海軍機關學校

生徒第三學年

卷之四

物理學教科書

昭和八年十二月

海軍機關學校長　小野寺　恕

昭和八年十二月

本書ニ依リ物理學ヲ修得スヘシ

第一版　昭和八年十二月

海軍教授　岡崎一二三　編纂

沿革

物理學

卷之四

目次

頁

第一編　熱力學 ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 1

第一章　熱力學第一法則及物質運動論 ‥ 1

一、熱ノ本體 ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 1

二、熱ト「エネルギー」‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 3

三、熱力學第一法則 ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 6

四、物質分子ノ集合狀態 ‥ ‥ ‥ ‥ 7

五、熱ト溫度ノ本質 ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 10

六、物質運動論‥ ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 10

七、氣體ノ壓力‥ ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 10

八、溫度ト運動「エネルギー」‥ ‥ ‥ 12

九、內部「エネルギー」及狀態方程式‥ ‥ ‥ 14

一〇、Joule ノ實驗及 Joule-Thomson 効果 ‥ ‥ 16

一一、實在氣體ノ狀態方程式 ‥ ‥ ‥ ‥ 19

一二、氣體ノ比熱‥ ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 22

一三、完全氣體ノ完義 ‥ ‥ ‥ ‥ ‥ 27

一四、斷熱變化及等溫變化 ‥ ‥ ‥ ‥ 27

第二章　熱力學第二法則 ‥　‥　‥　‥　34
一五、可逆變化及非可逆變化 ‥　‥　‥　‥　34
一六、熱機關及 Carnot 輪廻 ‥　‥　‥　37
一七、壓力ト沸騰點及融解點トノ關係‥　‥　‥　39
一八、斷熱的伸長ニ基ク溫度ノ變化 ‥　‥　‥　41
一九、熱力學第二法則 ‥　‥　‥　‥　‥　42
二〇、熱機關ノ効率, Carnot ノ定理 ‥　‥　‥　46
二一、可逆機關ノ効率 ‥　‥　‥　‥　‥　47
二二、熱力學的絕對溫度尺度 ‥　‥　‥　‥　49
二三、任意ノ可逆輪廻及非可逆輪廻 ‥　‥　‥　52
二四、「エントロピー」 ‥　‥　‥　‥　‥　53
二五、「エントロピー」溫度線圖‥　‥　‥　‥　54
二六、「エントロピー」ノ計算 ‥　‥　‥　‥　56
二七、「エントロピー」增加ノ定理 ‥　‥　‥　58

第二編　傳熱論 ‥　‥　‥　‥　‥　‥　60
第一章　固體内ノ熱傳導 ‥　‥　‥　‥　60
第一節　傳熱一般基本式‥　‥　‥　‥　‥　60
一、熱傳導ノ基本式‥　‥　‥　‥　‥　60
二、熱傳達ノ基本式 (Newton ノ冷却則)‥　‥　65
三、熱貫流ノ基本式‥　‥　‥　‥　‥　67
第二節　定常熱傳導 ‥　‥　‥　‥　‥　68
四、概　說 ‥　‥　‥　‥　‥　‥　68
五、平面壁 ‥　‥　‥　‥　‥　‥　69

六、直線圓管(圓筒)‥　‥　‥　‥　‥　78
七、直線棒 ‥　‥　‥　‥　‥　‥　85
第三節　不定常熱傳導 ‥　‥　‥　‥　‥　90
八、概　說 ‥　‥　‥　‥　‥　‥　90
第四節　特殊熱傳導 ‥　‥　‥　‥　‥　92
九、内部ニ熱源アル圓柱(又ハ針金)ノ定常傳導‥　92

第二章　對流ニヨル傳熱 ‥　‥　‥　‥　97
一〇、概　說 ‥　‥　‥　‥　‥　‥　97

第三章　輻射ニヨル傳熱 ‥　‥　‥　‥　101
一一、概　說 ‥　‥　‥　‥　‥　‥　101
第一節　輻射吸收ニ關スル基礎理論 ‥　‥　‥　103
一二、輻射能, 吸收能及完內黑體 ‥　‥　‥　103
一三、完全黑體輻射ニ關スル諸法則‥　‥　‥　105
一四、非黑體(灰色體)輻射 ‥　‥　‥　‥　108
一五、輻射ノ强サト距離トノ關係並ニ Lambert ノ法則 ‥　‥　‥　‥　‥　‥　109
一六、Kirchhoff ノ法則 ‥　‥　‥　‥　112
一七、Kirchhoff ノ空洞ニヨル黑體輻射ノ實現 ‥　116
一八、輻射高溫計 ‥　‥　‥　‥　‥　117
第二節　輻射ニヨル二固體間ノ熱授受 ‥　‥　‥　120
一九、一物體ガ他物體ニ圍マレタル場合 ‥　‥　120
二〇、無限大ノ二表面ガ平行ニ置カレタル場合 ‥　125

二一、 平行二表面ノ中間ニ防熱板ヲ設ケタル場合 .. 127
二二、 輻射ニ依ル熱傳達率ト全熱傳達率 132

附表

I. 固體ノ特性值 1
II. 流體ノ特性值 7
III. 輻射恒數 11

物理學
卷之四

第一編
熱力學

第一章
熱力學第一法則及物質運動論

一、熱ノ本體、

熱ニ關スル諸現象並ニソレニ對スル諸法則ハ既ニ詳細ニ知悉セル所ナリ、然レドモ熱ノ何物ナリヤノ點ニ就イテハ未ダ明ナラザル可シ、昔ハ是レヲ物質ノ一種ト考ヘ熱素(Caloric)ト呼ビタリ、而シテ溫度ノ高低ハ此ノ量ノ多少ニ依ルモノニシテ、傳導ハ之ノ移動ニ依ルモノトセリ、第十八世紀ノ終頃ニ於テモ熱ハ燃素ト火氣トヨリ成ルモノトシ、辰砂ト熱トノ化學作用ヲ說明スルニ

辰砂＋熱＝辰砂＋燃素＋火氣＝水銀＋火氣

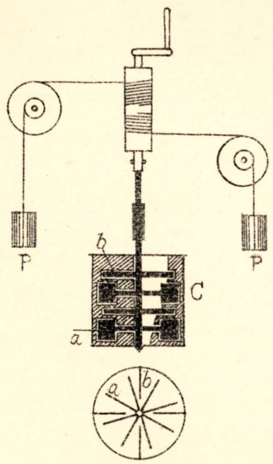
ナル式ノ示ス如ク、熱ガ燃素ト火氣トニ分解シ、辰砂ト燃素ト化合シテ水銀トナリ、火氣ハ空中ニ逸出スト考

ヘタルモノナリ、熱力學上ニ有名ナル Carnot 氏モ亦熱ハ物質ナリト信ジ、熱ニ依リテ熱機關ノ働クハ恰モ水ニ依リテ水車ノ働クト同一ナリトシ、高所ノ水ガ水車ヲ廻轉シテ低所ニ下ルモ其ノ水量ニ增減無キガ如ク、高温度ニアル熱ガ熱機關ヲ働カシ低温度ニ降ルトキ、其ノ前後ニ於テ熱量ニ差異ナシト假定セリ、然シ何レノ説ニセヨ熱ヲ物質トスル以上、熱輻射及摩擦等ノ現象ヲ説明スル事不可能ナリ、然ルニ Rumford 氏ハ大砲製造ニ際シ無限ニ發熱スルノ事實ヨリ、熱ハ物質ニ非ザルベシト論ジタルモ、世人ハ概ネ金屬內ニハ非常ニ多量ノ熱ヲ包有スルモノニテ、恰モ海綿ニ水ヲ含有セル如キモノナリト信ゼリ、然ルニ Davy 氏ハ二個ノ氷塊ヲ互ニ摩擦シテ之ヲ融解セシメ得タルノ事實ヨリ、此融解ニ要セシ潛熱ハ氷塊中ニ含有シ得ザル筈ニシテ、摩擦ニ費セル仕事ガ熱ニ變ゼルナラントノ説ヲ主張スルニ到レリ、

熱ハ仕事ニ變ジ、仕事ハ熱ヲ生ズルモノニシテ相互ニ一定不變ノ關係アリトノ説ヲ主張セル先覺者ハ Meyer 氏ナリ、「エネルギー」保存則ニ依ルトキハ之ハ當然ノ結論ニシテ、熱機關ハ水車ト其ノ理ヲ等シクセズシテ寧ロ高速度ヲ以テ運動セル物體ガ仕事ヲ爲セル後ニソノ速度ヲ減ズルト同樣ニ高温度ノ媒質ガ仕事ヲ爲セル後ニハ其ノ温度ヲ減ズルモノニシテ熱モ亦一種ノ運動ニ過ギザルモノナリ、

二、熱ト「エネルギー」、

摩擦,衝突等ニ依ル熱發生ヲ考フルニ之ハ他面力學的「エネルギー」ノ消費ヲ伴ヒ、又熱ノ消失ノ際(例ヘバ蒸氣機關内ノ蒸氣ガ吸鎒ヲ介シテ外壓ニ逆ヒ力學的仕事ヲ爲シツツ膨脹シ熱ヲ失ヒテ冷却スル場合ノ如ク)必ズ或種ノ「エネルギー」ノ發生ヲ伴フモノナリ、斯ノ如ク熱ノ發生,消失ガ力學的「エネルギー」ノ消費,發生ヲ伴フモノナルヲ見テモ當然熱ハ一種ノ「エネルギー」ナリト看做スヲ得.從ツテ兩者ノ單位間ノ關係ハ極メテ密接ニシテ何レノ單位ヲ以テシテモ熱並ニ「エネルギー」ヲ表ハス事ヲ得ベキナリ、



兩者間ノ數量的關係ニ就イテ初メテ直接的實驗ヲ行ヒシハ Joule 氏ニシテ、其ノ實驗ハ圖示ノ如キ水熱量計 C ノ内部ニテ羽根車 a ガ器壁ヨリノ翼 b ノ間ヲ縫ヒテ廻轉シ、水ヲ攪亂スルトキ内部摩擦ニ依ル發熱量ヲ前後ノ溫度差ヨリ計算シ、一方廻轉ニ費セル力學的「エネルギー」ハ廻轉ノ爲ニ滑車ヲ介シテ吊サレタル分銅 P ノ降下距離ト,上下ノ速度ヨリ、位置「エネルギー」ノ減少ト運動「エネルギー」ノ增加ノ差トシ

