\mathrm{T}}{2\mathrm{J}}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (6\cdot8)$$

又 (6·1) ト (6·6) トヨリ

$$\frac{\tau}{r}=\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{J}}=\frac{\mathrm{G}\theta}{l}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (6\cdot9)$$

τ'_a ヲ許シ得ベキ剪斷內力ノ强サトスレバ振リ抵抗「モーメント」ハ

$$\mathrm{T}=\frac{\tau'_a\pi r_1^3}{2}=\frac{\pi}{16}d_1^3\tau'_a\ (\text{實體軸})\ \ldots\ldots\ldots\ (6\cdot10)$$

$$\mathrm{T}=\frac{\tau'_a\pi(r_1^4-r_2^4)}{2r_1}=\frac{\pi}{16}\frac{d_1^4-d_2^4}{d_1}\tau'_a\ (\text{中空軸})\ldots\ (6\cdot11)$$

$\frac{\theta}{l}$: 捩レ、単位長サノ捩レ角

曲ゲ抵抗「モーメント」ハ既ニ知ルノ如ク

$$M=\frac{\sigma'_a I}{e}=\frac{\frac{\pi}{64}d^4\sigma'_a}{\frac{1}{2}d}=\frac{\pi}{32}d^3\sigma'_a$$

若シモ假リニ $\tau'_a=\sigma'_a$ ナリトスレバ軸ノ振リ「モーメント」ニ抵抗スル强サハ曲ゲ「モーメント」ニ抵抗スル强サノ二倍トナル、

振レ角ニ制限ヲナス場合，即チ剛サ(Stiffness)ヨリ直徑ヲ定ムルニハ普通ハ直徑二十倍ノ長サニツキ振レ角ヲ 1° 以内トナス、(6·7) ニ於テ $l=20d$ ト置キ $\tau_{max.}$ ノ代リニ τ'_a ト置ケバ

$$\tau'_a=\frac{\pi dG}{180\times2\times20d}=\frac{G}{2292}$$

G ヲ次ノ如キモノトスレバ

鋼	$G=840{,}000$ kg/cm²	$\tau'_a=367$ kg/cm²
鍛鐵	$G=770{,}000$,,	$\tau'_a=336$,,
鑄鐵	$G=400{,}000$,,	$\tau'_a=175$,,

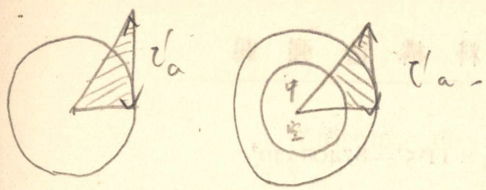
トナル、是等ノ値ハ剛サニヨリテ定メラレタルモノナリ、

例題一、 直徑 23 cm. ノ實體軸ヲ、最大剪斷内力ヲ變ズルコト無クシテ、外徑ト内徑トノ比ガ 2 ト 1 ナル如キ中空軸ト取リ換ヘントス、中空軸ノ内徑ト外徑ヲ求メ、尙是ニ由テ節約セラルル材料ノ百分比ヲ求ム、

實體軸ノ半徑，直徑ヲ夫々 r_0, d_0 トシ、中空軸ノ外半徑，内半徑ヲ夫々 r_1, r_2 トシ外直徑，内直徑ヲ夫々 d_1, d_2 トス、

$$d_0=23\text{ cm},\qquad r_0=11\cdot5\text{ cm}.$$

$$r_1=2r_2.$$



$$J_0=\frac{\pi}{2}r_0^4=\frac{\pi}{2}\times 11\cdot5^4=8740\pi\ \mathrm{cm}^4.$$

$$J=\frac{\pi}{2}(r_1^4-r_2^4)=\frac{\pi}{2}(16r_2^4-r_2^4)=7\cdot5\pi r_2^4\ \mathrm{cm}^4.$$

實體軸ノ最大剪斷內力ハ

$$\frac{r_0T}{J_0}=\frac{11\cdot5\,T}{8740\pi}$$

中空軸ノ最大剪斷內力ハ

$$\frac{2r_2T}{J}=\frac{2r_2T}{7\cdot5\pi r_2^4}=\frac{T}{3\cdot75\pi r_2^3}$$

是等兩式ヲ等シキモノトシテ

$$\frac{11\cdot5\,T}{8740\pi}=\frac{T}{3\cdot75\pi r_2^3}$$

$$\therefore\quad r_2^3=\frac{8740}{11\cdot5\times3\cdot75}=202\cdot7$$

$$\therefore\quad r_2=5\cdot87\ \mathrm{cm}.$$

$$\therefore\quad d_2=11\cdot74\ \mathrm{cm}.$$

$$d_1=23\cdot48\ \mathrm{cm}.$$

新舊兩軸橫斷面積ノ割合ハ

$$\frac{r_1^2-r_2^2}{r_0^2}=0\cdot782$$

故ニ材料ノ重量ハ約 21.8 % 輕クナルベシ、

例題二、 240 r.p.m. ニ於テ 10000 馬力ヲ傳達スベキ推進軸アリ、其ノ內直徑 15.2 cm. ナリ、最大剪斷內力ヲ 1575 kg/cm² 以內ナラシムルモノトシ、外徑ノ最小限度ヲ示セ、

$$1\ 馬力=75^{\mathrm{m.\,kg/sec.}}$$

$$=750^{\mathrm{m.\,kg/sec.}}$$

$$\boxed{T=\frac{75\times10^{6}}{2\pi\times\frac{240}{60}}=2.987\times10^{6}\ \text{kg. cm.}}$$

RPM

$$J=\frac{\pi}{32}(d_1^4-15.2^4)\ \text{cm}^4=\frac{\pi}{32}(d_1^4-53500)\ \text{cm}^4.$$

$$d_1=\frac{2J\tau_{\max.}}{T}$$

$$=\frac{2\pi(d_1^4-53500)\times1575}{32\times2.987\times10^{6}}$$

即チ

$$d_1=\frac{103.8}{10^{6}}(d_1^4-53500)$$

$$\therefore\quad d_1^4-9640d_1-53500=0$$

之ヲ解キテ

$$d_1\fallingdotseq 22.9\ \text{cm.}$$

七二、振リノ仕事、

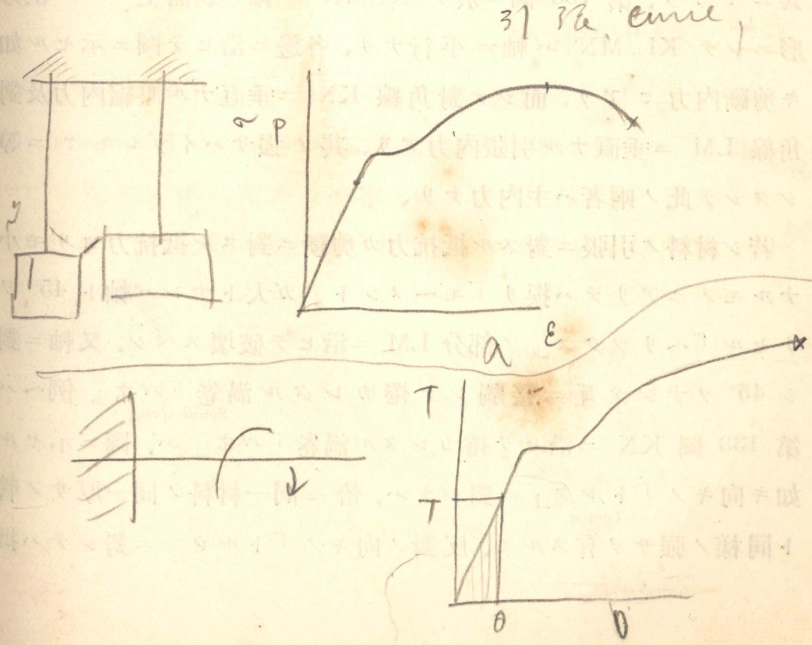
軸ノ一端ヲ固定シ他端ニ於テ軸ニ直角ナル面上ノ偶力ヲ與フルニ、其ノ「モーメント」ヲ零ヨリ次第ニ增加シテ T ニナルモノトスレバ、其ノ端ニ於ケル振レ角ハ零ヨリ次第ニ增シテ θ トナルベシ、彈性限界內ニ於テ此ノ仕事ハ軸全體ニ貯ヘラル「エネルギー」トナル、之ヲ W トスレバ

$$W=\frac{1}{2}T\theta$$

然ルニ

$$\theta=\frac{lW}{GJ}$$

故ニ



$$W=\frac{lT^2}{2GJ} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6\cdot12)$$

又

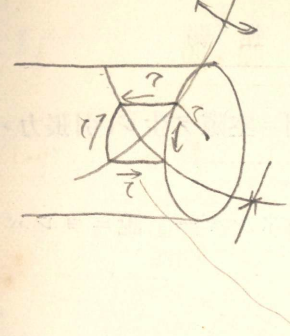
$$\theta=\frac{l\tau_{max.}}{Gr_1}$$

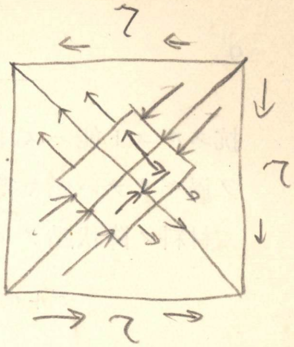
$$\therefore \quad W=\frac{lJ\tau^2_{max.}}{2Gr_1^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6\cdot13)$$

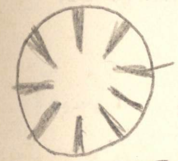
七三、振リニ基ヅク主內力、

横斷面ガ圓ナル場合、振リヲ受クル軸ノ任意ノ點ニ於ケル內力ハ、軸ニ直角ナル平面上ニ於テ其ノ點ヲ通ズル半徑ニ直角ナル方向ノ剪斷內力 τ ト、軸ヲ含ム平面上ニテ軸ニ平行ナル相互內力 τ トヨリ成ル、故ニ主內力面ハ是等ノ剪斷ノ平面ト 45° ヲ以テ交ハリ、主內力ノ一ハ引張內力、他ノ一ハ壓縮內力ニシテ其ノ大サハ共ニ τ ナリ、第 133 圖ニ於テ KLMN ハ軸ノ表面上ニアル正方形ニシテ KL, MN ハ軸ニ平行ナリ、各邊ニ沿ヒテ圖ニ示セル如キ剪斷內力 τ アリ、而シテ對角線 KN ニ垂直ナル壓縮內力及對角線 LM ニ垂直ナル引張內力アリ、其ノ强サハイヅレモ τ ニ等シクシテ此ノ兩者ハ主內力ナリ、

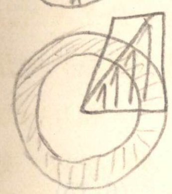
若シ材料ノ引張ニ對スル抵抗力ガ剪斷ニ對スル抵抗力ヨリモ小ナルモノニアリテハ振リ「モーメント」ガ大トナレバ軸ト 45° ヲナセル「ヘリックス」ノ部分 LM ニ沿ヒテ破壞スベシ、又軸ニ對シ 45° ヲナシテ互ニ接觸シテ捲カレタル渦巻「バネ」(Spiral spring)、例ヘバ第 133 圖 KN ニ沿ヒテ捲カレタル渦巻「バネ」ハ、圖ニ示セル如キ向キノ「トルク」(Torque) ニ對シテハ、恰モ同一材料ノ同一厚サノ管ト同樣ノ强サヲ有スルモ、反對ノ向キノ「トルク」ニ對シテハ抵



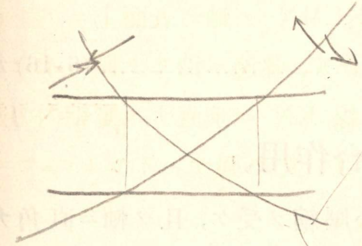




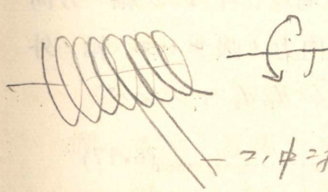
カクノ如ク木材ガ裂ケルノハ　コノ剪断内力ノ作用ノ結果
コノ場合ハ材料ノ繊維ヲ有ス、



コノ場合ハ ↓ナル方向ノ剪断内力ガ存在セヌ.
コノ場合大キシ.



コノ面ニテ破壊ス
コレハcompressionナル故破壊セヌ.
然シ脆キ材料ハコノ様ニ斜メニ
破壊ス.