テ算出シ、此ノ得タル熱量ト失ヘル力學的「エネルギー」トヲ比較シ、其ノ相互關係トシテ1「カロリー」ノ熱ハ約4.2×10^{7}「エルグ」ノ力學的「エネルギー」ニ對應スル事ヲ見出セリ、其ノ後彼及其ノ他ノ人々ニヨリテ爲サレタル色々ノ實測,例ヘバ固體間ノ摩擦,又ハ衝突ノ際ノ熱發生,或ハ電氣「エネルギー」ト熱トノ轉移ノ間接實驗等ニ於ケル結果、力學的「エネルギー」Wト之ト轉移スル熱量Qトハ常ニ一定ノ比ヲ以テ對應スル事ガ見出サレ此ノ比ノ精密ナル値ハ

$$\frac{W}{Q}=J=4.185\times10^{7}\,\frac{\text{erg}}{\text{cal}}$$

$$\frac{Q}{W}=A=0.2389\times10^{-7}\,\frac{\text{cal}}{\text{erg}}.$$

ナリ、即チ或量ノ熱量ハ數量的ニ其ノJ倍ノ力學的「エネルギー」ニ轉移シ、又Wナル量ノ力學的「エネルギー」ハ數量的ニ其ノA倍ノ熱量ニ轉移シ得ルナリ、此ノ意味ニ於テJヲ**熱ノ仕事當量(Mechanical equivalent of heat)**ト云ヒAヲ**仕事ノ熱當量(Heat equivalent of mechanical work)**ト云フ、

〔**注意**〕工業上ニ用ヒル實際計算ハ仕事ノ單位トシテ重力單位ヲ用ヒ、又熱量ノ單位トシテハ「キロカロリー」(Kcal),英熱單位(B. t. u.),听攝氏度(C. h. u.)ヲ用フ、之等ノ關係ヲ示サバ下ノ如シ、

$$\text{仕事}\begin{cases}1\ \text{ft.-lb.}=0.1383\ \text{kg.-m.}=1.356\ \text{joules.}\\ 1\ \text{joule}=0.102\ \text{kg.-m}=0.7373\ \text{ft.-lbs.}\end{cases}$$

$$
\text{熱量}\begin{cases} 1\ \mathrm{Kcal} = 3.97\ \mathrm{B.t.u.} = 2.205\ \mathrm{C.h.u.} \\ 1\ \mathrm{B.t.u.} = 0.252\ \mathrm{Kcal} \\ 1\ \mathrm{C.h.u.} = 0.4536\ \mathrm{Kcal} \end{cases}
$$

従ツテJノ數値ハ各單位ニ依リ異ル、即チ

$$
J = 427\frac{\mathrm{kg\text{-}m}}{\mathrm{Kcal}} = 778\frac{\mathrm{ft\text{-}lbs}}{\mathrm{B.t.u.}} = 1400\frac{\mathrm{ft\text{-}lbs}}{\mathrm{C.h.u.}}
$$

練習問題

1. 攪拌用羽根車ヲ裝置セル熱量計ニ水 920 瓦ヲ入レ羽根車ニ 1.2×10^8 dyne-cm ノ偶力ヲ與ヘ 420 廻轉セシメシトコロ水ノ溫度ガ 8°C 上昇セリ、熱量計一切ノ水當量ヲ求ム。

2. 10 瓩ノ落體ガ 200 米ノ速度ニテ地面ニ衝突セリ、其ノ際幾何ノ熱量ヲ發生スベキヤ。

3. 42 瓩ノ物體ヲ 20 米ノ速度ニテ眞上ニ抛ゲタルニ 10 米ノ高サ迄シカ達シ得ザリシト、然ラバ其ノ時「エネルギー」ノ損失如何、若シ其ノ損失ガ途中ニテ空氣トノ摩擦ニヨリ熱ニ化セリトセバ如何程ノ熱量ナリシカ。

4. 同一直線上ヲ毎秒 20 米ノ速度ニテ飛ブ 19 瓩ノ鉛丸ト，反對ノ方向ニ毎秒 70 米ノ速度ニテ飛ブ 8 瓩ノ鉛丸トガ衝突シテ一塊トナルトキ、此ノ鉛丸ハ其ノ後如何ナル運動ヲナスヤ、又此ノ時鉛丸ノ溫度幾度昇ルヤ、但シ鉛ノ比熱ヲ 0.030 トス。

三、熱力學第一法則、

熱力學トハ熱ガ「エネルギー」ノ一態ナル事ヲ基礎トシ熱的現象ヲ力學的ニ取扱フ部門ニシテ、其ノ第一法則トハ既ニ前述セルモノナリ、或量Qノ熱量ノ消失ハ必ズ一定量JQノ力學的「エネルギー」ノ發生ヲ伴ヒ、逆ニWノ力學的「エネルギー」ノ消失ハ必ズ一定量AWノ熱ノ發生ヲ伴フ、即チ**熱ト力學的「エネルギー」間ノ轉移ニ於テ「エネルギー」ハ保存サル**、之熱力學ノ第一法則ニシテ熱ガ關與セル場合ノ「エネルギー」保存則ニ外ナラズ、

第一法則ノ式的表現、物體ガ外部ヨリ熱ヲ得レバ、一般ニ次ノ如キ狀態變化ヲ伴フ事ハ既ニ知ル所ナリ、

(1) 加ヘラレタル熱ノ一部分ハ物體ノ分子ノ運動「エネルギー」增加ノ爲ニ用ヒラレ、從ッテ物體ノ溫度ハ上昇シ顯熱トシテ貯ヘラル、之ヲdKニテ表ス、

(2) 溫度ノ上昇ニ伴ヒ一般ニ體積增加ヲ來ス、即チ分子相互間ノ力ニ逆ヒ內部的ニ仕事ガ爲サレ、尙若シ加熱過程ノ間ニ融解又ハ蒸發ノ如ク分子集合ノ狀態變化ヲ伴ハバ之等ハ分子潛狀ノ「エネルギー」トシテ貯ヘラル、之ヲdPニテ表ス、

(3) 物體ガ外壓ニ逆ヒ體積ヲ變ズルヲ以テ外部ニ對シテ力學的仕事ヲナス、之ヲdWニテ表ス、

故ニ今dQヲ與ヘラレタル全熱量トセバ第一法則ノ意

味ハ

$$dQ = dK + dP + dW$$

トナリ、式中 $dK + dP$ ハ物體内ニ貯ヘラルルヲ以テ内部「**エネルギー**」(Internal energy) ト稱シ、dU ヲ以テ表サバ上式ハ

$$dQ = dU + dW$$

トナル、玆ニ dW ハ物體外ニ貯ヘラレ此ノ部分ガ力學的仕事トシテ實用ニ供セラルルモノナリ、即チ此ノ外部仕事ヲ得ル裝置ヲ最モ有効ニ解決セントスル問題ガ吾人ノ熱機關研究ノ對象ナリ、今外壓 p ニ於テ容積變化 dv ヲ生ゼリトセバ $dW = pdv$ ナルヲ以テ上式ハ更ニ

$$dQ = dU + pdv$$

ト書キ表ス事ヲ得ルナリ、第一法則ハカクノ如ク一層基礎的ナル形ニ表現シ得ルナリ、之ヲ一般的ニ「エネルギー」式ト稱ス。

〔**注意 1**〕 物體ガ熱ヲ他ヨリ得タル時 dQ ノ符號ヲ正,他ニ與ヘタル時ハ負、又膨脹ニ依リ外部ニ仕事ヲ爲ス時ハ正,外部ヨリ仕事ガ爲サルル時即チ壓縮サルル時ヲ負ト定ム。

〔**注意 2**〕 「エネルギー」式ニ於テ特ニ斷ハラザルモ左右兩邊トモ同種ノ單位ニ換算セルモノナリ、

四、物質分子ノ集合狀態、

凡テ物質ハソノ物質ノ最後ノ因子タル分子ヨリ成

リ、分子ハ一種或ハ數種ノ或元素ノ原子ヨリ成リ、之等ガ如何ニ集合シテ物質ヲ構成セルカニ就イテハ分子原子ノ個々ノ性狀ヲ詳ニスル必要アリ、之ニ就イテハ原子構造論ニ於テ述ブル事トシ、玆ニハ單ニ物質構成ニ就イテノ大凡ノ觀念ヲ明ラカニスルノミニ止ム、化學ニ於テ既ニ知レル如ク物質1瓩分子中ノ分子數Nハ總テノ物質ニ付テ相等シク又ソノ容積ハ標準狀態ニ於テ22.414立ナルヲ以テ1瓩分子中及1立方糎中ノ分子數N及nハ夫々

$$N = 6.064 \times 10^{23}$$

$$n = 2.706 \times 10^{19}$$

ナリ、之ヲ **Avogadro or Loschmidt** 數ト稱ス、常態ノ氣體ニ於ケル分子相互距離ハ一樣ニ排列セルトシテ約3.3×10^{-7}糎即33Å程度ナリ、固體液體ニ於ケル分子相互距離ハ勿論物質ニ依リ異レルモ密度ヨリ概算シテ1Å或ハ數Åノ程度ナリ、分子或ハ原子ノ大サハ假ニ彈性球ト考フレバ諸種ノ實驗ニ依リ半徑ガ1Å乃至數Åノ程度ニシテ、分子或ハ原子ノ質量ハ水素原子ニ於テ約1.66×10^{-24}瓦其他ノ物質ノ分子,原子ニ於テハ約之ノ分子量倍,原子量倍ナリ、又原子ハ所謂原子力ヲ相互間ニ及ボシ、又分子ヲ一單位トシテ見レバ原子力ノ或ル合成効果タル分子力ヲ互ニ及ボス、而シテ分子相互距離ノ遠キ氣體ハ各分子ガ分子力ノ影響ヲ殆ド受ケズ獨自ニ存在シ得、從ツテ原子力モ之ヲ構成スル一分子内ニ於テノミ作用セルモ、各分子ガ近接シ且ツ規則的ナ

化学ノ教科書ニテ確認ヲ要ス

1分子ノ占ムル容積

$(1 \div 2.706 \times 10^{19})$ cm

$= 3.68 \times 10^{-20}$ cm^3

∴巨リ $= \sqrt[3]{3.68 \times 10^{-20}} = \cancel{3.3}$

$= \sqrt[3]{36.8} \times 10^{-7} = 3.3 \times 10^{-7}$ cm^2

ル排列ヲトル固體ニ於テハ原子力ハ一分子內ニ於テノミナラズ他ノ分子ニモ働キカク、從ツテ固體ニ於テハ分子ヨリモ寧ロ原子ヲ其ノ構成單位ト見ルヲ要ス、液體ハ固體ヨリモ分子トシテノ獨自性ガ强クソノ分子力ハ氣體ニ比スレバ甚ダ効果的ナリ、

氣體ノ分子運動、氣體ハ自ラ體積ヲ保持シ得ズ急速ニ擴散スル事及密度甚ダ小ナル事ヨリ見テ其ノ各分子ハ他ノ分子ノ作用限外ニ在リテ自由ニ運動シ他ノ分子ニ非常ニ接近セルトキ或ハ衝突セル場合ニ於テ方向ヲ變ヘル以外ハ直線的等速運動ヲナシツツアルモノト考ヘラル、