コノ中ニ接続点カラセス　コノ力ナク　故ニコレニテ軸ノ代用トナル

抗スルコト能ハズ、隣接「コイル」間ニ空隙ヲ生ジ、引張力ハ空隙ヲ過ギリテハ働キ得ザルヲ以テナリ、

材料ノ降伏點ヲ σ_s トス、歪ミ「エネルギー」説ニヨレバ

$$\tau^2+\tau^2+\frac{2}{m}\tau^2=\sigma_s^2$$

$$\therefore \quad \tau=\sigma_s\sqrt{\frac{m}{2(m+1)}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot14)$$

$m=\frac{10}{3}$ トスレバ

$$\tau=0\cdot62\sigma_s$$

又

$$\sigma_s^2=\frac{m+1}{2m}\frac{d^2T^2}{J^2}$$

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{m+1}{2m}}\frac{d}{J}T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot15)$$

又最大剪斷內力說ニヨレバ

$$\tau=0\cdot5\sigma_s \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot16)$$

七四、振リト推力トノ聯合作用、

軸ガ其ノ長サニ沿ヒテ引張又ハ壓縮ヲ受ケ，且ツ軸ニ直角ナル面上ノ振リ作用トヲ同時ニ受クル場合ヲ考フ、今 P ヲ軸ノ方向ノ引張力トシ σ ヲ其ノ爲ニ起リタル引張內力ノ强サトス、軸ノ外半徑,內半徑ヲ夫々 r_1, r_2 トシ、直徑ヲ夫々 d_1, d_2 トスレバ

$$\sigma=\frac{P}{\pi(r_1^2-r_2^2)}=\frac{4P}{\pi(d_1^2-d_2^2)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot17)$$

實體軸ニツキテ $r_2=0,\ d_2=0$ ハト置クベシ。

次ニ振リ作用ニヨル最大剪斷內力ハ

$\sigma_1^2+\sigma_2^2-\frac{2}{m}\sigma_1\sigma_2=\sigma_s^2$ — σ_s ハ降伏點 stress

$\sigma_1=\tau \quad \sigma_2=-\tau$ ヲ代入スルト (6·14) ノ式ノ如シ

m ハ poisson ノ常数　metal ニテハ $\frac{10}{3}$

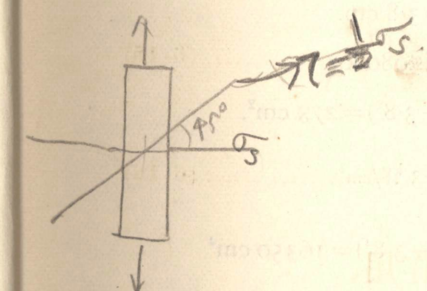
(6·14) ノ式ヲ自乘ス

$\sigma_s^2=\frac{2(m+1)}{m}\tau^2$　　$\tau=(6\cdot8)$ ヲ代入

$\tau_{max}=\frac{d_1T}{2J}$

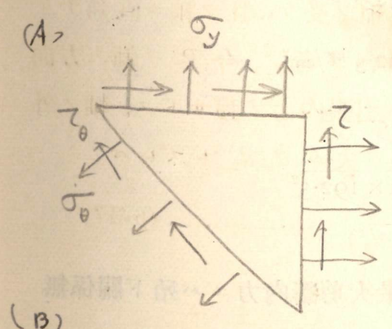
$\tau_{max}=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)$

$=\frac{1}{2}(\tau+\tau)=\tau=\tau_t=\frac{1}{2}\sigma_s$



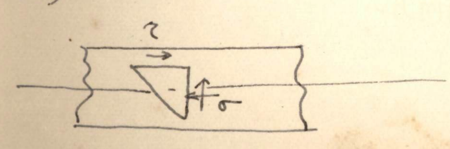
$\sigma_{1,2}=\frac{1}{2}(\sigma_x+\sigma_y)\pm\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau^2}$

$\tau_{max}=\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau^2}=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)$



(A) (B) ヲ比較スルト

$\sigma_x=\sigma \quad \sigma_y=0$



$$\tau_{\max.}=\frac{r_1 T}{J}=\frac{d_1 T}{2J} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6\cdot18)$$

又主内力ハ

$$\frac{\sigma}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2+4\tau^2_{\max.}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6\cdot19)$$

而シテ軸ノ最大剪斷内力ハ

$$\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2+4\tau^2_{\max.}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6\cdot20)$$

例題、 外直徑 20·3 cm., 内直徑 7·6 cm. ノ鋼軸アリ、3097 kg. m. ノ振リ「モーメント」ト 5080 kg. ノ推力トヲ受ク、最大剪斷内力ヲ求ム、

$$d_1=20\cdot3 \text{ cm.} \qquad r_1=10\cdot15 \text{ cm.}$$

$$d_2=7\cdot6 \text{ cm.} \qquad r_2=3\cdot8 \text{ cm.}$$

$$T=3097 \text{ kg. m.} \qquad P=5080 \text{ kg.}$$

$$F=\pi(r_1^2-r_2^2)=\pi(10\cdot15^2-3\cdot8^2)=278 \text{ cm}^2.$$

$$\sigma=\frac{P}{F}=-\frac{5080}{278}=-18\cdot3 \text{ kg/cm}^2$$

$$J=\frac{\pi}{2}(r_1^4-r_2^4)=\frac{\pi}{2}(10\cdot15^4-3\cdot8^4)=16350 \text{ cm}^4$$

振リノミニ基ク所ノ最大剪斷内力ヲ求ムレバ

$$\tau_{\max}=\frac{r_1 T}{J}=\frac{10\cdot15\times309700}{16350}=192\cdot5 \text{ kg/cm}^2$$

σ ヲ考慮シテ最大剪斷内力ヲ求ムレバ

$$\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}=\frac{1}{2}\sqrt{18\cdot3^2+4\times192\cdot5^2}$$

$$\fallingdotseq 192\cdot5$$

此ノ場合ニハ $\cancel{\delta}$ σ ヲ計算ニ入ルルモ最大剪斷内力ニハ殆ド關係無シ、

$$J=\frac{\pi}{2}(r_1^4-r_2^4)=\frac{\pi}{32}(d_1^4-d_2^4)$$

$$\tau=\frac{r_1 T}{J}=\frac{dT}{2J}$$

七五、振リト曲ゲトノ聯合作用、

此ノ場合ニハ

(i)　振リニ基ヅク剪斷內力、

(ii)　曲ゲニ基ヅク引張內力ト壓縮內力、

(iii)　曲ゲニ基ヅク剪斷內力、

ヲ綜合セルモノヲ考ヘ主內力ヲ求メザル可ラズ、(i) ハ半徑ニ比例スルガ故ニ中心ニ於テハ零ニシテ表面ニ於テ最大ナリ、(ii) ハ曲ゲガ鉛直面內ニ起ルモノトスレバ、最高位並ニ最低位ノ部分ニ於テ最大ニシテ、凹面ノ側ニテハ壓縮內力, 凸面ノ側ニテハ引張內力ナリ、中立面ニテハ零ナリ、(iii) ハ中立面ニテ最大ニシテ上下外側ニテハ零ナリ、軸ガ甚シク短キ場合ノ外ハ多クノ場合ニ於テ (iii) ハ考ヘザルモ可ナリ、

d ヲ直徑トス、橫斷面ノ慣性「モーメント」I ト極慣性「モーメント」J トノ間ニ此ノ場合ニハ次ノ關係アリ、

$$2I=J$$

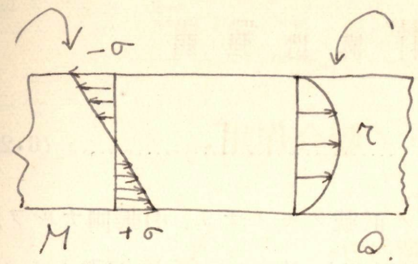
屈撓面ハ鉛直面ナリトシ、下方へ屈撓セルモノトス、「トルク」ヲ T トシ一樣ナル曲ゲ「モーメント」ヲ M トス、軸ノ最高位並ニ最低位ノ部分ノ受クル內力ハ

$$\sigma=\pm\frac{Md}{2I}=\pm\frac{Md}{J} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6{\cdot}21)$$

振リ作用ニ基デク最大剪斷內力ハ表面ニアリテ

$$\tau=\frac{Td}{2J}=\frac{Td}{4I} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6{\cdot}22)$$

軸ノ最低位ノ一點ニ於ケル主內力ハ



普通ノ場合ニハ M ニ対スル σ ニ比シ Q ニ対スル τ ハ問題ニナラナイ.

$$\frac{\sigma}{2}\pm\sqrt{\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot23)$$

此ノ式中ノ σ ハ (6·21) ノ正號ノモノナリ、引張側ナルヲ以テナリ、(6·23) ノ中ノ一ツハ引張內力,他ノ一ツハ壓縮內力ナリ、同樣ニシテ軸ノ最高位ノ一點ニツキテ主內力ヲ得ベシ、其ノ式ハ (6·23) ト同形ナルモ σ ハ (6·21) ノ中ノ負號ノモノナリ、是ニ由テ引張又ハ壓縮內力ノ數値ノ最大ナルモノヲ $\sigma_{max.}$ トスレバ

$$\sigma_{max.}=\frac{Md}{4I}+\sqrt{\frac{M^2d^2}{16I^2}+\frac{T^2d^2}{16I^2}}$$

$$=\frac{d}{4I}\left[M+\sqrt{M^2+T^2}\right] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot24)$$

又ハ

$$\sigma_{max.}=\frac{Md}{2J}+\sqrt{\frac{M^2d^2}{4J^2}+\frac{T^2d^2}{4J^2}}$$

$$=\frac{d}{2J}\left[M+\sqrt{M^2+T^2}\right] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot25)$$

(6·24) ト (6·25) トハ次ノ形ニ書キ換フルヲ得、

$$\sigma_{max.}=\left[\frac{M}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{M^2+T^2}\right]\frac{d}{2I}$$

$$=\frac{d}{2I}M'$$

$$\sigma_{max.}=\frac{d}{2J}\left[M+\sqrt{M^2+T^2}\right]$$

$$=\frac{d}{2J}T'$$

但シ

$$M'=\frac{1}{2}\left[M+\sqrt{M^2+T^2}\right] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot26)$$

$$T' = M + \sqrt{M^2 + T^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.27)$$

M' ヲ相當曲ゲ「モーメント」(Eqnivalent bending moment) ト云ヒ、T' ヲ相當振リ「モーメント」(Eqnivalent twisting moment) ト云フ、

$\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{4} + \tau_2}$ ハ $\dfrac{\sigma}{2}$ ヨリ大ナルヲ以テ (6.23) ノ與フル二ツノ主內力ハ異符號ナリ、破損ニ關スル各說ニツキ實驗セラレタルモノヲ考フルニ二ツノ主內力ガ異符號ノ場合ニハ最大主內力說ハ適切ナラズ、少クトモ延性ニ富ム材料ニツキテハ此ノ說ヲ適用スルコトハ安全ナラズ、最大剪斷內力說カ或ハ歪ミ「エネルギー」說ニヨルヲ可トス、最大剪斷內力ヲ求ムレバ

$$\sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} = \frac{d}{2J}\sqrt{M^2 + T^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.28)$$

$$= \frac{d}{2J}T''$$

但シ

$$T'' = \sqrt{M^2 + T^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.29)$$

T'' ハ最大剪斷內力說ヨリ考ヘタル相當振リ「モーメント」ナリ、

歪ミ「エネルギー」說ヲ採用スレバ

$$\sigma_1^{\,2} + \sigma_2^{\,2} - \frac{2}{m}\sigma_1\sigma_2 = \sigma_s^{\,2}$$

但シ σ_1, σ_2 ハ主內力, σ_s ハ材料ノ降伏點ナリ、

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$

是等ノ値ヲ上式ニ入レテ

$$\sigma^2 + \frac{2(m+1)}{m}\tau^2 = \sigma_s^{\,2}$$

然ルニ

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{m+1}{2m}}\,\frac{d}{J}\,T \;\cdots\cdots = \sigma_s^{\,2} = \frac{d^2}{4J^2}\,\frac{m+1}{2m}\,T'''^{\,2}$$

$$\sigma=\frac{\mathrm{M}d}{2\mathrm{I}},\qquad \tau=\frac{\mathrm{T}d}{4\mathrm{I}}$$

$$\therefore\quad \frac{d^2}{4\mathrm{I}^2}\left(\mathrm{M}^2+\frac{m+1}{2m}\mathrm{T}^2\right)=\sigma_s^2$$

歪ミ「エネルギー」說ニヨリ考ヘラルル相等振リ「モーメント」ヲ T''' トスレバ

$$\frac{d^2}{4\mathrm{I}^2}\left(\mathrm{M}^2+\frac{m+1}{2m}\mathrm{T}^2\right)=\frac{d^2}{4\mathrm{I}^2}\,\frac{m+1}{2m}\mathrm{T}'''^2$$

$$\therefore\quad \mathrm{T}'''=\sqrt{\frac{2m}{m+1}\mathrm{M}^2+\mathrm{T}^2}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (6\cdot30)$$

~~T''' ハ T'' ヨリ稍大ナリ、設計ノ安全ヨリ云ヘバ T'' ヲ採用スルヲ可トスベシ、~~

例題、 直徑 10 cm. ノ軟鋼軸アリ、155 kg. m. ノ「トルク」(Torque) ト 103 kg. m. ノ一樣ナル曲ゲ「モーメント」トヲ受ク、主內力ト最大剪斷內力トヲ求メ、尙最大主內力說, 歪ミ「エネルギー」說並ニ最大剪斷內力說ニヨリテ相當振リ「モーメント」ヲ求ム、

$$d=10\ \mathrm{cm}.$$

$$\mathrm{T}=155\ \mathrm{kg.\,m.}=15500\ \mathrm{kg.\,cm.}$$

$$\mathrm{M}=103\ \mathrm{kg.\,m.}=10300\ \mathrm{kg.\,cm.}$$

$$\mathrm{I}=\frac{\pi}{64}d^4=\frac{\pi}{64}\times10^4=156\cdot3\pi\ \mathrm{cm}^4.$$

$$\mathrm{J}=2\mathrm{I}=312\cdot6\pi\ \mathrm{cm}^4.$$

$$\sigma=\pm\frac{\mathrm{M}d}{2\mathrm{I}}=\pm\frac{10300\times10}{312\cdot6\pi}=\pm104\cdot8\ \mathrm{kg/cm^2}$$

$$\tau=\frac{d\mathrm{T}}{2\mathrm{J}}=\frac{10\times15500}{2\times312\cdot6\pi}=79\ \mathrm{kg/cm^2}$$

主內力ヲ求ムレバ

---

① $\sigma_{max}=\frac{d}{2J}T'\qquad T'=M+\sqrt{M^2+T^2}.$

之ヨリ降伏点附近迄利用シ得ル.

② 最大剪斷內力說

$\tau_{max}=\frac{d}{2J}T''\qquad T''=\sqrt{M^2+T^2}.$

③

Takenaka, Kojima, Hakamaili. (B & S), Sigulace, Yuya.
Nagoya, Enachu, Llosokan, Motitsuki,
Toeitoli, Masuki,

28 遊尾 ⟶ 遊居 ⟶ 名古屋
　　浦浪　　　瀬戸
29. —— 在名古屋 ~~30日~~ 29日夜 歸宅.

$$\sigma=\frac{Md}{2I},\qquad \tau=\frac{Td}{4I}$$

$$\frac{d^2}{I^2}\left(M^2+\frac{m+1}{}T^2\right)=\sigma_s^2$$

「ト」

スル

」ト

ト最

並ニ

岐阜縣大井町
大井ダム湖遊船株式會社

Sizulase, Uya, Nagoya, Takenaka, Kojima.
Enathu, Dosokai,

dosokai. +.

Koide.

~~Teitu~~, Takenami shrine. → keitu. → 小.

T.

Nagoya.

Uya. Ozone → Seto → $\boxed{\text{Fujimoto}}$ → obara. → $\boxed{\text{Uya}}$,
mizunami → ōgasale → nigi → Uya.

go to Sizulase, (B.) Yamara matuti. Koide | Maeuki with my father, at night.

Molitueking from fine hours.
visit to Takenaka, and Kojima, Nakamile (B. & S.)

Ja. Si | Jw. Se | Jw. Fi | Jw. Ni | Th. | Th. O | Th. Tu | Th. Th. | Th. Fo | Th. Fi | Th. Si

Mai. 12.25 —— Kyo 14.28 Kyo 7. — Nov. 10. Na 11. —— 0. 1.

① $\sigma_{max}=\frac{d}{2J}T'$ $\qquad T'=M+\sqrt{M^2+T^2}$.

之ヲ降伏点附近迄利用シ得ル.

② 最大剪断内力説

$\tau_{max}=\frac{d}{2J}T''$ $\qquad T''=\sqrt{M^2+T^2}$

τ_{max} —— τ_s（降伏点）迄用ヒ得ル.

$\tau_s=\left(\frac{1}{2}\sigma_s\right)=\frac{d}{2J}T''$

③ strain energe 説.

$\sigma_s=\sqrt{\frac{m+1}{2m}}\frac{d}{J}T'''$ $\qquad T'''=\sqrt{\frac{2m}{m+1}M^2+T^2}$.

$$\frac{1}{2}\sigma \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2} = \frac{1}{2}\times 104{\cdot}8 \pm \sqrt{\frac{104{\cdot}8^2}{4}+79^2}$$

$$= 52{\cdot}4 \pm \sqrt{2740+6250}$$

$$= 52{\cdot}4 \pm \sqrt{8990}$$

$$= 52{\cdot}4 \pm 94{\cdot}8$$

$$\therefore \quad \sigma_1 = 52{\cdot}4 + 94{\cdot}8 = 147{\cdot}2 \ \mathrm{kg/cm^2}.$$

$$\sigma_2 = 52{\cdot}4 - 94{\cdot}8 = -42{\cdot}4 \ \mathrm{kg/cm^2}.$$

最大剪斷內力 $= \sqrt{\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2} = 94{\cdot}8 \ \mathrm{kg/cm^2}$

横斷面ト主內力面トノ間ノ角ヲ求ムレバ

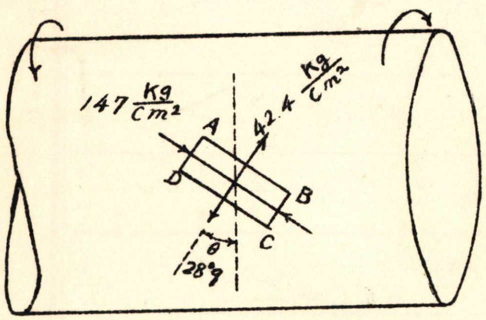
$$\tan 2\theta = \frac{2\tau}{\sigma} = \frac{2\times 79}{104{\cdot}8} = 1{\cdot}508$$

$$2\theta = 56^\circ 18', \qquad \theta = 28^\circ 9'$$

又ハ $\quad 2\theta = 236^\circ 18', \qquad \theta = 118^\circ 9'$

消略

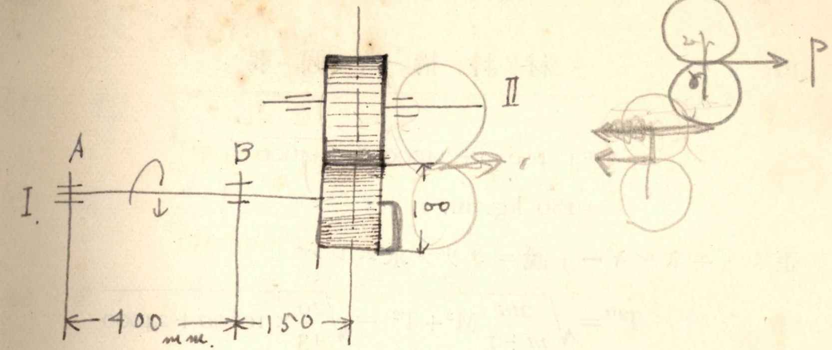
此ノ圖ハ軸ハ鉛直面ニテ下方ヘ屈撓セルモノトシテ上ヨリ見下シタル圖ナリ、從テ圖ニ示セル ABCD ニ於テ直接內力ノ數値ノ大ナルモノハ壓縮內力ニシテ小ナルモノハ引張內力ナリ、下方ニアル反對表面ニ於テハ數値ノ大ナルモノハ引張內力,小ナルモノハ壓縮內力トナル、



最大剪斷內力說ニヨリ相當振リ「モーメント」ヲ求ムレバ

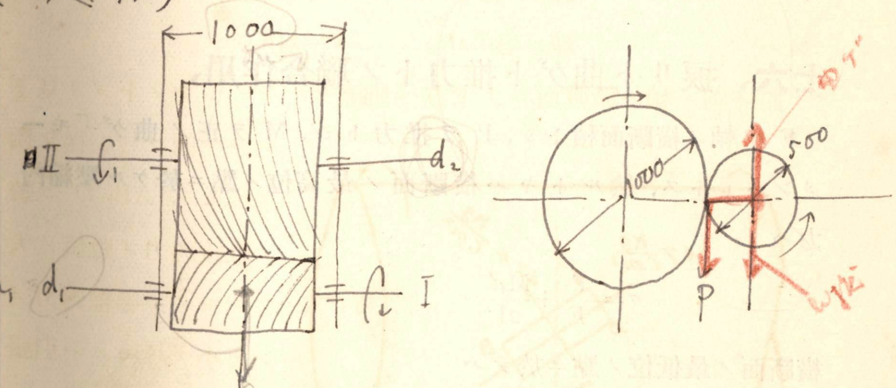
$$T'' = \sqrt{M^2+T^2} = \sqrt{103^2+155^2}$$

[問題 16.] P.77ノ設計公式ニヨリ解クベシ.



電動機A, Bノ動力ハ軸Iノ一端ニ取着ケラレタル歯車ニヨリ軸IIニ傳達サルヽモノトス 圖ハ之ヲ示ス.
今電動機ハ 15 HP 1200 R.P.M. ニシテ矢ノ方向ニ廻転スルモノトス. 軸Iノ直径ヲ決定セヨ
但シ $\sigma_a' = 700 \ \mathrm{kg/cm^2}$ $\tau_a' = 560 \ \mathrm{kg/cm^2}$ トス.

[問題 17]



H = 1200 HP ヲ傳フル Reduction gear ノ装置ノ $n_1 = 600$ R.P.M. ナルトキ d_1 及ビ d_2 ヲ求ム $\sigma_a' = 700 \ \mathrm{kg/cm^2}$ $\tau_a' = 560 \ \mathrm{kg/cm^2}$
尚自重ハ考ヘザルモノトス.

$d_1 = 4 \cdots$

$$=\sqrt{10600+24000}=\sqrt{34600}$$

$$=186 \text{ kg. m.}$$

歪ミ「エネルギー」說ニヨリテ求ムレバ

$$T'''=\sqrt{\frac{2m}{m+1}M^2+T^2}=\sqrt{\frac{20}{13}\times 10600+24000}$$

$$=\sqrt{16300+24000}=\sqrt{40300}$$

$$=201$$

T'' ト T''' ハ少シク差アリ、然ルニ最大主内力ニヨレバ相當振リ「モーメント」ハ

$$T'=M+\sqrt{M^2+T^2}$$

$$=103+186=289$$

T'', T''' ニ比シテ甚ダ大ナリ、

七六、振リト曲ゲト推力トノ聯合作用、

Fヲ軸ノ横斷面積トシ, Pヲ推力トシ, Mヲ正ノ曲ゲ「モーメント」トス、然ルトキハ横斷面ノ最高位ノ點ニ於ケル壓縮内力ハ

$$\sigma=\frac{P}{F}+\frac{Md}{2I}$$

横斷面ノ最低位ノ點ニ於テハ

$$\sigma=\frac{P}{F}-\frac{Md}{2I}$$

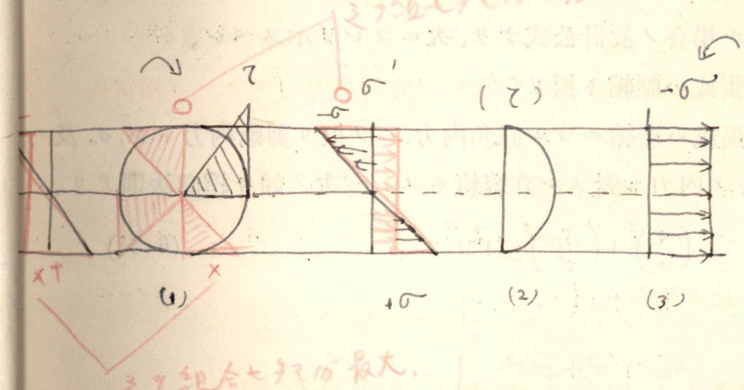
是ヨリシテ更ニ主内力ヲ求ムル手續ハ前節ノ場合ト同様ナリ、

(1) $\sigma_s=\frac{d}{2J}T'$ 289.

(2) $\sigma_s=\frac{d}{2J}(2T'')$ 186

(3) $\sigma_s=\frac{d}{2J}\left(2\sqrt{\frac{m+1}{2m}}T'''\right)=\frac{d}{2J}(1.612\,T''')$ 201

故ニオ(3)ノ順ガ安全ト言ヒ得ル。



七七、結合內力ノ問題ト設計公式、

松村博士ハ彈性破損ニ關シテ一ツノ學說ヲ立テ，結合內力ノ問題ニ關シテ內力ガ靜的並ニ動的ノ場合ニ就キ精密ナル設計公式ヲ與ヘラレタリ、我々ニ最モ必要ナルハ通常ノ軸ニ於テ振リ剪斷內力ト直角內力トガ同時ニ働キ且兩內力ノ中ノ一方或ハ兩者共同時ニ變動スル場合ノ設計公式ナリ、次ニコレヲ示スベシ、

(1) 引張或ハ壓縮ト捩リ、

σ ヲ引張或ハ壓縮ニヨル直角內力，τ ヲ振リ剪斷內力トシ，σ_a 及 τ'_a ヲ夫々ノ內力ニ對スル許容値トスレバ次ノ如キ楕圓法則アリ、

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_a}\right)^2+\left(\frac{\tau}{\tau'_a}\right)^2 \leqq 1 \quad \text{..............................} \quad (6\cdot31)$$

或ハ

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_a \geqq \sqrt{\sigma^2+4\alpha^2\tau^2} \\ \text{但シ} \quad \alpha=\dfrac{\sigma_a}{2\tau'_a} \end{array}\right\} \quad \text{..............................} \quad (6\cdot31')$$

(2) 曲ゲト捩リ、

曲ゲ內力 σ ト振リ剪斷內力 τ トノ關係モ (6.31′) ト同樣ナリ、即チ σ'_a ヲ許容曲ゲ內力トスレバ

$$\left.\begin{array}{l} \sigma'_a \geqq \sqrt{\sigma^2+4\alpha^2\tau^2} \\ \text{但シ} \quad \alpha=\dfrac{\sigma'_a}{2\tau'_a} \end{array}\right\} \quad \text{..............................} \quad (6\cdot32)$$

今曲ゲ「モーメント」M ト振リ「モーメント」T トガ直徑 d ナル軸ニ働クトキハ

$$\sigma=\frac{M}{\frac{\pi}{32}d^3}, \qquad \tau=\frac{T}{\frac{\pi}{16}d^3}$$

Bach ノ公式

$$M_e = 0.35M + 0.65\sqrt{M^2+(\alpha_0 T)^2}$$

$$\alpha = \frac{\sigma'_a}{1.3\tau'_a} \qquad \sigma'_a = \frac{M_e}{Z}$$

最大主歪說ヲ出發点トシテ出タ公式デアル、現在デハ之ヲ用ヒナイガ可デアル。之ハ最大主歪說ヨリ出發シタモノナルガ故ニ不可デアル。根本ガヨクナイ。現在各種ノ書ニ之ガ採用サレアリ。