液體ノ分子運動、液體ハ體積ヲ保持シ得ルガ形ノ變化即チ辷リニ對シテ殆ド無抵抗ナル事及擴散等ヨリ見テ其ノ各分子モ一定位置ニ存在セズ常ニ動キツツアルモノニシテ、所謂「ブラウン」運動ナルモノニ依リテ見ルモ分子運動ノ存在ノ實證ヲ認ムル事ヲ得ルナリ、又其ノ密度ヨリ考ヘソノ分子運動ハ分子相互力ノ作用ノ下ニ極メテ不規則ナルモノナリ、

固體ノ分子運動、固體ニ於テハ彈性其ノ他ノ諸物性ヨリ其ノ各分子或ハ原子ハ分子力或ハ原子力ノ作用ノ下ニ各一定ノ平衡位置ヲ保持シ排列セルト考ヘラレ、實際X線的研究ニヨリ其ノ排列關係ヲ見出シ得ルモノナルガ、之ニ就イテハ別ニ學ブベシ、斯ノ如ク固體ニ就テハ分子或ハ原子ハソノ平衡位置ヲ保持シツツ振動スルモノナリ、

五、熱ト溫度ノ本質、

熱ガ「エネルギー」ノ一態デアリ、一方上述ノ如ク分子ガ運動セルモノトセバ熱ハ分子ノ運動「エネルギー」ニ外ナラズト見ルガ最モ見易キ直觀的ナル見方ニシテ、以下順次述ブル如ク諸現象ハ之ニヨリテ說明サレ、此ノ考ノ妥當ナルヲ示ス、又同一熱容量ノモノニ就キテ考フレバ熱ノ多寡ノ程度ヲ示ス溫度ナルモノハ分子ノ運動「エネルギー」ノ或ル Level ヲ表スモノナリ、

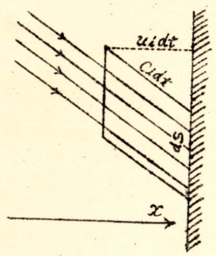
六、物質運動論、

先ヅ物質ヲ構成セル分子ノ運動ヲ假定シ熱ヲソノ運動「エネルギー」ト見此ノ考ヲ基礎トシ種々ノ物性ヲ分子集合體ニ對スル力學的取扱ニ依リテ說明セントスル一部門ガ**物質運動論**ナリ、固體液體ニ就イテハ既ニ之ヲ知ル、此ノ理論ノ熱的,力學的物性ノ最モ簡單ナルハ氣體ニシテ從ツテ**氣體運動論**トシテ最モ發達セリ、以下之ニ就イテ述ベン、而シテ其ノ際分子ハ力學的性質ヲ考慮スル時完全彈性的ナル滑ナ剛キ球體ト考フ、

七、氣體ノ壓力、

氣體ガ器壁ニ及ボス壓力ハ氣體分子ノ衝突ニ起因スルモノト考ヘラル、今器中ノ分子ハ種々ノ速度ヲ有シ此ノ全分子ヲ無數ノ群ニ分チ各群中ノ分子ハ總テ同ジ速度ヲ有スルトシ各群ニ屬スル單位體積中ノ分

子數ヲ夫々 $\nu_1, \nu_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, \nu_i, \ldots\ldots\ldots\ldots$ トス、圖示セル如ク器壁上ノ微小面積ヲ dS トシ之ニ垂直ナル方向ニ x 軸,平行ナル二方向ニ y, z 軸ヲトリ, i 群ノ分子ノ速度 c_i ノ x, y, z ノ分速度ヲ u_i, v_i, w_i トセバ i 群分子ノ射流ニ依リ dS 面ガ dt 時間ニ受クル衝突分子數ハ底面積 dS, 高サ $u_i dt$ 從ッテ容積 $u_i dt dS$



ナル柱體中ノ i 群ノ分子數 $\nu_i u_i dSdt$ ナリ、偖 i 群中ノ各分子ガ衝突ニ依リ受クル運動量ノ變化ハ完全彈性球ト看做セルヲ以テ分子質量ヲ m トセルトキ $2mu_i$ ナリ、故ニ dt 時間ニ dS 面ニ衝突スル i 群分子ノ運動量ノ變化ハ $2dSdt\nu_i mu_i^2$ トナリ全分子ノ運動量ノ變化ハ $2dSdt\Sigma\nu_i mu_i^2$ トナル、之ガ dS 面ノ dt 時間ニ受クル力積 $pdSdt$ ト等シカルベキニ依リ

$$pdSdt = 2dSdt\nu_i mu_i^2$$

$$\therefore \quad p = 2\Sigma\nu_i mu_i^2$$

茲ニ Σ ハ u_i ガ正ナルモノ即チ 0–∞ 間ノモノノ全部ヲトレルガ正負ノアラユル速度ノモノヲ採レル $\sum_{-\infty}^{+\infty}\nu_i mu_i^2$ ノ $\frac{1}{2}$ ナリ、今 u^2 ノ平均値ヲ $\overline{u^2}$, 單位體積中ノ全分子數ヲ n トセバ

$$\sum_{-\infty}^{+\infty}\nu_i mu_i^2 = nm\overline{u^2}$$

$$\therefore \quad p = 2nm\overline{u^2}. \ ?$$

而シテ分速度ハ各方向ニ於テ平均トシテ同ジ關係ニ

$2\Sigma\nu_i m u_i^2 = \sum_{-\infty}^{+\infty}\nu_i m u_i^2 = nm\overline{u^2}$

$p = nm\overline{u^2}$

アルヲ以テ

$$\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2}$$

又明ニ
$$\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2} = \overline{c^2}$$

$$\therefore \quad p = \frac{1}{3} nm\overline{c^2}$$

尚氣體ノ密度ヲ ρ, 一分子當リノ平均運動「エネルギー」ヲ $\overline{\mathrm{k}}$, 單位體積ニツイテノ運動「エネルギー」ヲ K トセバ

$$\rho = nm \qquad \overline{\mathrm{k}} = \frac{1}{2} m\overline{c^2} \qquad \mathrm{K} = n\overline{\mathrm{k}}$$

ナル故

$$p = \frac{1}{3}\rho\overline{c^2} \quad \text{或ハ} \quad p = \frac{2}{3}n\overline{\mathrm{k}} = \frac{2}{3}\mathrm{K}$$

即チ氣體ノ壓力ハ單位體積中ノ運動「エネルギー」ノ $\frac{2}{3}$ ニ等シ。

八、溫度ト運動「エネルギー」、

溫度ハ物質運動論的ニハ分子ノ運動「エネルギー」ノ或ル Level ヲ意味セル事ハ前述ノ如シ、此ノ兩者ノ數量的關係ヲ見出スニハ溫度ガ關係セル實際ヨリ得ル式ト、理論ヨリ導キ得ル式トヲ比較セバ可ナリ、之ニ役立ツモノハ熱的並ニ力學的ニ最モ簡單ナル性質ヲ有スル完全氣體ニ關スル法則ナリ、即チ完全氣體ニ於テ Boyle-Charles ノ法則ニ依レバ

$$pv = r\mathrm{T} \qquad (\text{單位質量})$$
$$p\mathrm{V} = \mathrm{RT} \qquad (\text{一瓦分子})$$

ナリ、然ルニ

$$p\mathrm{V} = \frac{2}{3}\mathrm{V}n\overline{\mathrm{k}} = \frac{2}{3}\mathrm{N}\overline{\mathrm{k}}$$

$\overline{u^2} = \overline{v^2} = \overline{w^2}$

$\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2} = \overline{c^2}$

$\overline{u^2} = \frac{1}{3}\overline{c^2}$

$\rho = n.m$ number. of molecule / mass of molecule

$k = \frac{1}{2} m\overline{c^2}$ [dynamical energy $= \frac{1}{2}mv^2$]

$K = \frac{1}{2} n m \overline{c^2}$
$= n k$

$\therefore p = \frac{1}{3}\rho\overline{c^2}$
$= \frac{2}{3} n k$
$= \frac{2}{3} K$

単位体積ノenergyノ $\frac{2}{3}$

之ヨリ

$$pV=\frac{2}{3}N\overline{k}$$

$$\therefore\quad \overline{k}=\frac{1}{2}m\overline{c^2}=\frac{3}{2}\frac{R}{N}T=\frac{3}{2}kT$$

玆ニ$k=\frac{R}{N}$ニシテ之ハ分子一粒ニ就イテノ氣體常數ニシテ **Boltzmann** ノ常數ト稱ス、而シテ其ノ値ハ

$$R=8{\cdot}314\times10^7\ \frac{\text{ergs}}{\text{deg}}\quad（絶對單位）$$

ナルヲ以テ

$$k=\frac{8{\cdot}314\times10^7}{6{\cdot}06\times10^{23}}=1{\cdot}38\times10^{-16}\ \frac{\text{ergs}}{\text{deg}}$$

ナリ、之ニ依リ溫度トハ一分子當リノ平均運動「エネルギー」ノ$\frac{2}{3k}$倍ヲ意味スル量、逆ニ云ヘバ一分子當リノ平均運動「エネルギー」ハ溫度ノ$\frac{3}{2}k$倍ナルヲ示スモノナリ、kハ普遍常數ナルヲ以テ溫度一定ナル限リ一分子當リノ平均運動「エネルギー」ハ總テノ氣體ニ就キ一定ナルヲ示ス、尙又$T=0$ナル溫度即チ絶對零度ハ運動「エネルギー」ガ零トナル狀態即チ分子ノ靜止狀態ヲ意味ス、之溫度ニ或最下限度ヲ考慮シ得ル所ナリ、

Boyle, Charles, Avogadro ノ諸法則逆誘導、今最初ニ溫度Tガ分子ノ平均運動「エネルギー」$\overline{k}$ニ比例セルモノト假定セバ溫度ガ一定ナル以上$pV=$常數トナリ Boyle ノ法則ヲ示シ、又$\overline{k}$トTガ比例スル以上pVハ溫度Tニ比例スベク、pガ一定ナラバVハTニ比例スル事トナリ、之 Charles ノ法則ニ外ナラズ、又kヲ普遍常數ト認ムルナラバ$pV=NkT$ニ於テp, V, T一定ナルヲ以テN一定トナル、即チ Avogadro ノ法則ヲ示ス、

〔例題〕標準狀態ニ於ケル空氣1立方米ノ重量ハ1·293瓩ナリ、此ノ時ノ比氣體常數 r ヲ重力單位ニテ求ム、

解、標準狀態ナルヲ以テ

$$p_0 = 1{\cdot}033 \times 10^4 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2} \qquad T_0 = 273^\circ$$

$$\therefore \quad r = \frac{p_0 v_0}{T_0} = \frac{1{\cdot}033 \times 10^4}{1{\cdot}293 \times 273} = 29{\cdot}27 \ \frac{\mathrm{kg\text{-}m}}{\mathrm{kg}}$$