ナルヲ以テ此等ノ値ヲ式 (6•32) ニ代入スレバ

$$\left.\begin{aligned} &\boxed{\frac{\pi}{32}d^3\sigma'_a \geqq \sqrt{M^2+\alpha^2T^2}} \\ &\text{但シ}\quad \alpha=\frac{\sigma'_a}{2\tau'_a} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6\text{•}32')$$

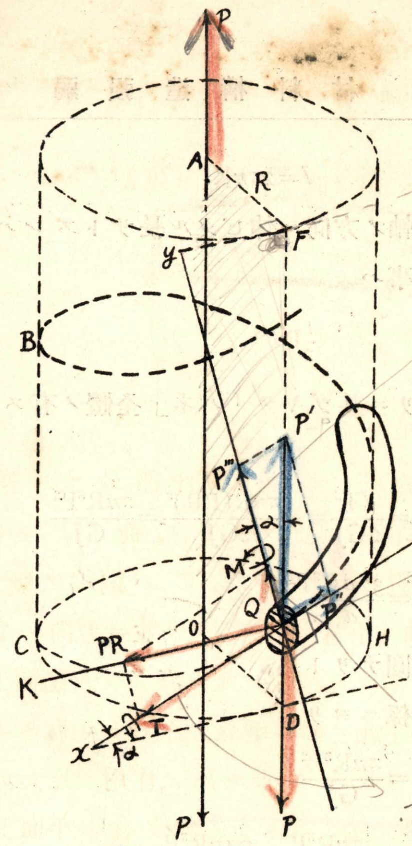
七八、「バネ」、

第 134 圖ニ於テ「コイル」ノ半徑 R ナル蔓卷「バネ」ノ軸ニ沿ヒ P ナル負荷ヲ與ヘタリトス、此ノ P ヲ偶力 PR ト他ノ一力 P′ トニテ置キ換フルヲ得, P′ ハ鋼線ノ斷面ノ中心ニ交ハリ、「バネ」ノ軸ニ平行ニシテ、大サ並ニ方向ハ負荷 P ト同一ナリ. P′ ヲ更ニ分解シテ鋼線ノ軸ニ直角ナル斷面上ノモノ、即チ其ノ面上ノ剪斷力ト此ノ面ニ垂直ナル力トニナスコトヲ得, P′ ノ是等ノ作用ハ偶力 PR ヨリ來ル所ノ作用ニ比シテ通常ハ之ヲ棄却ス、次ニ偶力 PR ハ、「バネ」ノ軸ヲ含ム平面上ニ存在スルモノナルガ、之ヲ亦二ツニ分解スルヲ得, 其ノ一ツハ鋼線ノ横斷面上ニアル偶力ニシテ其ノ斷面ニ於テハ振リ「モーメント」トシテ作用スルモノナリ. 他ノ一ツハ曲ゲ「モーメント」トシテ鋼線ノ曲率ヲ變ゼントスル所ノモノナリ.

「コイル」ガ密接シテ捲カレタル蔓卷「バネ」ハ、「バネ」ノ軸ガ「コイル」ノ面ニ垂直ナリト見做シ得ルモノナリ、斯クノ如キ「バネ」ニ於テハ PR ハ單ニ鋼線ノ横斷面ニ於テ振リ「モーメント」ヲ作用スルモノニシテ曲ゲ「モーメント」トシテノ作用ハ之ヲ無視シテ可ナリ、

第 135 圖ハ密接シテ卷カレタル蔓卷「バネ」ヲ示セルモノナリ、「コイル」ノ數ヲ n トシ鋼線ノ長サヲ l トスレバ

PRナル偶力ト P′ナル力トナル.



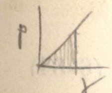
軸ニ対シテ垂直ナ断面ニアル力
剪断内力

P″ ノ軸方向ノ力、tension

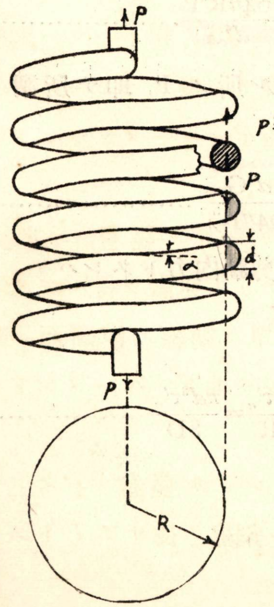
第134図

Bending moment ニナル.

T ノ vector ニ垂直ナ平面ノ moment ニナル.



$\frac{1}{2}Pd$



spring ガ密接シテ巻カレテアル
ハ α ハ 0 トナリ

PR

第135図　$l=2\pi R\cdot n$

p. 8,
(6.12)　$w=\frac{lT^2}{2GJ}$

$$l=2\pi n\mathrm{R}$$

δ ヲ「バネ」ノ軸ノ方向ニ伸ビタル長サトスレバ負荷 P ニヨリテ爲サレタル仕事ハ

$$\frac{1}{2}\mathrm{P}\delta$$

ナリ、然ルニ捩リニ基ヅキテ「バネ」全體ノ有スル歪ミ「エネルギー」ハ

$$\mathrm{U}=\frac{l\mathrm{T}^2}{2\mathrm{GJ}}=\frac{2\pi n\mathrm{R}(\mathrm{PR})^2}{2\mathrm{GJ}}=\frac{\pi n\mathrm{R}^3\mathrm{P}^2}{\mathrm{GJ}}$$

$$=\frac{32n\mathrm{R}^3\mathrm{P}^2}{d^4\mathrm{G}}$$

但シノ横斷面ハ圓ナリトス、

上ノ二ツノ關係ニヨリ

$$\frac{1}{2}\mathrm{P}\delta=\frac{\pi n\mathrm{R}^3\mathrm{P}^2}{\mathrm{GJ}}$$

coilノ巻数　P = 弾性限内

$$\therefore \quad (\text{タワミ})\ \boxed{\delta=\frac{2\pi n\mathrm{R}^3\mathrm{P}}{\mathrm{GJ}}=\frac{64n\mathrm{R}^3\mathrm{P}}{d^4\mathrm{G}}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot33)$$

$\delta=1$ ト置ケバ之ニ相當スル所ノ P, 即チ所謂「バネ」ノ剛サ (Stiffness) ヲ得、

$$\boxed{剛サ=\frac{\mathrm{GJ}}{2\pi n\mathrm{R}^3}=\frac{d^4\mathrm{G}}{64n\mathrm{R}^3}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot34)$$

τ'_a ヲ材料ニ許サルベキ最大剪斷內力トスレバ

$$\tau'_a=\frac{\mathrm{T}d}{2\mathrm{J}}=\frac{\mathrm{PR}d}{2\mathrm{J}}$$

$$\therefore \quad \mathrm{P}=\frac{2\mathrm{J}\tau'_a}{\mathrm{R}d}=\frac{\pi d^3\tau'_a}{16\mathrm{R}}=\frac{\pi d^3\tau'_a}{8\mathrm{D}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (6\cdot35)$$

但シ D＝2R ナリ、

又

$$\delta=\frac{64n\mathrm{R}^3\mathrm{P}}{d^4\mathrm{G}}$$

G：横弾性係数.

$$剛サ\quad\frac{d^4\mathrm{G}}{64n\mathrm{R}^3}$$

$$d=\sqrt[3]{\frac{8PD}{\pi\tau'_a}} \quad \cdots\cdots (6\cdot36)$$

又

$$\theta=\frac{Tl}{GJ}=\frac{16PDl}{G\pi d^4}\ \text{rad.}$$

鋼線ノ横斷面ガ正方形ナル「バネ」ニツキテハ「サン・ヴナン」(St. Venant)ノ實驗式アリ、横斷面ノ正方形ノ一邊ノ長サヲ s トスレバ

$$T=0\cdot208 s^3\tau'_a \quad \cdots\cdots (6\cdot37)$$

$$\frac{PD}{2}=0\cdot208\, s^3\tau'_a$$

$$\therefore \quad s=\sqrt[3]{\frac{PD}{2\tau'_a\times0\cdot208}} \quad \cdots\cdots (6\cdot38)$$

$$\theta=7\cdot11\frac{Tl}{Gs^4}=7\cdot11\frac{l}{Gs^4}\times\frac{PD}{2}\ \text{rad.}$$

$$\delta=\frac{D\theta}{2}=\frac{D}{2}\times\frac{7\cdot11\times PD}{2Gs^4}n\pi D$$

$$=5\cdot58\frac{nPD^3}{Gs^4} \quad \cdots\cdots (6\cdot39)$$

第七章
構造强弱

七九、平衡ノ根本原則、

一ツノ構造物ガ外力ノ作用ヲ受ケテ平衡ヲ保ツモノトスレバ是等外力（反力ヲ含ム）ノ間ニハ次ノ三ツノ平衡條件ガ成立セザルベカラズ、

(1)　是等ノ外力ノ垂直分力ノ總和ハ零ニ等シ，即チ

$$\boxed{\sum V=0}$$

(2)　是等ノ外力ノ水平分力ノ總和ハ零ニ等シ，即チ

$$\boxed{\sum H=0}$$

(3)　是等ノ力ノ作用面(Plane of action)内ニアル任意ノ點ニ關スル是等ノ力ノ「モーメント」ノ總和ハ零ニ等シ，即チ

$$\boxed{\sum M=0}$$

此場合普通ノ組ミニモ適用

構造物全體トシテ此ノ三條件ガ成立スルト同時ニ其ノ結構内ノ任意ノ一點，例ヘバ接合點(joint)ニ就キテモ亦同樣ニ其ノ接合點ニ働ク外力ト其ノ接合點ニ集マル部材(member)ニ働ク力（本章ニテハコレヲ便宜上應力ト呼ブコトトス）トノ間ニ此ノ三ツノ平衡條件ガ成立スベク，更ニ平衡ニアル構造物ヲ任意斷面ニテ切斷シテ考フレバ其ノ斷面ノ左右何レノ側ノ部分ニ就イテ考フルモ其ノ側ノ構造物ニ働ク外力ト其ノ斷面ニテ切ラレタル部材ノ應力トノ間ニ同樣ノ三條

件ガ成立スベキナリ、若シ此ノ條件ガ成立セザレバ前述ノ接合點ノ場合ナラバ此ノ接合點ガ移動スル如キ不都合ヲ生ズベク，又斷面ニ就イテ考フレバ其ノ切斷セラレタル構造物ノ片側ガ移動シ又ハ回轉スベク，斯クノ如キ事ナク平衡ニ存在スル爲ニハ此ノ三條件ガ成立セザルベカラズ、今此ノ原則ヲ說明スル爲ニ第 136 圖ヲ採リテ考フルニ圖示ノ橋梁結構全體ニ就イテ平衡條件ヲ示セバ

梁ナレバ成立スル條件、

$$\sum V=A+B-P_1-P_2-P_3-P_4=0$$

$$\sum H=0$$

及「モーメント」ノ任意中心ヲ支點 B ニ採リ此ノ B ニ對スル外力ノ「モーメント」ヲ計算シ

$$\sum M=Al-P_1b_1-P_2b_2-P_3b_3-P_4b_4=0$$

コレガ平衡ノ三條件ナリ、

次ニ接合點ニ於ケル平衡ノ條件ヲ示ス例トシテ前掲結構ヲ採リ，其ノ接合點（支點）A ニ作用スル部材應力ト外力トノ間ノ平衡ヲ考ヘンニ第 137 圖ニ示ス如ク反力 A，部材應力 S_1，及 S_2 ノ三力ガ存在スルヲ以テ平衡條件ハ

$$\sum V=A+S_1\cos\varphi=0$$

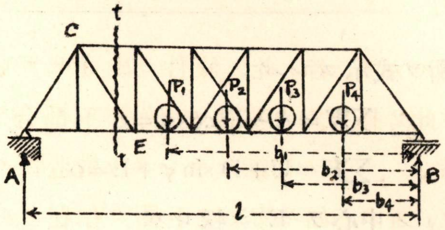
此ノ式ヲ立ツル時ニハ應力ハ正負何レトモ不明ナルヲ以テ便宜上假ニ正ト假定シテ式ヲ立テタリ、同樣ニ

$$\sum H=S_1\sin\varphi+S_2=0$$

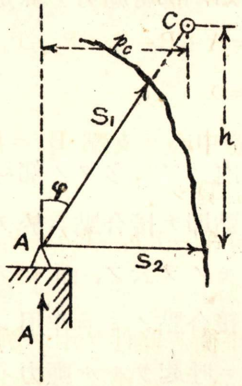
C ニ對スル「モーメント」ヲ採リ

$$\sum M=Ap_c-S_2h=0$$

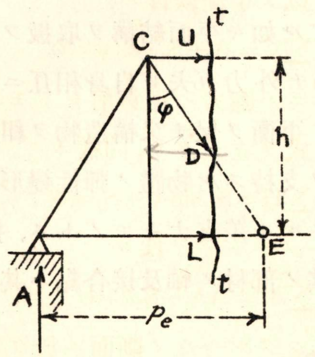
次ニ任意ニ假定シタル一ツノ斷面ニ於ケル平衡條件ヲ說明スル例トシテ第 138 圖ニ於テ tt ナル斷面ヲ假定スレバ其ノ左右何レノ側ヲ考フルモ上述三條件ガ成立セザルベカラズ、假ニ其ノ左側