練習問題

1. 容量2·8立方米ノ氣蓄器ニ150氣壓ノ空氣ヲ裝氣セシニ其ノ温度攝氏38°ナリシト、裝氣セシ重量幾何ナリヤ、

2. 容量1·2立方米ノ氣蓄器ニ攝氏16°ノ空氣ヲ充實シアリ、今壓力ヲ變化セシメズシテ攝氏93°ニ熱スルトキハ幾何體積ノ空氣逃出スルヤ、

3. 壓力1·05 $\frac{\text{瓩}}{\text{平方糎}}$ ニシテ攝氏16°ノ空氣ヲ160立方米ノ氣蓄器ニ充タサンニハ幾瓩ヲ要スルヤ、

4. 攝氏零度1氣壓ノ氣體ノ1立方糎當リ1瓦分子當リ及1分子當リノ運動「エネルギー」ヲ概算セヨ、但シAvogadro數 $= 6 \times 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$, 攝氏零度1氣壓ノ1瓦分子ノ體積 $= 22{\cdot}4 \times 10^3\ \mathrm{cm}^3$ ヲ既知トス、

九、內部「エネルギー」及狀態方程式、

或系ノ內部「エネルギー」ハ氣體運動論的ニハ總テ或力學的「エネルギー」ニ歸スベク、之ヲ分クレバ分子ノ運動「エネルギー」ト分子力ニ依ル位置「エネルギー」トヨリ

成ル、而シテ分子ノ運動「エネルギー」ニハ並進ノ運動「エネルギー」ト廻轉ノ運動「エネルギー」トニ分ケラル、之迄運動「エネルギー」トシテ述ベシ $\overline{k}=\frac{1}{2}m\overline{c^2}=\frac{3}{2}kT$ ハ勿論並進ノ運動「エネルギー」ヲ意味シ、此ノ外ニ廻轉ノ運動「エネルギー」或ハ位置「エネルギー」ヲ持ツナラバ一分子當リノ全「エネルギー」ハ $\frac{3}{2}kT$ ヨリ多ク且溫度 T ニ比例スルトハ限ラザルナリ、即チ一般ニ或系ノ內部「エネルギー」U ハ必ズシモ溫度ノミニ依リテ定マラズ、狀態ヲ定ムル他ノ量即チ壓力 p, 容積 v ニ關係スベク、U ハ T, p, v ノ函數ト見ルベキナリ、即チ

$$U=f(T, p, v)$$

狀態方程式、 或系ノ狀態ヲ決スル溫度 T, 壓力 p, 容積 v ハ各ガ自由ニ變ジ得ル量ニ非ズ、例ヘバ溫度上昇ハ壓力或ハ容積ノ增加ヲ來タス如ク互ニ或ル關係ガアリ、物質ニ應ジ特殊ノ關係式ニテ結バル、即チ完全氣體ニ於テハ Boyle-Charles ノ法則、實在氣體ニ於テハ後述ノ如キ關係式アリ、又固體, 液體ニテモ壓縮及熱膨脹ニ關スル關係ニ依リ T, p, v, ノ三者間ニハ各特殊ノ關係式アリ、カカル關係式ヲソノ系ノ狀態方程式或ハ特性方程式ト稱ス、內部「エネルギー」ハ T, p, v ノ三變數デ定マリ T, p, v ハ互ニ此ノ特性方程式トシテ一ツノ關係式ニテ結バルルヲ以テ自由ニ變ジ得ル量即チ獨立變數ハ二ツニシテ次ノ樣ニ表ハシ得ル、

$$U=f_1(T, p), \qquad U=f_2(T, v), \qquad U=f_3(p, v)$$

而シテ完全氣體ニ於テハ後述スルモ壓力及容積ノ變

化ニ拘ラズ其ノ内部「エネルギー」ハ溫度ノミデ定マリ、一般ノ物質ニ於テモ壓力或ハ容積一定ノ場合即チ定壓變化或ハ定容變化ニ於テハ其ノ内部「エネルギー」ハ溫度ノミニ依ル事勿論ナリ、

自由度,「エネギルー」均等配分則、 或力學系ノ自由度トハ其ノ系ノ狀勢ヲ決定スルニ必要ナル自由ニ變ジ得ル變數ノ數ヲ云フ、從ツテ單原子完全氣體ニテハ1分子ノ運動ノ自由度ハ3ナリ、故ニ單原子完全氣體ノ分子ノ1自由度ニ屬スル「エネルギー」ハ氣體ノ種類ニ依ラズ常ニ$\frac{1}{2}kT$ナル事ヲ豫想シ得ルナリ、一般ニ統計力學上ヨリ Boltzmann 氏ハ或系(粒子群)ガ溫度Tニ於テ熱力學的平衡狀態ニ在ルトキ其ノ系ノ各1自由度ニ對スル運動「エネルギー」トシテ$\frac{1}{2}kT$ヅツ均等ニ配分サル事ヲ見出セリ、之ヲ「エネルギー」均等配分則ト稱ス、從ツテN個ノ粒子ヨル成ル系ニ於テ各一粒子ノ自由度ガfナル時ハ此ノ系ノ全運動「エネルギー」Kハ

$$K=\frac{f}{2}NkT=\frac{f}{2}RT$$

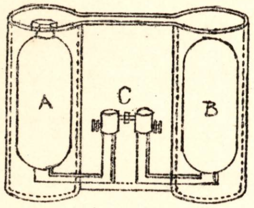
ナリ、

一〇、Joule ノ實驗及 Joule-Thomson 効果、

氣體中ノ各分子ガ相互間ノ分子力ニ働カルルナラバ其ノ容積(從ツテ壓力モ)ヲ變化セルトキ分子力ニ依ル位置「エネルギー」ノ增減ニ依リ溫度等シクトモ其ノ内部「エネルギー」ヲ變化スベキナリ、氣體ガ此ノ性質ヲ有セリヤ否ヤニ就キ相當精密ナル實驗ハ先ヅ Joule

氏ニ依リテ行ハレタリ、

Joule ノ實驗、 其ノ要旨ハ圖示ノ裝置ニテ先ヅAニ壓縮セル空氣ヲ充タシ、Bハ眞空ニシテ全部ヲ同溫ニシテ水熱量計中ニ置キ、次ニ活栓Cヲ開キテAノ空氣ヲB內ニ擴散セシメ、此ノ際ノ熱量計ノ溫度變化ヲ見タルニ熱量計ハ何等熱量ヲ授受セズ、溫度ハ一定ナル結果ヲ得タリ、若シ內部ニテ分子力ガ効果的ニ働キシナラバ此ノ膨脹ニ於テ分子ヲ引離スベキ內部仕事ヲ要シ、之ダケノ分子力ニ依ル位置「エネルギー」ヲ增加スベキニ依リ、外部ヨリノ熱ノ流入カ或ハ運動「エネルギー」ノ消費ニ依リ溫度ノ低下アルベキナリ、然ルニ上述ノ如ク熱ノ流入モナク溫度ヲ不變ニ保チ得ル事ハ分子力ノ効果微弱ニシテ之ニヨル位置「エネルギー」ハ容積變化ニ無關係ナル事、即チ其ノ內部「エネルギー」ハ容積ニ無關係ニシテ溫度ノミニ依ル事ヲ意味セルモノナリ、



Joule-Thomson ノ細孔栓實驗、 Joule 氏ノ實驗ニテハ溫度測定ニ使用セル水熱量計ハ熱容量大ニシテ微小溫度變化ヲ示シ得ザルヲ以テ、ソノ結果ハ近似的ニノミ意味ヲ有スルモノナリ、從ツテ一層嚴密ニ上記ノ關係ヲ見出サントシテ Joule ト W. Thomson (Lord Kelvin) トハ氣體ヲ低壓ノ部分ヘ細孔栓ヲ通リ膨脹セシメ其ノ溫度

變化ヲ精密ニ測定スル實驗ヲ行ヘリ、ソレニ依リ氣體ハ噴出膨脹ニ依リ冷却スル事ヲ見出セリ、之即チ此ノ温度低下ハ分子力ニ依ル位置「エネルギー」ノ增加ニ依ルモノナリ、此ノ現象ヲ Joule-Thomson 効果ト稱シ、温度低下 t^0 兩壓力ヲ夫々 p_1、p_2 トシソノ間ノ關係ヲ表ス、實驗式トシテ

$$t = n(p_2 - p_1)\left(\frac{273}{T}\right)^2$$

ヲ得タリ、玆ニ n ノ値ハ p ニ氣壓ヲ單位ト取ルトキ空氣ニ於テ 0.276, 炭酸瓦斯ニ於テ 1.37 ヲ見出セリ、即チ空氣ニ於テハ攝氏零度ニ於テ壓力差 1 氣壓ニテ噴出膨脹ノ際 0.276° ノ温度低下ヲ來タスヲ示ス、

完全氣體ノ內部「エネルギー」、實在ノ氣體ニハ上述ノ如ク總テ Joule-Thomson 効果ガ存在シ、初メノ Joule ノ實驗ガ示セル結果ハ近似的ノモノナルガ、若シ氣體ノ各分子ガ全ク分子力ノ効果ヲ受ケヌモノト假定セバ位置「エネルギー」モ全ク不變ニシテソノ內部「エネルギー」ハ運動「エネルギー」従ツテ温度ノミニテ決リ、容積壓力ニハ無關係ナルベキナリ、水素,「ヘリウム」ノ如キ臨界温度低キ氣體ハ略此ノ性質ヲ具備セリ、此ノ假定的關係ヲ普通 **Joule ノ法則**ト呼ビ、完全氣體ハ此ノ性質ヲ有スルモノトス、従ツテ其ノ內部「エネルギー」U ハ温度 T ノミノ函數ナリ、即チ

$$U = f(T)$$

一一、實在氣體ノ狀態方程式、

完全氣體ノ狀態方程式タル Boyle-Charles ノ法則 $pV=RT$ ハ實在氣體ニ對シテハ完全ニハ適合セズ、此ノ關係ハ氣體運動論的ニ既ニ述ベタル如ク壓力ト運動「エネルギー」ノ關係，並ニ溫度ガ運動「エネルギー」ニ比例ストイフ事ヨリ誘導サルルモノナルガ、Van der Waals ハ分子ノ大サ及分子力ヲ考慮スル事ニ依リ

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$$

ナル狀態方程式ヲ導キタリ、之所謂 **Van der Waals ノ狀態方程式**ニシテ式中ノ a, b ハ各氣體特有ノ常數ナリ、

分子ノ大キサノ考慮、 氣體ノ分子ハ或大キサヲ有スルヲ以テ分子ガ自由ニ運動シ得ル空間減少ス、從ツテ V ノ代リニ $V-b$ ヲ取ルベキナリ。

分子力ノ考慮、 氣體分子間ノ引力ハ壓力ヲ減少スル結果ヲ來スベシ、即チ器壁ノ近傍ニ在ル分子ハ氣體ノ內部ノ方ニ引カレ、從ツテソレガ壁ニ衝突スル際壁ニ與フル運動量ヲ減少スベシ、此ノ壓力ノ減少ハ衝突ノ回數並ニ衝突セントスル分子ヲ氣體ノ內部ニ引入レントスル分子ノ數ニ比例ス、故ニ氣體ノ密度ノ自乘ニ正比例，或ハ容積 V ノ自乘ニ反比例セザル可カラズ、即チ此ノ壓力ノ減少ハ $\frac{a}{V^2}$ ニ依リテ表スヲ得ベシ、從ツテ上記二原因ヨリ壓力 p ハ $\frac{RT}{V}$ ノ代リニ