第136図



第137図



第138図

ニ於ケル平衡ヲ式示スレバ

$$\sum V = A - D\cos\varphi = 0$$

$$\sum H = U + D\sin\varphi + L = 0$$

「モーメント」ノ中心ヲ E ニ採レバ

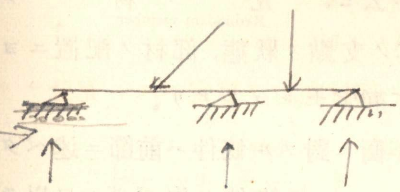
$$\sum M = Ap_e + Uh = 0$$

以上立テタル數式ハ未知ノ部材應力ヲ算定スルニ充分ナリ、

八〇、平面結構、

平面結構（Plane framed structure）トハ一平面内ニアル多クノ部材ノ結合體ニシテ其ノ部材ノ軸ハ其ノ部材ノ交點即チ接合點ニ於テ摩擦ナキ「ピン」ニヨリテ結合セラルル如キモノヲ云フ、而シテ斯クノ如キ平面結構ニ働ク總テノ外力ガ其ノ接合點ノミニ作用シテ居ルモノト假定スレバ其ノ場合ニ此ノ部材ニ呼起サルル應力ハ總テ其ノ軸ノ方向ニ沿フ應力從ツテ直角内力ノミニシテ引張内力カ壓縮内力カノ二ツヲ出ヅルコトナシ、而シテ此ノ結構ノ總テノ部材ノ軸及外力ガ何レモ同一平面内ニアル如キ平面結構ヲ取扱フニ際シ次ノ如キ假定ヲナスモノトス、即チ外力ガ夫レ自身相互ニ平衡ニアリ同時ニ又外力ト内應力トニテ平衡ヲ保チ又構造物ヲ組織スル材料ノ彈性變形並ニ其ノ構造物ヲ支持スル物體ノ彈性變形ハ何レモ極メテ小ナルヲ以テ之ヲ無視スルモ差支ナキモノトス、換言スレバ結構ガ荷重ヲ受ケタル後モ其ノ部材ノ軸及接合點ハ其ノ位置ヲ變ゼザルモノト假定ス、

一般ニ構造物ハ之ヲ靜力的ニ考ヘテ靜定（Statically determinate）ト不靜定（Statically indeterminate）トニ區別スルコトヲ得, 構造物ガ單構ニシテ



不静定桁

(静定ノ定義)

一般ニ静力的ニ考察シテ任意ノ桁ノ反力ヲ決定スルニハ平衡ノ三條件

$\Sigma H=0.\quad \Sigma V=0\quad \Sigma M=0$

ガ存スルヲ以テ未知数ガ三個ナラバ之ハ静力的ニ決定セラル、若シ三個ヨリ多クノ未知数ガ存在スルトキハコノ三條件ノミニテハ不定ナリ。

三個ヨリ多クノ未知数ヲ有スル beam ヲ不静定桁ト云ヒ 三個以下ナルモノヲ静定桁トイフ 即チ一般ニ桁ヲ分ケテ静定ト不静定トス

其ノ反力條件ガ三個ヨリモ多キ場合ニハ其ノ構造物ハ外的不静定(Externally statically indeterminate)ナリト云ヒ，又反力ハ静定ナリトスルモ其ノ結構ガ静的平衡ニ對シテ必要以上ノ部材ヲ有スル時ハ内的不静定(Internally statically indeterminate)ナリト云ヒ，冗材(Redundant member)ヲ有スルヲ意味ス、更ニ構造物ハ其ノ支點ノ狀態，部材ノ配置ニヨリテハ外的ニモ内的ニモ同時ニ不静定ナルコトアリ、

構造物全體トシテ静的平衡ニ對スル條件ハ前節ニ述ベタル如ク $\sum H=0$, $\sum V=0$, $\sum M=0$ ノ三條件ヲ出デザルヲ以テ此ノ三條件ノミヲ以テシテ外力（支點反力ノ如キ）ガ求メ得ラレザレバ外的不静定トナリ，更ニ此ノ三條件ニテハ其ノ部材ノ應力ガ求メ得ラレザル如ク部材ガ配置サレタル場合ハ内的不静定トナル、次ニ外力ノミガ平衡ニ無キ時又ハ外力ト部材應力トノ間ニモ平衡ノ成立セザル時アリトセバ其ノ場合此ノ構造物ハ不安定(Statically unstable or statically underdeterminate)ナリト云フ、

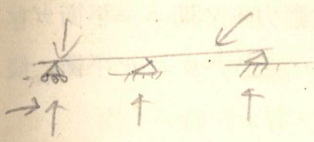
以上ノ説明ヨリ明ラカナル如ク構造物ガ若シ静的平衡ノ三條件ノミヲ以テ反力ヲ決定シ得ル時ハ外的静定ナリ、又内的ニ云ヒテ或一ツノ結構ニ於テ其ノ一點ニ結合サルル一對即チ二部材宛ヲ順次除去シテ行ケバ最後ニ一個ノ三角形ガ殘ル如ク三角網ガ配置サレタル場合ハ此ノ構造物ハ内的静定ナリ，即チ三角形ハ静定結構ニ對スル要素ト見ルコトヲ得、

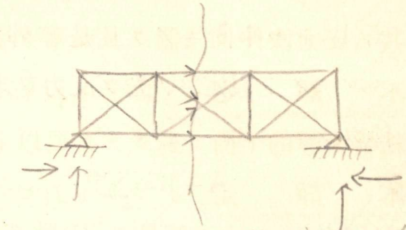
八一、静定結構ニ於ケル内應力ノ算定、

(1) 切斷法(Method of section)、

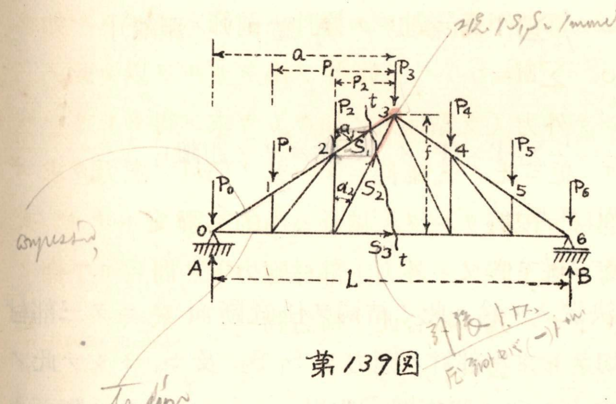
第 139 圖ニ示ス小屋組(Roof truss)アリテ各接合點ニ荷重 $P_0, P_1, \ldots\ldots P_6$, ヲ有スルモノトス、此ノ場合ノ荷重即チ $P_0, P_1, \ldots\ldots$ ト支點反力

反力ノ定マラザルモノ　外的不静定
反力ハ定マリタルモ内的　内的……

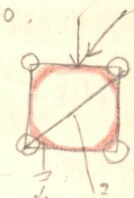




コノ切断デハ四ツノ力ハ求メ得ナイ
コレ内的不静定也



第139図

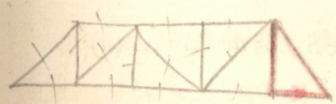


load ガ進行スル. 又逆ニナル.

コレガ tension ヲ受ケレバ コレハ compression ニナル.

之ヲ太クスレバ tension ニ耐ヘ, compression ニモ耐ヘ 一本デ可.

細ケレバ二本作リ, 一本ハ tension ニ耐フ.



A, B トハ平衡ニアリ且是等外力ト部材應力トノ間ニモ平衡ガ存スルモノト假定ス、先ヅ反力ヲ求メンニハ $\sum V=0$ ナル平衡ノ條件カラ

$$A+B=\sum P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

又 $\sum M=0$ ナル條件ヲ B 點ヲ原點トシテ式示スレバ

$$Al-\sum\{P\times(\text{B 點ヨリノ距離})\}=0$$

$$\therefore \quad A=\frac{1}{l}\sum\{P\times(\text{各 P ノ A 點ヨリノ距離})\}$$

全ク同樣ニ

$$B=\frac{1}{l}\sum\{P\times(\text{P ノ A 點ヨリノ距離})\}$$

又ハ簡單ニ式 (a) ヨリ

$$B=\sum P-A$$

次ニ內應力ヲ決定スル爲ニ此ノ結構ヲ任意斷面 tt ニテ三部材ヲ切斷シ, 其ノ切ラレタル部材ノ應力ヲ S_1, S_2, 及 S_3 トシテ此ノ應力ト等シキ力ヲ夫々其ノ切斷點ニ作用セシムレバ, 此ノ斷面カラ何レカ一方ノ部分ヲ取去ルモ殘リノ部分ハ其ノ位置ニ於テ平衡ヲ保ツベキ筈ナリ、今圖上 tt 斷面ニヨリ切斷サレタル結構ノ左側部分ヲ考フルニ外力ハ反力 A 及荷重及 P_0, P_1 及 P_2 ノ四力, 內應力ハ S_1, S_2 及 S_3 ノ三力ニシテ, 是等七ツノ力ガ靜的平衡ヲ保ツベキ筈ナリ、而シテ平衡ノ條件ハ前述ノ如ク三個ナルヲ以テ, 見出スベキ應力ノ數ガ三個ヨリ多カラザル場合ニハ容易ニ之ヲ求メ得ラル、斷面 tt ヨリ左側ノ結構部分ニ對シ $\sum V=0$ ナル條件ヲ式示スレバ

$$A-P_0-P_1-P_2+S_1\cos\alpha_1+S_2\cos\alpha_2=0 \quad \ldots (a)$$

更ニ $\sum H=0$ ナル條件ヨリ

$$S_1 \sin \alpha_1 + S_2 \sin \alpha_2 + S_3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

次ニ $\sum M = 0$ ナル條件ヲ用ヒテ式ヲ立ツル場合ニ於テ,「モーメント」ノ中心ヲ S_1 ト S_2 トノ交點即チ接合點 3 ニ擇ベバ S_1 ト S_2 トノ此點ニ對スル「モーメント」ハ零トナルヲ以テ式ハ簡單トナル, 即チ此ノ斷面 tt ノ左側ニ於ケル力ノ「モーメント」ヲ採リ $\sum M = 0$ ヲ書ケバ

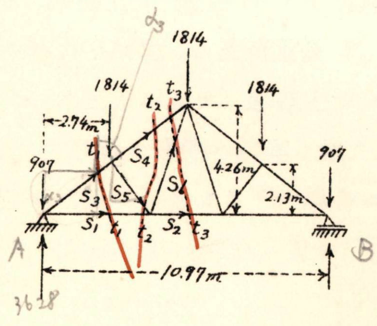
$$Aa - P_0 a - P_1 p_1 - P_2 p_2 - S_3 f = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (c)$$

此ノ (a), (b) 及 (c) ノ三式ヲ用ヒ三ツノ未知數 S_1, S_2 及 S_3 ヲ求ムル事ハ容易ナリ、而シテ此ノ事實ハ何レノ斷面ニ對シテモ同樣ナリ、

此ノ式ヲ立ツル時ニハ未知應力ハ總テ之ヲ張力ト考ヘ斷面ニ向ヒテ作用スルモノトシテ式ヲ立テ其ノ數値ヲ計算シタル結果其ノ値ガ正ナラバ其ノ假定シタル所ハ正シク應力ガ張力ナリシコトヲ示シ, 若シ求メタル數値ガ負ト表ハルレバ其ノ假定ハ反對ニシテ即チ應力ハ壓力ナリシコトヲ示ス、

例題、 圖ニ示ス小屋組ノ各部材應力ヲ求ム、

解、



部材 $S_1, S_2, \ldots\ldots, S_6$ ガ垂直線トナス角ヲ $\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots, \alpha_6$ トスレバ

$$\sin\alpha_1=\sin\alpha_2=1,\qquad \cos\alpha_1=\cos\alpha_2=0,$$

$$\sin\alpha_3=\sin\alpha_4=0{\cdot}790,\qquad \cos\alpha_3=\cos\alpha_4=0{\cdot}614,$$

$$\sin\alpha_5=0{\cdot}614,\qquad \cos\alpha_5=0{\cdot}790,$$

$$\sin\alpha_6=0{\cdot}247,\qquad \cos\alpha_6=0{\cdot}969$$

今 S_1 及 S_3 ヲ切斷スル如キ斷面 t_1t_1 ヲ作リ此ノ斷面ヨリ左ノ結構ニ對スル平衡式ヲ立ツレバ次ノ二式ヲ得、

$$S_1+S_3\sin\alpha_3=0$$

$$A-907+S_3\cos\alpha_3=0$$

$A=3628$ ヲ挿入シテ之ヲ解キ

$S_3=-4430$ kg.（壓力），$S_1=+3500$ kg.（張力）　ヲ得、

次ニ S_1, S_5 及 S_4 ヲ切ル斷面 t_2t_2 ヲ假定シ同様ニシテ

$$S_1+S_5\sin\alpha_5+S_4\sin\alpha_4=0$$

$$3628-907-1814-S_5\cos\alpha_5+S_4\cos\alpha_4=0$$

ヲ得、コレニ既知ノ S_1 ヲ挿入シテ解ケバ

$S_4=-3320$ kg.（壓力），$S_5=-1430$ kg.（壓力）　ヲ得、

更ニ S_2 及 S_6 ヲ求ムルタメニ S_2, S_6 及 S_3 ヲ切ル t_3t_3 斷面ヲ假定シ

$$S_2+S_6\sin\alpha_6+S_4\sin\alpha_4=0$$

$$3628-907-1814+S_6\cos\alpha_6+S_4\cos\alpha_4=0$$

ヲ得、之ヲ解キテ

$S_2=+2330$ kg.（張力），$S_6=+1570$ kg.（張力）　ヲ得、

(2) 力率法、
Method of moment

本法ハ第三ノ平衡條件 $\sum M=0$ ノミニ據リテ解カントスル方法ニシテ力率中心ヲ適當ニ擇ビ此ノ方法ノミヲ順次適用シテ總テノ部材ノ應力ヲ見出スモノナリ、此ノ場合モ前ト同ジク未知應力