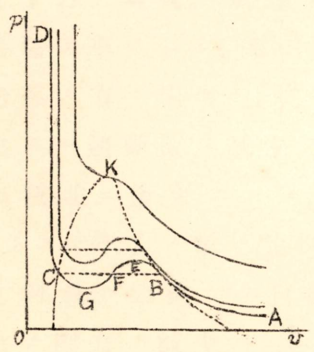
$$p=\frac{RT}{V-b}-\frac{a}{V^2}$$

トナリ Van der Waals ノ狀態方程式ヲ得ルナリ、上ノ誘導ニ依リ明ナル如ク a ハ分子力ニ關スル常數, b ハ分子ノ大キサニ關スル常數ナルガ、氣體ガ非常ニ稀薄ナル場合即チ V ガ大ナル場合ハ共ニ V ニ對シテ無視シ得ルヲ以テ $pV = RT$ 即チ Boyle-Charles ノ法則ト一致シ、稀薄ナラズトモ温度及壓力ガ大ナル場合ハ $\frac{a}{V^2}$ ハ p ニ對シテ省畧出來 $p(V-b)$ トナリ、等温線ハ Boyle ノ法則ト同種ノ正雙曲線ナリ、

等温線ト臨界點、 V, p ヲ二軸ニ採リ上式ニ依リ種々ノ温度ニ對スル等温線ヲ描ケバ圖示ノ如シ、今之ヲ説明センニ上式ヲ書キ直サバ

$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0$$

トナリ、T ガ一定ナル時 p ノ與ヘラレタル値ニ對スル V ノ値ヲ求ムル式ガ三次方程式トナル、從ツテ三根ガ悉ク實數ナルカ、或ハ一根ガ實數ニシテ二根ガ虚數ナルカナリ、今 CFB 線ヲ與ヘラレタル温度 T ニ於ケル飽和蒸氣ノ壓力ヲ表ス直線ナリトス、先ヅ與ヘラレタル物質ノ蒸氣ヲトリ、ソノ温度ヲ一定ニナシ置キ漸次壓縮セバ其ノ間ノ等温線ハ曲線 AB ニ依リ表ハスヲ得ベク、B 點ニ於テ蒸氣ハ飽和スルナリ、然レドモ蒸氣



內ニ塵埃其ノ他蒸氣外ノ物質ナキモノトセバ、蒸氣ノ容積ヲ減少スルモ蒸氣ハ尚凝結スル事ナカラシムルヲ得、BE ハ此ノ部分ナリ、サレバ E ニ達シテヨリ少シク蒸氣ヲ壓縮セバ、急ニ蒸氣ノ凝結ヲ來ス、同樣 CG ハ過熱液體ノ等溫線ニ相當シ、尚少シク容積ヲ增大セバ液體ハ爆發的ニ沸騰スルナリ、仍テ EFG ナル部分ハ物質ガ不安定ナル狀態ニアリテ F ニ相當スル容積ハ實測シ得ザレドモ直線 BC ニ交ルベシ、即チ V ノ三根トシテ B, F, G 三點ヲ得ベシ、次ニ溫度ヲ上昇シ行カバ等溫線ハ K 點ヲ通過スベシ、之即チ臨界溫度等溫線ニ於テ三點ガ一點 K ニ於テ一致ス、數學的ニハ三根ノ等根ナル場合ナリ、而シテ K 點ハ曲線ノ勾配零ニシテ、且彎曲點ナルヲ以テ

$$\frac{\partial p}{\partial V}=0, \qquad \frac{\partial^2 p}{\partial V^2}=0$$

ヲ滿足スル點トシテ求メラレ容易ニ V, p, T ノ値トシテ

$$V_c=3b, \quad p_c=\frac{a}{27b^2}, \quad T_c=\frac{1}{R}\frac{8a}{27b}$$

ヲ得、之等ヲ夫々臨界容積，臨界壓力，臨界溫度ト稱ス、尚上式ヨリ a, b ヲ消去セバ $\frac{RT_c}{p_cV_c}=K=\frac{8}{3}=2.67$ ナル關係ガ見出サル、此ノ値ハ普遍常數ナルガ T_c, p_c, V_c ノ實測値ヨリノ K ノ値ハ後段ニ表示スル如ク之ト相當ノ懸隔アリ、之ヨリ見テ Van der Waals ノ式ガ臨界點ヲ表ハスニ非常ニヨク合致スルトハ言ヒ得ザレドモ、此ノ考ヘ方ニヨリ諸種ノ說明ヲナシ得ル事ハ面白キ事ナリ、尚此ノ外實在氣體ノ狀態方程式トシテ數多ノ式ガ導カレ居ルモ茲ニハ畧ス、

〔備考〕 a, b, V_c' ハ 0°C. 1 氣壓ニ於テ 1 cm³ ヲ占ムル量ニ就イテノモノナリ、

	T_c(°C.)	p_c(氣壓)	$V_c' = \frac{\rho_c}{\rho_0}$	$K = \frac{RT_c}{p_c V_c}$	$a'\left(\frac{a}{(22414)^2}\right)$	$b'\left(\frac{b}{22414}\right)$
He	−267·9	2·26	0·00258	3·31	0·000069	0·00106
H_2	−239·9	12·8	0·00290	3·28	0·000489	0·00119
N_2	−147·1	33·5	0·00402	3·43	0·00275	0·00172
O_2	−118·8	49·7	0·00332	3·42	0·00271	0·00142
CO_2	31·0	72·9	0.00422	3·62	0·00717	0·00191
H_2O	374·2	217·5	———	———	0·0109	0·00136

一二、氣體ノ比熱、

或物質ノ單位質量ガ熱量 dQ ヲ得テ溫度上昇 dT ヲ來シタリトセバソノ物質ノ比熱 c ハソノ物質ノ單位質量ヲ溫度1°高ムルニ要スル熱量ナルヲ以テ

$$c = \frac{dQ}{dT}$$

ナリ、從ツテ第一法則ニ依リ

$$c = \frac{dU}{dT} + p\frac{dv}{dT}$$

即チ比熱トハ物質ノ單位質量ガ溫度1°上昇スル場合ノ內部「エネルギー」ノ增加ト外部ヘ爲ス仕事ノ和ヲ意味ス、

定容比熱、之ハ容積一定ニセル時ノ比熱ナルヲ以テ上式ニ於テ $dv = 0$ ト置カバ

$$c_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v$$

ニテ表ハサレ容積一定ノ場合ノ溫度1°ノ上昇ニ對ス

ル內部「エネルギー」ノ增加ヲ意味ス、

定壓比熱、 之ハ壓力一定ノ場合ナルヲ以テ

$$c_p=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p+p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

兩比熱ノ差、 上ノ二式ヨリ

$$c_p-c_v=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p-\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v+p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

即チ定壓比熱ハ定容比熱ヨリ溫度 1° ノ上昇ニ於ケル定壓ノ場合ト定容ノ場合トノ內部「エネルギー」ノ增加ノ差ト、膨脹ニヨル外部仕事ダケ大ナリ、

完全氣體ノ比熱、 完全氣體ニ於テハソノ內部「エネルギー」ハ Joule ノ法則ニ依リ溫度ノミニテ定マリ p,v ニ無關係ナル故

$$c_v=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p=\frac{dU}{dT}$$

從ッテ

$$c_p-c_v=p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

即チ兩比熱ノ差ハ膨脹ニ依ル外部仕事ノミナリ、而シテ完全氣體ノ狀態方程式ハ $pv=r\mathrm{T}$ ナルヲ以テ p 一定ナルトキハ

$$p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p=r$$

$$\therefore\quad c_p-c_v=r$$

即チ比氣體常數 r ハソノ氣體ノ單位質量ガ一定壓力ノ下ニ溫度 1° 上昇スル際膨脹ニ依リテ爲ス外部仕事ヲ意味シ、且ソノ定壓定容比熱ノ差ニ等シ、次ニ氣體ノ1瓦分子ヲ取リソレヲ溫度 1° ダケ高ムルニ要スル熱量即チ分子熱ヲ考フレバ

$$C_p - C_v = R$$

トナリ、定壓定容兩場合ニ於ケル分子熱ノ差ガ總テノ氣體ニ就キ一定ナル普通氣體常數Rニ等シ、之ハ完全氣體トシテ述ベタルモ實在氣體ノ $C_p - C_v$ ノ實測値ヲ示サバ後段ノ表ノ如クRノ値即チ

$$R = 8{\cdot}314 \times 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{deg}} = 1{\cdot}9865 \frac{\text{cal}}{\text{deg}}$$

ト畧一致ス、

〔**別証**〕 次ニ上述ノ關係ヲ他方面ヨリ示サン、今定壓ノ下ニ1瓦分子ノ完全氣體ノ温度ヲ T_1 ヨリ T_2 ニ上昇セシムルニ必要ナル熱量ハ $C_p(T_2 - T_1)$ ナリ、然ルニソノ一部分ハ $p(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$ ノ外部仕事ヲナスヲ以テ内部「エネルギー」ノ增加ハ

$$C_p(T_2 - T_1) - R(T_2 - T_1) = (C_p - R)(T_2 - T_1)$$

ナリ、然ルニ一方 T_1 ヨリ T_2 ニ上昇セル場合ノ内部「エネルギー」ノ增加ハ $C_v(T_2 - T_1)$ ナルヲ以テ

$$(C_p - R)(T_2 - T_1) = C_v(T_2 - T_1)$$

$$\therefore \quad C_p - C_v = R$$

ナリ、

分子運動ト比熱、 今氣體ノ1瓦分子ヲ考ヘ其ノ内部「エネルギー」ヲU,(之迄ノ單位質量ノ場合ト區別スベシ)分子ノ全運動「エネルギー」ヲKトセバ、完全氣體ニテハ位置「エネルギー」不變ナルヲ以テUハKノ變化ニヨリテノミ變化シ $dU = dK$ ナリ、從ツテ定容分子熱 C_v ハ九節ノ關係ヲ用キ

$$C_v = \frac{dU}{dT} = \frac{dK}{dT} = \frac{f}{2}R$$

又定壓分子熱 C_p ハ

$$C_p = C_v + R = \left(1 + \frac{f}{2}\right)$$

故ニ兩比熱比 γ ハ

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{1 + \frac{f}{2}}{\frac{f}{2}} = 1 + \frac{2}{f}$$