ハ總テ張力ト假定ス、第 139 圖ニ於テ求メタル式 (c) ヲ見レバ此ノ式ハ單ニ S_3 ナル未知數ノミヲ有スルヲ以テ此ノ一式ノミニヨリテ S_3 ヲ求メ得ラルルコトハ明ナリ、全ク同樣ニ同圖ニ就キテ S_2 ノミヲ含ム式ヲ立ツルニハ力率中心ヲ S_3 ト S_1 トノ交點ナル支點 A ニ選ベバ可ナリ、此ノ場合ニハ S_1 ト S_3 トノ A 點ニ對スル「モーメント」ハ何レモ零トナルヲ以テナリ、

一般ノ方法ヲ述ベンニ,先ヅ三部材ヲ切ル如キ斷面ヲ假定シ,其ノ部材ノ中何レカ應力ヲ求メントスル以外ノ二部材ノ交點ニ「モーメント」ノ中心ヲ選ビ,未知應力ヲ張力ト假定シテ此ノ斷面ノ左右何レカノ側ニアル外力ト今求メントスル應力トノ力率方程式ヲ立ツレバ可ナリ、

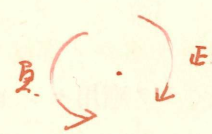
今若シ作リタル斷面ガ二部材ノミヲ切ル如キ場合ニハ力率中心ハ今應力ヲ求メントスル部材ノ上ニアラザル限リ他ノ部材ノ上ノ何處ニトリテモ差支ナク,唯挺率 Leverage ノ長サノ明カナル所ヲ選ベバ可ナリ、

若シ作リタル斷面ガ未知ノ三部材ヨリ多クノ部材ヲ切ル如キ場合ニハ此ノ方法ハ用フルコトヲ得ズ、

「モーメント」ノ式ヲ立ツル時ニ力ガ力率中心ニ對シテ右廻リヲナス如キ場合ニハ之ヲ正ト考ヘ,之ニ反スル場合ニハ負ト考フルコトハ一般ノ通則ナリ、

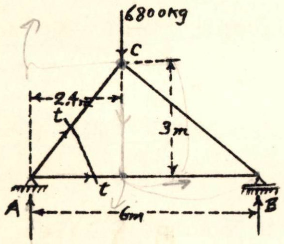
此ノ方法ヲ用フル困難ハ挺率長ノ決定ガ困難ナルコトニ存ス、コレヲ求ムルニハ幾何學的ニ又三角術的ニ行ヒ得ルモノナルモ其ノ計算ハ場合ニヨリテハ面倒ナリ、即チ如何ナル結構ニモ用ヒラルベキ一般的方法無ク,其ノ最モ廣ク推奬サルル方法ハ先ヅ結構圖ヲ精密ニ紙上ニ畫キ,其ノ圖上ニテ挺率長ヲ測ル、別ニ計算

moment / arm.



ヨリ之ヲ求メタル場合ニモ斯ク圖式的ニ照査スルヲ可トス、斯ノ如キ困難アルヲ以テ普通ハ挺率長ガ容易ニ求メ得ラレテ簡單ニ力率法ノ適用シ得ル部材ニ對シテノミ此ノ方法ヲ用ヒ，他ノ部材ニシテ挺率ノ求メ難キモノニハ切斷法其ノ他ヲ適用スルヲ可トス、

例題、 圖ニ示ス如ク頂點ニ荷重 6800 kg. ヲ有スル三角單構アリ，水平抗張材 AB ノ應力ヲ求ム、



解、 支點反力ハ

$$A=\frac{1}{6}(6800\times3.6)=4080\text{ kg.}$$

$$B=6800-4080=2720\text{ kg.}$$

斷面 tt ノ左側ニ就テ頂點 C ニ對スル「モーメント」ヲトリ

$$A\times2.4-AB\times3=0$$

$$\therefore\quad AB=\frac{A\times2.4}{3}=\frac{4080\times2.4}{3}=3264\text{ kg.}\ (張力)$$

(3) 分解法、
Method of resolution of forces

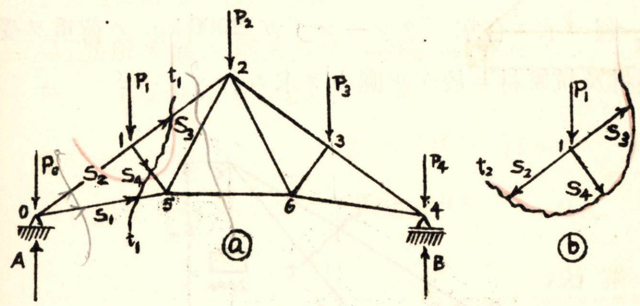
此ノ方法ハ平衡條件ノ第一及第二ノミヲ應用セントスルモノナリ，第 140 圖ニ示ス斷面 t_1t_1 ヲ以テ三部材ヲ切リ其ノ未知應力ヲ S_1, S_4 及 S_3 トシ，其ノ各部材ノ垂直トナス角ヲ α_1, α_4 及 α_3 トス、然ル時ハ平衡條件ヨリ

$$\sum H=S_1\sin\alpha_1+S_4\sin\alpha_4+S_3\sin\alpha_3=0$$

$$\sum V=A-P_0-P_1+S_1\cos\alpha_1-S_4\cos\alpha_4+S_3\cos\alpha_3=0$$

尙 (*b*) 圖ニ示ス如ク接合點 1 ノ周圍ニ斷面 t_2t_2 ヲ考ヘ其ノ部材 S_2, S_4 及 S_3 ヲ切ル時之等ヲ張力ト假定シ

$$S_3\sin\alpha_3+S_4\sin{}_4-S_2\sin\alpha_2=0$$



第 140 図

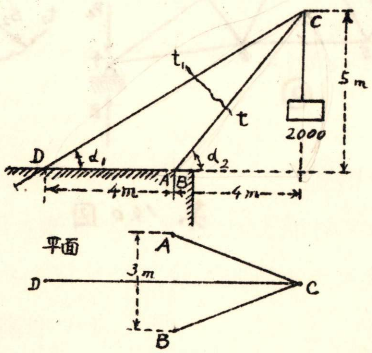
ΣH=0

ΣV=0,

$$S_3 \cos\alpha_3 - P - S_4 \cos\alpha_4 -- S_2 \cos\alpha_2 = 0$$

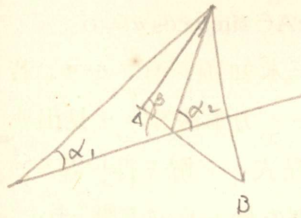
此ノ何レノ場合ニ於テモ何レモ三未知項ヲ有スルモ，若シ其ノ内何レカ一ツノ應力ガ他ノ方法例ヘバ力率法等ニテ見出サレタルトキハ殘リノ二力ハ此ノ二ツノ方程式ニテ解キ得ル譯ナリ、然ルニ結構ニ於テ其ノ兩端ノ支點ヨリ解キ始ムレバ支點ニハ二部材ガ存スルノミナルヲ以テ二方程式ヲ立ツルコトニヨリ其ノ應力ガ決定セラルベク，此ノ點ヨリ始メ順次上述ノ方法ヲ應用シテ進メバ未知三力ノ内ノ一ツハ既知トナリ其ノ結果平衡條件ノ第一及第二式ヲ用フルノミニシテ別ニ第三式ヲ用ヒズシテ殘リノ二未知應力ヲ求ムルコトヲ得、

例題、 圖ニ示ス合掌(Shear leges)「クレーン」ガ 2000 kg. ノ荷重ヲ受ケタル時抗張材及抗壓材ニ於ケル應力ヲ求ム、



解、 荷重及部材配置ハ抗張材 CD ヲ含ム垂直面ニ對シテ對稱的ナルヲ以テ斷面 *tt* ヲ假定シテ其ノ上方ヲ考ヘ次ノ二方程式ヲ得、

$$\sum V = 2000 + CD \sin\alpha_1 + 2AC \sin\beta \sin\alpha_2 = 0$$



$$\sum H = CD\cos\alpha_1 + 2AC\sin\beta\cos\alpha_2 = 0$$

然ルニ部材長ヨリ

$$\sin\alpha_1 = \frac{5}{\sqrt{8^2+5^2}} = 0{\cdot}530, \qquad \cos\alpha_1 = \frac{8}{\sqrt{8^2+5^2}} = 0{\cdot}848$$

$$\sin\alpha_2 = \frac{5}{\sqrt{4^2+5^2}} = 0{\cdot}781, \qquad \cos\alpha_2 = \frac{4}{\sqrt{4^2+5^2}} = 0{\cdot}625$$

$$\sin\beta = \frac{\sqrt{4^2+5^2}}{\sqrt{4^2+5^2+1{\cdot}5^2}} = 0{\cdot}974$$

（AB 線ト AC 材トノ間ノ實角ヲ β トス）

之等ノ値ヲ挿入シテ

$$2000 + 0{\cdot}530\,CD + 1{\cdot}520\,AC = 0$$

$$0{\cdot}848\,CD + 1{\cdot}216\,AC = 0$$

二式ヲ解キテ

$AC = BC = -2627$（壓力），　$CD = +3762$（張力）

八二、結構應力ノ圖式算定法、

結構ガ其ノ接合點ニノミ荷重ヲ受ケタル時ニ各部材ニ生ズル應力ハ張力又ハ壓力ヲ出ヅルコト無キヲ以テ結構ノ部材ハ抗張材(Tie)カ然ラズンバ抗壓材(Strut)ナリ、

結構ノ上側線即チ一方ノ支點ヨリ他方ノ支點ニ及ブ上側線ヲ構成スル部材ヲ上弦材(Upper chord)ト云ヒ，同樣ニ一支點ヨリ他支點ニ及ブ下側線ヲ下弦材(Lower chord)ト云フ、次ニ上弦ノ格點ト下弦ノ格點トヲ結合スル部材ヲ復材(Web member or brace)ト云ヒ，其ノ垂直ナルカ傾斜セルカニヨリテ垂直材(Vertical member)又ハ斜材(Diagonal member)ト云フ、結構部材ノ應力ヲ求ムル圖式的方法ヲ列擧スレバ下ノ如シ、

(1)「クールマン」ノ切斷ノ方法、
Culmann

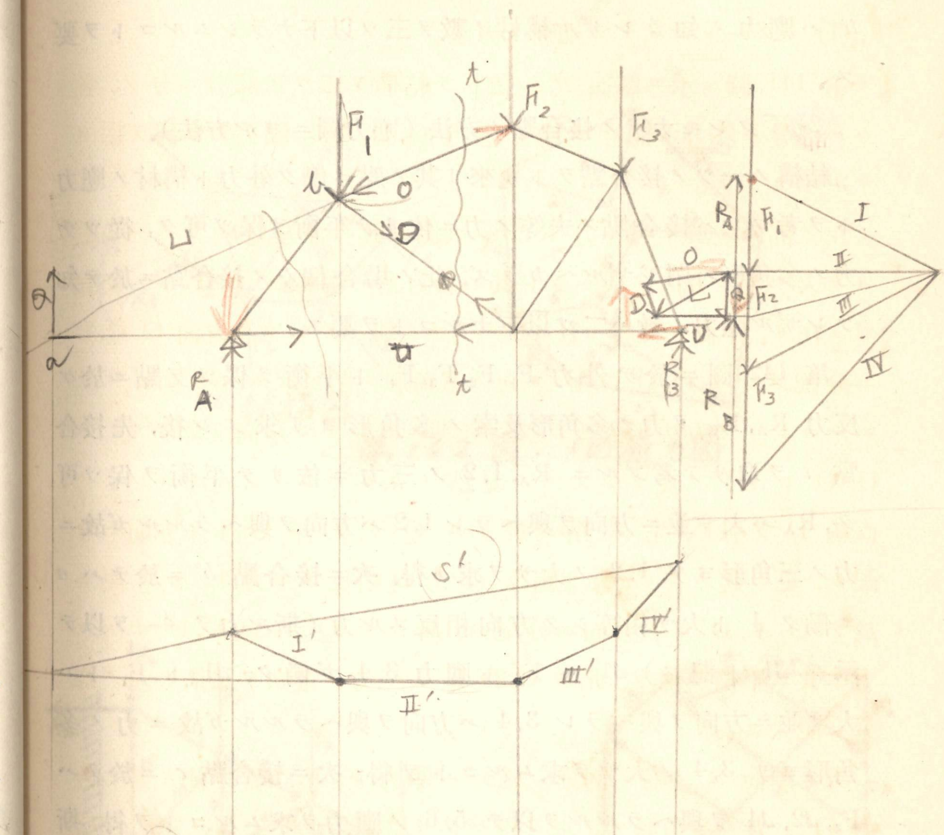
第141圖ニ示ス斷面 tt ニ依リテ結構ヲ二ツノ部分ニ分ツ、各々ノ部分ハ外力ト構材ニ働ク應力 O, D, U ニ依リテ平衡ヲ保タザルベカラズ、