ナリ、此ノ γ ノ値ヲ用フレバ、C_p, C_v ハ夫々

$$C_v = \frac{R}{\gamma - 1}, \qquad C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

ト書クヲ得ベシ、之等ノ關係式ニ於テ C_v, C_p 及 γ ハ共ニ分子 f ノ自由度ガ不變ナル限リ溫度等ニ拘ラズ一定値ナリ、故ニ單原子氣體ノ場合ハ分子ヲ質點ト見レバ並進ノ自由度ノミデ $f=3$ ナリ、從ツテ

$$C_v = \frac{f}{2}R = 2{\cdot}98, \quad C_p = \frac{5}{2}R = 4{\cdot}29, \quad \gamma = 1{\cdot}667$$

トナリ、下表ニ示ス如ク H_e, A_r, N_e 及蒸氣等ノ値ハ之ニ近ク、H_2, N_2, O_2, CO 等ノ如ク二原子氣體(從ツテ空氣モ)ニ於テハ結合軸タル對稱軸ヲ除ク他ノ二軸ノ周リノ廻轉ノ自由度 2 ガ「エネルギー」配分ニ與リ並進ノ自由度 3 ト加ヘテ $f=5$ トナルヲ以テ

$$C_v = \frac{5}{2}R = 4{\cdot}97, \quad C_p = \frac{7}{2}R = 6{\cdot}95, \quad \gamma = 1{\cdot}400$$

トナリ畧表ト一致ス、

次ニ比熱ノ溫度變化ニ就キ Regnault 氏ハ實測ヲ行ヒシニ、氣體ノ定壓比熱ハ畧溫度ニ無關係ナルコトヲ見出シタリ、之ヲ **Regnault** ノ法則ト稱ス、然シ嚴密ニハ近似的ノモノニシテ、廣キ溫度範圍ニ於テハ大イニ隔離ス、然シ此處ニ完全氣體ニ於テハ定壓比熱ガ溫度ニ

無關係(從ツテ定容比熱モ溫度ニ無關係)ナルモノト新ニ規約シ、此ノ性質ヲ完全氣體ノ一條件トス、

〔備考〕 單位ハ $^{cal}/_{deg}$ C_v ハ C_p 及 γ ノ値ヨリ算出セルモノ、

氣體	分子量	$C_p = Mc_p$	$C_v = Mc_v$	$C_p - C_v$		$\gamma = {}^{c_p}/_{c_v}$
H_e	4·002	$5{\cdot}00_7$ ($\frac{5}{2}R$	$3{\cdot}01_8$ ($\frac{3}{2}R$	1·989		1·659 ($1+\frac{2}{3}$
A_γ	39·91	$4{\cdot}99_7$ $=4{\cdot}97$)	$2{\cdot}99_9$ $=2{\cdot}98$)	1·998		1·666 $=1{\cdot}667$)
H_2	2·016	$6{\cdot}89_9$	$4{\cdot}87_8$	1·991	[R = 1·9865]	1·408
N_2	28·02	$6{\cdot}94_0$ ($\frac{7}{2}R$	$4\ 64_3$ ($\frac{5}{2}R$	1·997		1·404 ($1+\frac{2}{5}$
O_2	32·00	$6{\cdot}98_9$ $=6{\cdot}95$)	$5{\cdot}00_3$ $=4{\cdot}97$)	1·986		1·397 $=1{\cdot}400$)
CO	28·00	$6{\cdot}98_1$	$4{\cdot}97_2$	2·009		1·404
CO_2	44·00	$8{\cdot}85_4$	$6{\cdot}80_0$	2·054		1·302
N_2O	44·02	$9{\cdot}22_3$	$7{\cdot}08_4$	2·139		1·302

練習問題

1. 標準狀態ニ於ケル空氣ノ密度 0·00129, 定壓比熱 0·238, γ ヲ 1·41 トシテ熱ノ仕事當量ヲ求ム、

2. 標準狀態ニ於ケル酸素ノ定壓比熱 0·2175, 定容比熱 0·1556, 又 1 瓦分子ガ占ムル體積ヲ 22·4 立トシテ熱ノ仕事當量ヲ求ム、

3. 空氣 1 瓩ヲ 1 氣壓ノ下ニテ攝氏零度ヨリ 100° 迄熱スル時此ノ膨脹ニ際シテナセル外部仕事幾何ナルカ、但シ $C_p = 0{\cdot}238$, $C_v = 0\ 169$ ナリトス、

一三、完全氣體ノ定義、

之迄述ベシ種々ノ性質ヲ一括シテ**完全氣體ノ條件**ヲ要約セバ、

(1) Boyle-Charles ノ法則 $pv=rT$ ヲ滿足スル事、

(2) Joule ノ法則ノ滿足, 即チ內部「エネルギー」ガ溫度ノミニテ決ル事、

(3) Regnault ノ法則ノ滿足, 即チ定壓比熱(從ツテ定容比熱モ)ガ溫度ニ無關係ナル事、

半完全氣體ノ定義、上ノ條件ハ理想的ノ場合ニシテ、熱機關研究ニ際シ實在氣體ヲ完全氣體ト看做シ得ザル場合多シ、カカル際ニハ次ノ如キ性質ヲ具備セルモノヲ近似的ニ用フ、即チ

(1) Boyle-Charles ノ法則 $pv=rT$ ヲ滿足スル事、

(2) c_v ハ唯溫度ノミノ函數ナル事, 即チ

$$c_v = a_v + bT + cT^2 + \ldots\ldots$$

茲ニ $a_v, b, c, \ldots\ldots$ ハ常數、

(3) c_p, c_v ハ溫度ニヨリ變化スルモ同一氣體ニツキソノ差ハ不變トス、即チ

$$c_p - c_v = r$$

カカル性質ヲ具備セルモノヲ**半完全氣體**ト稱ス、

一四、斷熱變化及等溫變化、

(Adiadatic change, Isothermal change)

或系ガ外部ト熱ノ授受ナクシテ狀態ヲ變化スルト

キ斷熱變化ト云ヒ、溫度ヲ一定ニ保持シ變化スルトキ(一般ニ熱ノ授受行ハル)等溫變化ト云フ、

兩變化ニ於ケル外部仕事、 氣體ガ外壓ニ逆ヒ膨脹スル際ハ外部仕事ヲナスモ、斷熱的ナルトキハ此ノ仕事ハ內部「エネルギー」ノ消費ニ依リテナサルルヲ以テ、外部仕事ト當量ノ內部「エネルギー」ヲ失ヒ、從ツテ溫度低下シ、逆ニ斷熱壓縮ニ於テハ內部「エネルギー」ハ爲サレタル外部仕事ト等量ダケ增シ溫度上昇ス、次ニ等溫度變化ニ於テハ內部「エネルギー」ハ溫度ノミニ依リ決ルヲ以テ當然不變デアリ、從ツテ等溫膨脹ニ於テハ外部仕事ト等量ノ熱ノ流入アリ、逆ニ等溫壓縮ニテハ流出アリ、

斷熱變化、 斷熱變化ニテハ第一法則ニ於テ $dQ = 0$ ナルヲ以テ

$$dU + pdv = 0$$

然ルニ　$pv = rT$　即チ　$pdv + vdp = rdT$

及　$\frac{dU}{dT} = c_v$.　從ツテ　$dU = c_v dT = \frac{c_v}{r}$

ナル關係アルヲ以テ之ヲ上式ニ代入セバ

$$\frac{c_v}{r}(pdv + vdp) + pdv = 0$$

$$\therefore \quad \frac{dp}{p} + \left(1 + \frac{r}{c_v}\right)\frac{dv}{v} = 0$$

尙完全氣體ニテハ　$r = c_p - c_v$,　$1 + \frac{r}{c_v} = \frac{c_p}{c_v} = r$ ナリ、

之ヲ上式ニ入レ積分セバ

$$\log_e p + r \log_e v = \text{const.} \quad 或ハ \quad \log_e pv^{\gamma} = \text{const.}$$

$$\therefore \quad pv^{\gamma} = \text{const.}$$

之斷熱變化ニ於ケル壓力ト容積間ノ關係ヲ示ス式ナリ、尚此ノ式ト $pv=rT$ トニ於テ p 或ハ v ヲ消去セバ

$$Tv^{\gamma-1}=\text{const} \quad 及 \quad Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}=\text{const.}$$

ヲ得、之斷熱變化ニ於ケル溫度ト容積,及溫度ト壓力間ノ關係ヲ表ス、今氣體ガ(1)ノ狀態ヨリ(2)ノ狀態迄斷熱變化セリトセバ之等ノ式ハ夫々

$$p_1v_1^{\gamma}=p_2v_2^{\gamma},\quad \frac{T_1}{T_2}=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1},\quad \frac{T_1}{T_2}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

トナル、次ニ外部仕事ヲ求ムレバ

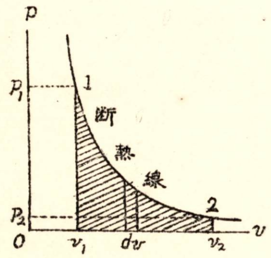
$$pdv=-dU=-c_v dT$$

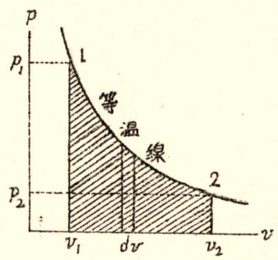
ナルヲ以テ

$$W=\int_1^2 pdv=-\int_{T_1}^{T_2}c_v dT=c_v(T_1-T_2)$$

$$=\frac{r(T_1-T_2)}{\gamma-1}=\frac{p_1v_1-p_2v_2}{\gamma-1}=\frac{p_1v_1}{\gamma-1}\left\{1-\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}\right\}$$

ナリ、今横軸ニ容積,縱軸ニ壓力ヲ採リ,壓力容積線圖ヲ描ケバ上述ノ積分ノ意味ハ圖示ノ影線ノ面積ヲ示ス、從ツテ此ノ面積ヲ測ル事ニヨリ仕事ノ量ヲ圖上ニ求ムルヲ得ルナリ、





一般ニ膨脹曲線ノ方程式ガ $pv^n = \text{const}$ ナル時ハ同樣ニシテ容易ニ

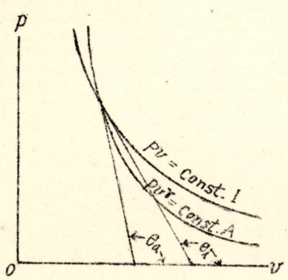
$$W = \frac{\gamma(T_1 - T_2)}{n - 1} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n - 1}$$

ナル事ヲ証明スルヲ得、

等溫變化、等溫變化ニ於テハ Boyle ノ法則ニ依リ $pv = \text{const.}$ 故ニ其ノ膨脹曲線ハ正雙曲線ナリ、此ノ場合ノ外部仕事ヲ求ムレバ

$$W = \int_1^2 p dv = \gamma T \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = \gamma T \log_e \frac{v_2}{v_1}$$