左ノ部分ニ於テハ外力 R_A, F_1 ガ働キ其ノ合力 Q ハ力ノ三角形ヨリ大サ並ニ方向ヲ與ヘラレ其ノ着力點ハ索線 S′ ト II′ トノ交點 a ニ在リ、平衡ノ條件ヨリ Q ヲ三ツノ與ヘラレタル方向 O, D, U ニ分配スレバ Q, O, D, U ノ力ノ多角形ハ閉ジザルベカラズ、「クールマン」ノ方法ニ依リテ二ツ宛與ヘラレタル方向（即チ Q ト U, O ト D）ヲ交ラシメソノ交點ヲ a, b トシ「クールマン」ノ直線 L ヲ引ク、先 A 點ニ於ケル Q ヲ L ト U トノ方向ニ分配シ, 更ニ其ノ L ト大サ相等シク方向相反スル力 L ヲ b 點ニ於テ O ト D トノ方向ニ分配ス、斯シテ Q ハ O, D, U ナル三力ト共ニ平衡ヲ保ツ、此ノ O, D, U ノ三力ノ方向ヲ結構ノ左ノ部分ニ記入ス、

次ニ斷面 tt ノ右ノ部分ニ於テハ外力 F_2, F_3, R_B ガ働キ其ノ合力 Q′ ハ力ノ多角形ヨリ求メ得ベク Q ト大サ相等シク方向相反ス、其ノ着力點ハ索線 S′ ト II′ トノ交點ニシテ Q ノ着力點ト一致ス、故ニ Q′ ヲ「クールマン」ノ直線 L ヲ用ヒテ O, D, U ノ方向ニ分配スレバ左ノ場合ト大サ相等シク方向相反スルコトヲ知ル、此ノ場合ノ三力ノ方向ヲ結構ノ右ノ部分ニ記入ス、斯クシテ構材ノ各々ニ働ク應力ハ一對ノ矢頭ヲ以テ示サレ, O ハ壓力, D 及 U ハ張力ヲ受ク、

「クールマン」ノ方法ハ任意ノ構材ニ働ク應力ヲ求ムルニ適シ, 他ノ方法ニヨリテ求メシ場合ノ吟味ヲ行フコトモ容易ナリ、斷面

[第141圖]



R_A・R_B ヲ求ム.

tt ハ應力ノ知ラレザル構材ノ數ヲ三ツ以下ナラシムルコトヲ要ス、

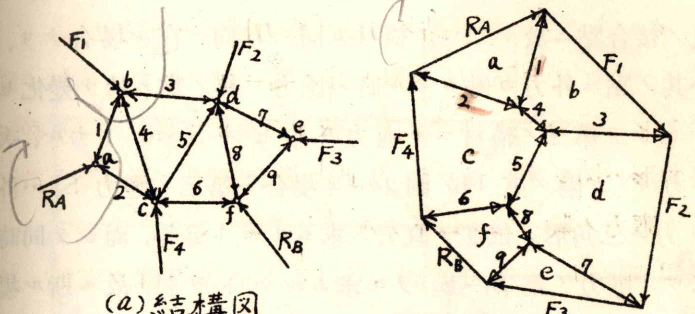
(2) 「クレモナ」ノ接合點ノ方法（應力圖ニヨル方法）、
Cremona

結構ノ一ツノ接合點ヲトリ來リ其ノ點ニ働ク外力ト構材ノ應力トヲ考フレバ接合點ハ夫等ノ力ニ依リテ平衡ヲ保ツ可ク，從ツテ力ノ多角形ハ閉ジザルベカラズ、此ノ場合個々ノ接合點ニ於テ知ラレザル應力ノ數ハ二ツ以下ナルコトヲ要ス、

第 142 圖ニ於テ外力 F_1, F_2, F_3, F_4 ト平衡ヲ保ツ支點ニ於ケ反力 R_A, R_B ヲ力ノ多角形及索ノ多角形ヨリ求メシ後，先接合點 a ヲ取リテ考フルニ R_A, 1, 2 ノ三力ニ依リテ平衡ヲ保ツ可ク，R_A ハ大サ並ニ方向ヲ與ヘラレ 1, 2 ハ方向ヲ與ヘラルルガ故ニ力ノ三角形ヨリ 1, 2 ノ大サヲ求メ得、次ニ接合點 b ニ於テハ a ニ働ク 1 ト大サ相等シク方向相反スル力（斯ル力ヲ ← ヲ以テ示シ $\Delta 1$ ト記ス）$\Delta 1$ ト F_1 ト應力 3, 4 ガ働ク、$\Delta 1$ ト F_1 トハ大サ並ニ方向ヲ與ヘラレ 3, 4 ハ方向ヲ與ヘラルルガ故ニ力ノ多角形ヨリ 3, 4 ノ大サヲ求ムルコトヲ得. 次ニ接合點 c ニ於テハ $F_4, \Delta 2, \Delta 4$ ヲ與ヘラルルヲ以テ 5, 6 ノ應力ヲ求ムルコトヲ得、斯シテ順次接合點ニ同一ノ方法ヲ繰返シテ應力 7, 8, 9 ヲ求ムルコトヲ得、

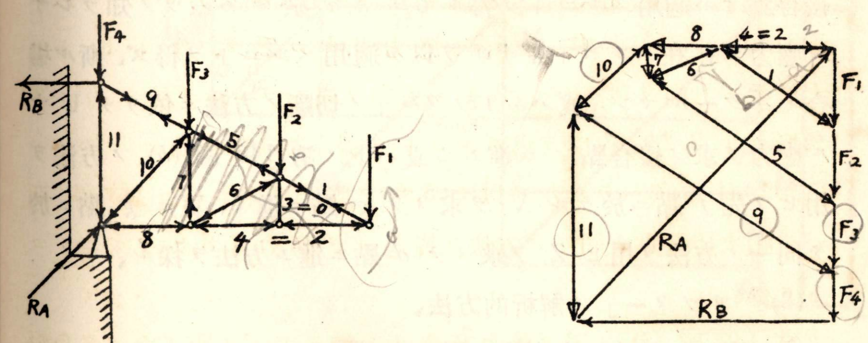
第 142 圖 (b) ニ示ス外力及應力ヲ總テ表ハス所ノ力ノ多角形ヲ「クレモナ」ノ應力圖ト稱ス、「クレモナ」ノ應力圖ニ於テハ一ツノ回轉ノ向キヲ以テ閉ジザルベカラズ、且各接合點ニ於ケル力ノ多角形モ亦同一ノ回轉ノ向キヲ以テ閉ジザルベカラズ、
Cremona's stress diagram

上ノ例ニ於テハ構材ハ總テ壓力ヲ受クルコトニナルモ第 143 圖及第 144 圖ニ示ス例ニ於テハ構材中或モノハ張力ヲ受ケ，或モノ



(a)結構図

第142図　(b)應力図



第143図

ハ壓力ヲ受ク、

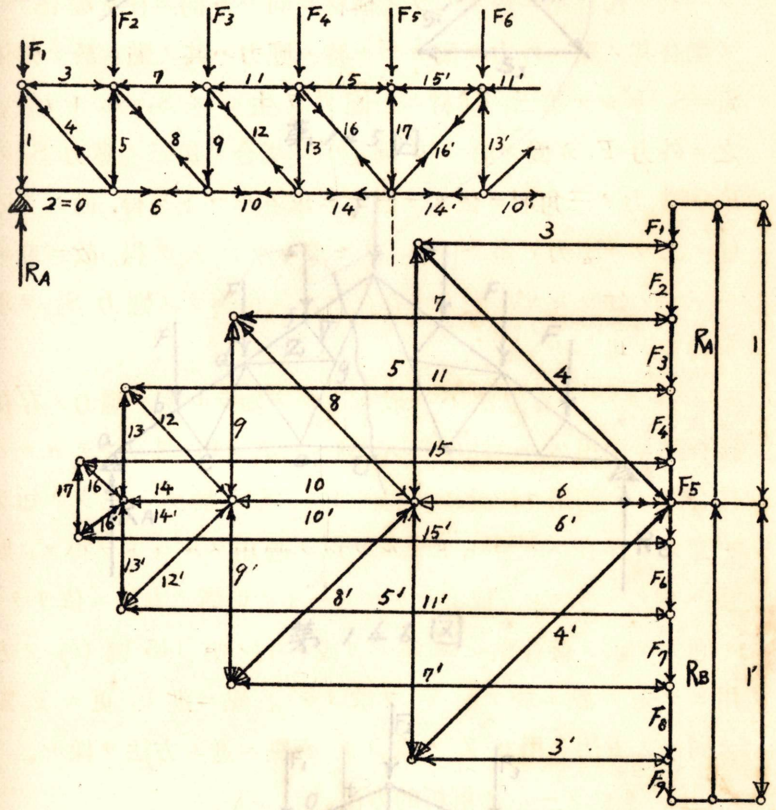
斯ル方法ニ於テ屢々起ル特別ノ場合ハ第 145 圖 (*a*) ニ示ス如ク一ツノ接合點ニ於テ二ツノ構材ガ同一方向ニ在ル場合ナリ、此ノ場合其ノ點ニ外力ガ働カザル時ハ應力ハ其ノ點ニ於テ變化セズ $S_1=S_2$ ニシテ第三ノ構材ニハ應力ヲ生ゼズ $S_3=0$ トナル、次ニ之ニ外力 F ガ働ク第 145 圖 (*b*) ノ場合ハ第三ノ應力 S_3 ハ外力 F ヨリ力ノ三角形ニ依リテ直チニ求ムルコトヲ得, 而シテ同時ニ他ノ二ツノ應力ノ差 S_1-S_2 ヲモ求ムルコトヲ得, 故ニ斯ル場合ハ三ツノ知ラレザル應力ノ存在スルニモ拘ラズ應力 S_3 ヲ求メ得ル特別ノ場合ナリ、

「クレモナ」ノ方法ハ一般ニ三ツノ知ラレザル應力ノ存在スル接合點ニ適用スルコトヲ得ズ、例ヘバ第 146 圖ニ於テ *a*, *b*, *c* ナル接合點ニハ適用スルコトヲ得ルモニ *d*, *e* 於テハ三ツノ知ラレザル應力ガ存在スルコトトナルヲ以テ適用スルコトヲ得ズ、斯ル場合ハ「クールマン」或ハ「リッター」(Ritter) ノ切斷ノ方法ニ依リテ U ナル應力ヲ求メ接合點 *e* ニ進ムカ或ハ上ノ第 145 圖 (*b*) ノ方法ヲ用ヒテ先 *f* 點ニ於ケル V ヲ求メテ *g* 點ニ進ミ, 更ニ *g* 點ニ於テ同一ノ方法ヲ用ヒ Z ヲ求メテ *d* 點ニ進ム方法ヲ採ル、

(3) 「リッター」ノ解析的方法、

コノ方法ハ前述ノ力率法ト同一ナリ、

三ツノ一點ニ會セザル構材ヲ切ル一ツノ斷面 *tt* ニ依リテ結構ヲ二ツノ部分ニ分チ, 其ノ一方ヲ取リ來リ切斷サレシ構材ノ軸方向ニ働ク應力ヲ O, D, U トス (第 147 圖)、應力ハ常ニ張力ニ對スル方向ヲ有スルモノト假定シ計算ノ結果應力ガ正ノ記號ヲ以テ表ハサル場合ハ此ノ假定ト一致シ構材ニハ張力ガ働キ, 負ノ記號



第 144 図

ハ壓力ヲ受ク。

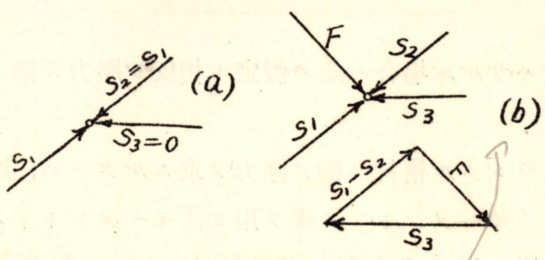
前ノ方法ニ於テ屢々起ル特殊ノ場合ハ第 145 圖 (a) ニ示ス如ク一ツノ接合點ニ於テ二ツノ構材ガ同一方向ニ在ル場合ナリ。此ノ場合其ノ點ニ外力ガ働カザル時ハ應力ハ其ノ點ニ於テ變化セズ $S_1=S_2$ ニシテ第三ノ構材ニハ應力ヲ生ゼズ $S_3=0$ トナル。更ニ之ニ外力 F ガ働ク第 145 圖 (b) ノ場合ハ第三ノ應力 S_3 ハ外力 F ト共ニ力ノ三角形ヲ作ルコトニヨリ求ムルコトヲ得、而シテ同時ニ他ノ二ツノ應力ノ差 S_1-S_2 ヲモ求ムルコトヲ得。故ニ斯ル場合ハ二ツノ知ラレザル應力ガ存在スルニモ拘ラズ應力 S_3 ヲ求メ得ル特別ノ場合ナリ。

クレモナノ方法ハ一般ニ多クノ知ラレザル應力ノ存在スル接合點ニ適用スルコト能ハズ。例ヘバ第 146 圖ノ屋根構ニ於テ a, b, c, d ナル接合點ニ適用シ得ルモ、此ノ點ニ於テハ三ツノ知ラレザル應力ノ存在スルヲ以テ前ノ方法ヲ適用スルコト能ハズ。斯ル場合ハ「クールマン」法又ハ「リッター」法ニ據リテ U ナル應力ヲ求メ接合點 g ニ至ル力或ハ上ノ第 145 圖 (b) ノ方法ヲ用ヒ先ヅ f 點ニ於ケル V ヲ求メテ g 點ニ進ミ、更ニ g 點ニ於テ前ノ方法ヲ用ヒ Z ヲ求メテ d 點ニ進ム方法ヲ採ル。

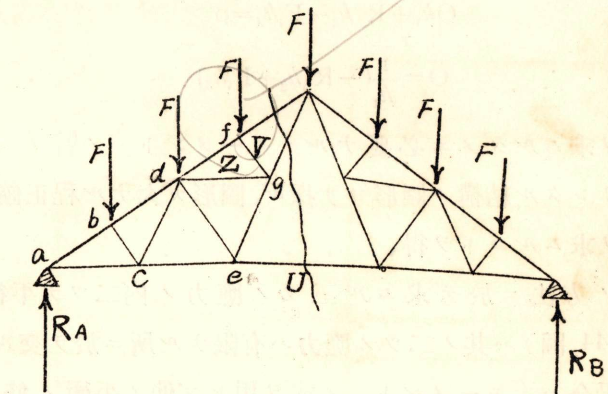
(ニ)「リッター」ノ解析的方法。

コノ方法ハ前述ノ力學的方法ト異リ、

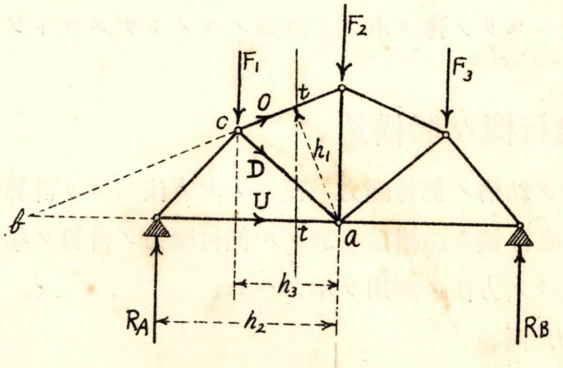
三ツノ一點ニ會セザル構材ヲ切ル一ツノ斷面 tt ニ依リテ結構ヲ二ツノ部分ニ分チ、其ノ一方ヲ取リ來リ切斷サレシ構材ノ軸方向ニ働ク應力ヲ O, D, U トス（第 147 圖）。應力ハ常ニ張力ニ對スル方向ヲ有スルモノト假定シ計算ノ結果應力ガ正ノ記號ヲ以テ表ハサル場合ハ此ノ假定ト一致シ構材ニハ張力ガ働キ、負ノ記號



第145図



第146図



第147図

ヲ以テ表ハサルル場合ハ此ノ假定ト相反シ壓力ガ働クモノト了解ス、

切斷セラレタル構材ニ働ク應力ヲ求ムルタメニ，其ノ平衡ノ條件トシテ「モーメント」ノ式ヲ用ヒ，「モーメント」ノ軸ヲ二ツノ構材ノ交點ニ採ル、即チ第 147 圖ニ於テ O ヲ求ムルタメニ D, U ノ交點 a ヲ採リ「モーメント」ノ式ヨリ

$$\mathrm{O}h_1+\mathrm{R_A}h_2-\mathrm{F_1}h_3=0$$

$$\therefore \quad \mathrm{O}=\frac{1}{h_1}(-\mathrm{R_A}h_2+\mathrm{F_1}h_3)$$

a点ニ於ケル bending moment ナルヿ

應力ヲ求ムルタメニ必要ナル「モーメント」ノ臂 h ハ尺度ヲ以テ示サレタル結構ノ圖形ヨリ採ル、圖形ガ大ナル程正確ナル h ノ長サヲ求ムルコトヲ得、

此ノ方法ニ於テ求ムル三ツノ應力ノ內二ツガ平行ナル場合(第 144 圖)ハ其ノ二ツノ應力ハ有限ナル所ニ於テ交ルコトナシ、斯ル場合ハ「モーメント」ノ式ヲ用ヒズ他ノ平衡ノ條件ヲ用フ、例ヘバ此ノ二ツノ應力ニ直角ナル方向ノ分力ノ代數的總和ハ零ニ等シ、次ニ切斷ガ四ツノ構材ヲ切ル場合ニハ其ノ一ツニ働ク應力ヲ他ノ切斷ニヨリテ豫メ求メテ既知ノモノトナスコトヲ要ス、

八三、飛行機々體構造、

上述ノ如ク結構ノ部材應力ハ種々ナル方法ニヨリ計算スルコトヲ得、次ニ飛行機々體構造ニ於ケル部材應力ノ計算ノ場合ヲ例ニトリテコレラノ方法ノ應用ヲ示スベシ、

(1) 應力圖、

或構造物ノ個々ノ部材應力ヲ決定スル場合ニ於テ應力圖ヲ用フ

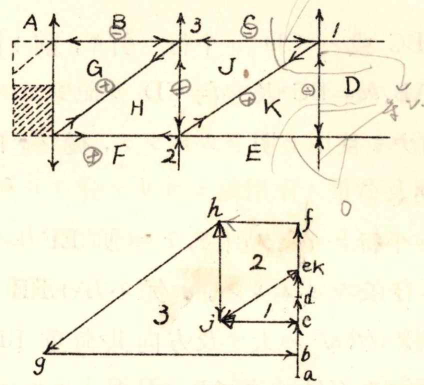
ルコトヲ最モ便トス、

第 149 圖ハ圖ノ如ク垂直方向ニ反力ヲ受クル複葉飛行機ノ立面圖ノ半分ヲ示ス、使用文字ハ「ボウ」(Bow)ノ記號ヲ用フ、即チ文字ハ部材間ノ空間及荷重ノ作用線ニヨリテ分タレタル空間ニ入ルルモノトス、例ヘバ右上ノ支點ニ於ケル垂直反力ハ反力 CD トシテ記シ，中間ニ存在スル翼間ノ柱ニ働クカハ荷重 HJ ト呼ビテ可ナラン、以下同様トス、

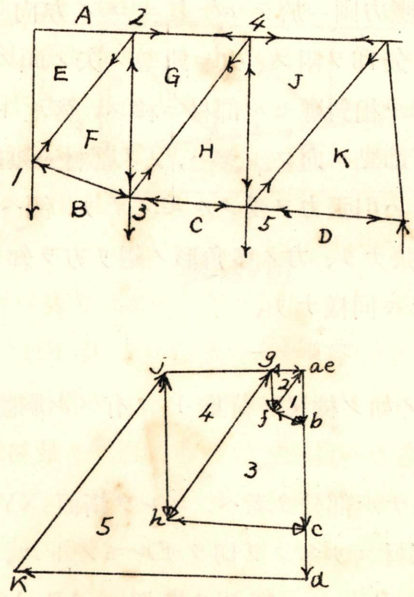
先ヅ外力ヲ或都合ヨキ寸法ニテ *af* 線上ニトル、コノ尺度ニテハ *ab* ハ反力 AB ヲ示ス、他モ同様ナリ、

反力 DE ヨリ始ムレバ，右下角ノ KED ハ反力 DE トソレニ對應スル KD ニ於ケル大サ等シク方向反對ナル推力ニヨリ明ラカニ釣合ヲ保ツ、而シテ KE ハ外力 DE ノ線ト直角ヲナスヲ以テ荷重ヲ受クルコトナシ、從ツテ *d* ヨリ垂直線上ニ DK ニ對應スル長サ *dk* ヲトレバ *dk* ハ大サ及方向共推力 KD ヲ表ハス、*k* ハ明ラカニ *e* ト一致ス、次ニ *k* ヨリ KJ ニ平行ニ *kj* ヲ引ケバ *kj* ハ荷重 KJ ノ方向ヲ示ス、ソノ大サヲ見出スニハ，JC ニ平行ニ *jc* ヲ引キ *jk* ト *j* ニテ會セシム、然ルトキハ *jk* ハ大サ及方向共荷重 KJ ヲ表ハス、同様ニ *jc* ハ JC ヲ表ハス、又 *hj* ヲ HJ ニ，*fh* ヲ FH ニ平行ニ引ケバ荷重 JH 及 FH ノ大サ及方向ヲ得、同様ニシテ GB, HG ヲ見出スコトヲ得、カクシテ應力圖ヲ得、凡テノ部材應力ノ實際ノ値ハ應力圖ヨリ最初外力ヲ書キタル寸法ニテ讀取ルコトニヨリ求ムルコトヲ得、

次ニ胴體ノ計算法ヲ示ス、第 150 圖ハ胴體ノ前半ノ側面圖ニシテ發動機等ニヨル荷重ハ AB, BC 及 CD ニシテ互ニ平行ニ働クモノトス、



第149図



第150図

abcd ヲ AB, BC 或ハ CD ニ平行ニ引キ，前ト同様ニ適當ナル寸法ニテ *ab*＝AB, *bc*＝BC 及 *cd*＝CD ヲ記シック、

AE ニハ荷重ナキコトハ明ラカニシテ，從ツテ內力線圖ニ於テ *e* ハ *a* ト一致ス、

b ヨリ BF ニ平行ニ *bf* ヲ引キ，*e* ヨリ EF ニ平行ニ *ef* ヲ引キテコレヲ *f* ニテ交ラシムレバ，*aebf* ハ AEFB 點ニ對スル力ノ多角形ナルヲ以テ *bf*, *ef* ハ大サ及方向共荷重 BF, FE ヲ表ハス、*ch* ヲ CH ニ，*gh* ヲ GH ニ平行ニ引キ，カクシテ組梁(Truss)ノ部材應力ノ凡テヲ決定スルコトヲ得、

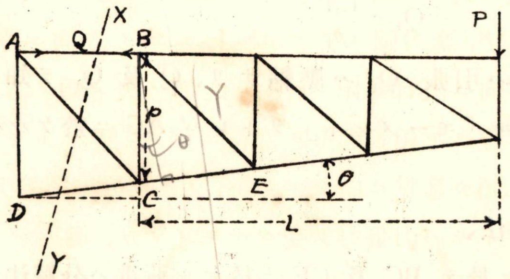
部材應力ガ引張ナルカ或ハ壓縮ナルカヲ見分クルニハ次ノ如キ簡單ナル規則ニ從ヘバ可ナリ、今 AEFB ヲ考フ、反力 AB ハ垂直ニ下向ニシテ，應力圖ニ於テ *ab* 上ニコノ方向ニ矢印ヲ附ス、多角形ニ同方向ニ矢印ヲ附ス、次ニ此等ノ矢ノ頭ノ方向ヲ今考ヘツツアル點ニ會スル相對應セル部材ニ移ス、然ルトキ若シ部材ニ附シタル矢ノ頭ガ節點ニ向フトキハ，ソノ部材ハ壓縮力ヲ受ケ，節點ニ向ハザルトキハ引張力ヲ受クルモノナリ、例ヘバ BF ハ壓縮ニシテ，EF ハ引張ナリ、力ノ多角形ノ廻リ方ヲ知レバ部材 FG, GH, HC ニツキテモ同様ナリ、

(2) 力率法、

第 151 圖ハ圖ノ如ク機尾ニ荷重 P ヲ有スル胴體ノ測面圖ヲ示ス、

任意ノ ABCD ナル部分ヲ考ヘ，コレヲ斷面 XY ニテ切斷ス、而シテ斷面ハ三部材ヨリ多クヲ切ラザルモノトス、

然ルトキハ外力 P ハコノ斷面ヲ橫切ル AB, AC 及 CD ニ於ケル荷重ト平衡ヲ保ツ、此等ノ中 AC, CD ハ C 點ニ於テ會スル



第151図

$\Sigma Y = \overline{AC} \sin \widehat{ACD} + \overline{BC} \cdot \cos\theta = 0$、

ヲ以テ C 點ニ關スル「モーメント」ヲトレバ P ト AB ニ於ケル荷重トノ關係式ヲ得テ直チニ後者ノ値ヲ知ルコトヲ得、

今 Q ヲ AB ニ於ケル荷重, p ヲ C ヨリ AB ニ下セル垂線ノ長サ, L ヲ P ノ作用線ニ C ヨリ下ル垂線ノ長サトスレバ

$$Qp=LP$$

$$Q=\frac{LP}{p}$$

同様ニ L_1 ヲ A ヨリ P ノ作用線ニ下セル垂線ノ長サ, p_1 ヲ A ヨリ CD ニ下セル垂線ノ長サ, Q_1 ヲ CD ニ於ケル荷重トスレバ, A 點ニ關スル「モーメント」ヲトリテ

$$Q_1p_1=L_1P$$

$$Q_1=\frac{L_1P}{p_1}$$

明ラカニ Q ハ引張, Q_1 ハ壓縮ナリ、Q 及 Q_1 ヲ知リタルヲ以テ B ニ關スル「モーメント」ヲトレバ AC ニ於ケル荷重ヲ得ベシ、

(3) 分解法、

第 151 圖ニ於テ BC 及 CE ニ於ケル荷重ハ分解法ニヨリ見出サル、從ツテ C 點ガ平衡ニアレバ DCE ニ垂直ナル分解ニヨリ

$$(\text{BC ニ於ケル荷重})\cos\theta=(\text{AC ニ於ケル荷重})\sin ACD$$

コレハ BC ニ於ケル荷重ヲ與フ、BC ニ垂直ナル分解ニヨリ

$$(\text{DC ニ於ケル荷重}-\text{CE ニ於ケル荷重})\cos\theta$$
$$=(\text{AC ニ於ケル荷重})\sin ACB$$

コレハ CE ニ於ケル荷重ヲ與フベシ、

P ノ作用點ヨリ始メテ順次凡テノ部材應力ヲ決定スルコトヲ

得.然レドモコノ方法ハ應力圖或ハ力率法ニ比シテ面倒ナルモ,部材ガ直交スル所ニ於テハ分解法ヲ用フルヲ便トス、

任意ノ結構ニ對シテハ種々ナル內應力算定法ヲ組合シテ行ヘバ可ナリ、