ナリ、此ノ場合ノ仕事ノ量ハ前ト同樣ニ圖示ノ影線ノ面積ナリ、尙等溫變化ニ於テハ內部「エネルギー」U ハ不變ナル故此ノ際出入セル熱量 Q ハ此ノ外部仕事ニ等シ、



此ノ兩變化ニ於テ壓力,容積間ノ關係ヲ比較シ、等溫線ト斷熱線ノ勾配ヲ考フルニ

等溫 : $\tan\theta_i = \left(\frac{dp}{dv}\right)_i = -\frac{p}{v}$

斷熱 : $\tan\theta_a = \left(\frac{dp}{dv}\right)_a = -\gamma\frac{p}{v}$

$\gamma > 1$ ナルヲ以テ

$$\left|\left(\frac{dp}{dv}\right)_a\right| > \left|\left(\frac{dp}{dv}\right)_i\right|$$

$$\therefore \quad \theta_a < \theta_i$$

例題 1. 壓力計ニテ壓力 4.22 瓩/平方糎 ニシテ體積 2 立方米ノ空氣アリ、之ヲ斷熱的ニ體積 5 立方米迄膨脹セシムルトキノ仕事ノ量ヲ求ム、

解、普通,工業上ニ用フル壓力計ハ開管壓力計ナル

ヲ以テ、絶對壓力ハ之ニ大氣壓ヲ加ヘザル可カラズ、從ツテ上式ニヨリ

$$W = \frac{(4{\cdot}22 + 1{\cdot}033) \times 10^4 \times 2}{1{\cdot}400 - 1}\left\{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{1{\cdot}400-1}\right\}$$

$$= 80600 \text{ kg.-m.}$$

例題 2. 直徑6糎ノ圓筒アリ、此ノ内ニ筒頂ヨリ1糎ノ所ニ吸鍔ヲ置キ、攝氏20°,3氣壓ノ空氣ヲ充タシ等溫ニシテ3倍ニ膨脹セシムルトキ吸鍔ニ與フル仕事ノ量如何、

解、

$$p_1 = 3 \times 1{\cdot}033 \times 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$v_1 = 3{\cdot}1416 \times 3^2 \times 1 \text{ cm}^3 = \frac{3{\cdot}1411 \times 9}{10^6} \text{ m}^3$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 3 \qquad \therefore \quad \log_e \frac{v_2}{v_1} = 1{\cdot}0986$$

$$\therefore \quad W = 3{\cdot}099 \times 10^4 \times 3{\cdot}1416 \times 9$$

$$\times 10^{-6} \times 1{\cdot}0986 = 0{\cdot}963 \text{ kg.-m.}$$

練習問題

1. 壓力計ニテ壓力4.2瓩/平方糎ニシテ容積0.085立方米ノ完全氣體アリ、溫度ヲ變化スル事ナク容積ヲ0.2立方米迄膨脹セシムルトキノ仕事ノ量ヲ求ム、

2. 完全氣體ノ斷熱變化ノ場合ニ於ケル體積彈性率ヲ求ム、

3. 直徑0.6米ノ圓筒アリ、此ノ内ニ筒頂ヨリ0.3米ノ所ニ吸鍔ヲ置キ、3氣壓ノ空氣ヲ充タシタルアリ、今斷熱的ニ此ノ3倍容積迄膨脹セシムルトキ、膨脹ノ終ノ壓力及其ノ間ニ吸鍔ニ與フル仕事ノ量如何、

4. 壓力計ニテ壓力5.6瓩/平方糎, 攝氏10°, 0.6立方米ノ

空氣アリ、今之ヲ壓力 4.2 瓩/平方糎 迄斷熱膨脹セルトキノ溫度及外部仕事ヲ問フ、

5. 吸鍔ヲ具フル圓筒ガ攝氏零度ノ氷ノ中ニ埋レルアリ、最初圓筒内ニ 1 氣壓ノ空氣アリ、之ヲ徐々ニ壓縮シテ 10 氣壓トセバ周圍ノ氷ハ幾何溶解セリヤ、但シ圓筒ノ半徑 7 糎, 最初ノ空氣柱ノ長サ 20 糎トス、

6. 攝氏零度ノ空氣 1 瓩アリ、其ノ壓力ヲ變化スルコトナク容積ヲ倍加セリト、然ラバ終ノ溫度幾何ナリヤ, 又問フ此ノ膨脹中ノ外部仕事量及與ヘラレタル熱量如何、

7. 絕對壓力 1.4 瓩/平方糎 攝氏 15°, 1 瓩ノ氣體ガ圓筒内ニ 0.61 立方米ノ容積ヲ占ム、今之ニ 24「キロカロリー」ノ熱量ヲ壓力一定ニシテ與ヘシニ攝氏 92° ニ昇レリ、然ラバ外部仕事及內部「エネルギー」ノ增加如何、又定容比熱ヲ求ム、

8. 絕對壓力 14.7 听/平方吋, 攝氏零度, 容積 1 立方呎ノ或氣體ノ重量ハ 0.0893 听ナリ、今此ノ氣體ノ 1 听ニツキテノ定容比熱ヲ 0.0704「キロカロリー」トセルトキ γ ノ値ヲ求ム、

9. 容積 v_1, 壓力 p_1 ナル單位質量ノ完全氣體アリ、今ソノ容積ガ各瞬時ニ於テソノ壓力ニ正比例シテ膨脹スルモノトス、若シソノ壓力ガ p ヨリ $p+dp$ ニ變化セルトキ dU 及 dQ ヲ p ト dp ノ項ニテ表セ、

10. 攝氏 273°, 1 瓩ノ乾燥空氣ガ圓筒内ニアリ、今此ノ空氣ガ斷熱的 ($\gamma = 1.400$) ニソノ始メノ容積ノ 5 倍ニ

膨脹シ、次ニ等溫的ニ始メノ容積迄壓縮ス、之ニ更ニ熱ヲ與ヘテ等容積ノ儘元ニ戻ラシム、此ノ時ノ仕事ノ量及受熱,放熱量ヲ求ム、

第二章
熱力學第二法則

一五、可逆變化及非可逆變化、
(Reversible change, Irreversible change)

或系ノ狀態變化ニ於テ何ラカノ方法ニ依リソノ系モソノ變化ニ關與セル周圍ノ總テモ完全ニ最初通リノ狀態ニ還シ得ルナラバ此ノ變化ヲ可逆變化ト稱シ、如何ナル方法ニ依ルモ始メノ狀態ニ還ス事ノ出事ヌ變化ヲ非可逆變化ト稱ス、

非可逆變化ノ例、 現實ノ自然現象ニハ嚴密ナル可逆變化ハ存在セズ、凡テ非可逆ナルガ其ノ顯著ナル例トシテハ

(i) 摩擦ニ依リ力學的「エネルギー」ガ熱トナル變化、

(ii) 傳導ニ依リ熱ガ高溫體ヨリ低溫體ニ移ル變化、

(iii) 氣體ガ眞空部或ハ低壓部ニ不均衡ニ自由膨脹スル變化、

等ナリ、カカル現象ガ非可逆ナルコトハ先驗的ナル或ル理論ヨリ其ノ理由ヲ結論シ得ルモノデナク、動カシ得ヌ經驗的事實ナリ、

〔**注意**〕 非可逆トハ前ノ變化過程ヲ其ノ儘直接逆行

シ得ズトイフ意味デナク、自然,能力,人力ノ限リヲ盡シ如何ナル方法ヲ用ヒテモ全部(考慮ノ系ノミナラズ外部ノ總テ)ニ就イテノ最初ノ狀態ヲ再現シ得ズトイフ意味ナリ、例ヘバ摩擦ニ依ル熱發生ガ非可逆ナリトハ直接逆ニ物體ガ發生セル熱ヲ再ビ吸收サセ、元ノ速度ニテ動キ出サセ得ヌト云フ意味デナク、種々ノ手段例ヘバ發生セル熱ヲ採リ或ル方法ニテ先ヅ物體ノ溫度ヲ元通リニスルト共ニ、取リシ熱量ヲ適當ナル方法ニテ純粹ノ力學的「エネルギー」ニ變ヘ、之ヲ物體ニ與ヘ速度ヲ元通リニスルトイフ手段ヲ用ヒテモ、ソレハ不可能(二物體ノミ原狀ニ還シ得テモ他ノ部分ニ必ズ變化ヲ伴フ)ナリトイフ意味ナリ、

可逆變化ノ例、 熱的現象ノ全然加ハラヌ粹力學的ナル變化ハ可逆ナリト考フルヲ得、例ヘバ摩擦,傳導,空氣ノ流レ等ヲ絕對的ニ伴ハヌト考フル一物體ノ或運動、或ハ絕對的ニ變形セザル連結棒ヤ革帶,摩擦絕無ノ軸受,接手ヨリナル剛體ノ機械ノ純力學的ナル運轉等ハ自己及外部ニ何等ノ變化ナクシテ原狀ニ還リ得ル、カカルモノハ可逆ナリト考ヘ得ル、

準靜的過程 (Quassi-static process). 物體ノ狀態ヲ變化セシムル際ノ過程ガ物體ヲ平衡狀態ニ無限ニ近ク置キタル儘ニテ行ハルル時、此ノ過程ヲ準靜的過程ト稱ス、例ヲ擧ゲテ說明セバ熱平衡ニアル氣體ハソノ器壁ニ一定ノ壓力 p ヲ及ボス、此ノ器ニハ吸鍔ヲ具ヘ氣體ヲ逃ガス事ナク動キ氣體ノ容積ヲ變ヘ得ル樣ニナレリ

トス、今氣體ノ容積ヲ小ニセンタメニハ吸鍔ニ氣體ノ壓力ヨリ大ナル壓力p'ヲ加ヘザル可カラズ、p'ヲ非常ニ大ニトリ容器ノ容積ヲ小ニスルトキハ氣體ハ運動「エネルギー」ヲ得、複雜ナル運動狀態ニ置カル、之ニ反シテp'トpトノ差ヲ極メテ小ニトリ、無限ニ遲キ速度ニテ吸鍔ヲ動カス時ハ、氣體ハ各瞬時ニ殆ド平衡ノ儘ニテ壓縮サル、此ノ後者ノ過程ガ即チ準靜的過程ナリ、熱ノ移動ニ關シテモ同樣ニシテ熱平衡ニアル物體ニソノ温度ヨリ極メテ僅カ高キ温度ノ物體ヲ接觸セムルシ事ニヨリ、始メノ物體ノ熱平衡ニ差シタル變動ヲ起ス事ナク任意ノ温度ヲ得シムル事ヲ得、從ッテ此ノ過程ハ可逆ニシテ熱ガ關聯セル可逆變化トシテノ理想例ナリ、但シ此ノ過程ハ物體ニ有限ノ變化ヲ起サシムルニ極メテ長キ時間ヲ要ス、然シ我々ノ理論的考察ニ於テハ時間ノ長短ヲ問題ニスルヲ要セズ、之理論的研究ニ際シテカカル過程ヲ考慮スル所以ナリ、此ノ變化過程ニ於テ氣體ト熱源間ノ隔壁ガ完全絕緣體ナラバ熱ヲ授受セザルヲ以テ此ノ場合ノ變化ヲ**斷熱可逆變化**ト稱シ、隔壁ガ完全導體ニシテ熱源ガ無盡藏ノ熱容量ヲ有スルト看做シ得ル場合ハ氣體ノ温度ハ不變ニシテ之ヲ**等温可逆變化**ト稱ス。

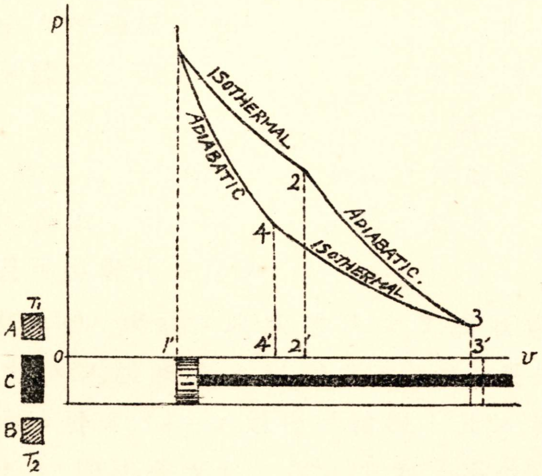
輪廻 (Cycle). 或系ガ或狀態Aヨリ或狀態變化ヲナシ、再ビ始メノ狀態Aニ復歸スルトキ(系外ノモノハ變化ストモ可ナリ)コノ過程ヲ輪廻ト云フ、輪廻ガ可逆的ナルトキ、即チ系ガ元ニ還ルト共ニ系外ノ總テモ原

狀ニ還リ得ルナラバ此ノ輪廻ヲ**可逆輪廻**ト稱ス、

一六、熱機關及 Carnot 輪廻、

熱機關トハ熱ヲ仕事ニ變ズル裝置ニシテ、實際ノ熱機關ハ週期的ニ最初ノ狀態ニ歸ル働作ノ連續的輪廻ヲナシテ働クモノナリ、而シテ操作物質ニ依リテ或高溫度熱源(單ニ熱源トモ云フ)ヨリ熱ヲ受ケソノ容積變化ヲ利用シテ一部分ヲ仕事ニ轉換シ、殘餘ノ熱ヲ低溫度熱源(冷却器トモ云フ)ニ放出スルモノナリ、復水式蒸氣機關ノ兩熱源ハ夫々爐及復水器ナリ、罐ハ機關ノ一部ニシテ爐ナル熱源ヨリ熱ヲ受クルモノニシテ蒸氣ハソノ操作物質ナリ、內火機關ニ於テハ熱ヲ內部發火ニ依リ採リ、氣體ノ容積變化ニヨリ仕事ヲ爲ス、

Carnot 輪廻、 Carnot 氏ハ一組ノ等溫線及斷熱線ヨリ成ル特殊ノ熱機關ヲ考案セリ、此ノ機關ハ完全ニ熱ノ



不良導體ナル筒內ニ滑動ニ際シ少シモ摩擦ナキ吸鍔ヲ有シ、此ノ吸鍔モ亦完全ニ熱ノ不良導體ナリトス、之ニ反シ筒ノ頂部ノミハ熱ノ良導體ニシテ、必要ニ應ジ之ヲ遮斷シ得ル蓋Cナル熱ノ不良導體ヲ別ニ裝備セルモノナリ、A, Bハ夫々熱源及冷却器ニシテ之等ハ其ノ容量無限ニシテ、一定量ノ熱ヲ之ニ與ヘ又之ヨリ取ルモ、ソノ爲ニ溫度ノ昇降ヲ生ズルガ如キ事ナキモノトシ、且Aハ高溫度T_1ニシテ, Bハ低溫度T_2ヲ有スルモノト假定ス、而シテ操作物質トシテ完全氣體ヲ用ヒソノ全過程ハ準靜的ニシテ次ノ四過程ヨリナレリ、

第一過程: (可逆的) 等溫膨脹 $[T_1,v_1,p_1 \xrightarrow{+Q_1(\text{吸收})} T_1,v_2,p_2]$

第二過程: (可逆的) 斷熱膨脹 $[T_1,v_2,p_2 \longrightarrow T_2,v_3,p_3]$

第三過程: (可逆的) 等溫壓縮 $[T_2,v_3,p_3 \xrightarrow{+Q_2(\text{放出})} T_2,v_4,p_4]$

第四過程: (可逆的) 斷熱壓縮 $[T_2,v_4,p_4 \longrightarrow T_1,v_1,p_1]$

單位質量ノ完全氣體ガ此ノ輪廻ニ於テナス外部仕事ハ第14節ニ述ベタル事ニヨリ、

第一過程: $W_1 = rT_1 \log_e \frac{v_2}{v_1} = Q_1$

第二過程: $W_2 = U_1 - U_2$

第三過程: $W_3 = rT_2 \log_e \frac{v_4}{v_3} = -Q_2$

第四過程: $W_4 = U_2 - U_1$

玆ニQ_1ハ第一過程ニテ熱源ヨリ吸收セル熱量, Q_2ハ第三過程ニテ冷却器ニ放出セル熱量, U_1, U_2ハ夫々T_1, T_2ニ於ケル內部「エネルギー」ナリ、然ルニ第二及第四ノ斷熱變化ニ於テ

$$T_1 v_2^{\gamma-1} = T_2 v_3^{\gamma-1},\quad T_2 v_4^{\gamma-1} = T_1 v_1^{\gamma-1}$$

$$\therefore\quad \frac{v_2}{v_1}=\frac{v_3}{v_4}$$

從ツテ

$$\frac{Q_1}{T_1}=\frac{Q_2}{T_2}=\frac{Q_1-Q_2}{T_1-T_2}=\frac{W}{T_1-T_2}$$

$$\frac{W}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}$$

玆ニWハ此ノ輪廻中ニテナス全外部仕事ニシテ「エネルギー」保存ノ關係ヨリ Q_1-Q_2 ナル事勿論ナリ、而シテソノ値ハ

$$W=Q_1-Q_2=rT_1\log_e\frac{v_2}{v_1}+rT_2\log_e\frac{v_4}{v_3}$$

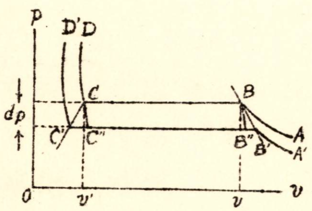
$$=r(T_1-T_2)\log_e\frac{v_2}{v_1}$$

ニシテ圖ニ於テ1,2,3,4ナル閉曲線カ包ム面積ニ依リテ表ハサル、

一七、壓力ト沸騰點及融解點トノ關係、

沸騰點及融解點ガ外壓ニヨリ變化スル事ハ既ニ知ル所ナルモ此ノ關係ヲ熱力學的ニ考察セン、

沸騰點ニ及ボス壓力ノ影響、 今或物質ノ1瓦ヲ考ヘ僅カ異ル二温度 $T, T-\Delta T$ ニ於ケル氣液共存狀態附近ノ等温線ヲ $p-v$ 圖ニ於テ ABCD 及 A′B′C′D′ トス、AB部分ハ氣體, CD部分ハ液體, BC部分ハ氣液共存狀態ナリ、今 CBB″C″C ノ四可逆過程ヨリナル Carnot



輪廻ヲ考フルトキ、$\overrightarrow{CB}$過程ニ於テ吸收スル熱量Qハ1瓦ガ液體ヨリ氣體ニ氣化スルニ要スル熱量即チ氣化熱Lナルヲ以テ、

$$Q = L_{cal} = JL_{erg}$$

ニシテ、一方此輪廻ニ於テ爲ス全仕事WハCBB″C″ノ面積ニテ表ハサルルヲ以テΔTナル温度差從ツテΔpナル壓力差ガ微小ナルトキハ之ヲ平行四邊形ノ面積ト看做シ、C點ノ容積ヲv', B點ノ容積ヲvトセバ

$$W = (v - v')\Delta p$$

故ニCarnot輪廻ノ關係式ニヨリ

$$\frac{(v - v^1)\Delta p}{JL} = \frac{W}{Q} = \frac{T - (T - \Delta T)}{T} = \frac{\Delta T}{T}$$

$$\therefore \quad \frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{T(v - v')}{JL}$$

茲ニv, v'ハ氣體及液體ニ於ケル1瓦ノ容積(比容積)ナルガ、$v > v'$ナル故$\frac{\Delta T}{\Delta p}$ハ正ニシテ蒸氣壓ガ温度ト共ニ増ス、即チ外壓大ナルニ從ヒ沸騰點ノ上昇ヲ示ス、此ノ關係ヲ**Clapeyron**ノ式ト稱ス、

融解點ニ及ボス壓力ノ影響、 上ト全ク同樣ニシテ外壓ト融解點間ノ變化關係ヲ表ス式トシテ

$$\frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{T(v' - v'')}{JL'}$$

ヲ得、茲ニL'ハ融解熱, v', v''ハ液體ト固體ニ於ケル比容積ナリ、

練習問題

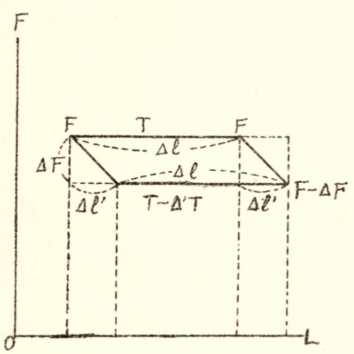
1. 水攝氏100°, 760粍附近ニ於1粍ノ外壓增加ニ對スル沸騰點上昇並ニ零度ニ於テ1氣壓ノ外壓增加ニ

對スル融解點ノ下降ヲ求メ,且實測値ト比較セヨ、

2. 攝氏100·1°ニ於ケル水ノ飽和壓ハ762·7粍ナリ、攝氏100°ノ水ノ蒸發熱ヲ計算セヨ、

一八、斷熱的伸長ニ基ク溫度ノ變化、

今金屬棒ノ溫度T,長サl,張力F,斷面單位面積ナルモノヲ採リ、圖ノ如ク之ニQ_1ナル熱ヲ加ヘテ等溫膨脹ヲナサシメ$l+\Delta l$トナシ更ニ斷熱膨脹ニテ$l+\Delta l+\Delta l'$ニ到ラシムレバ溫度ハ$T-\Delta T$トナリ張力ハ$F-\Delta F$トナルベシ、次ニ熱量Q_2ヲ奪ヒテ等溫壓縮ヲナサシメ$l+\Delta l'$トシ、更ニ斷熱壓縮ニテ元ノ狀態ニ戻ラシムベシ、此ノ時ナス仕事ハ近似的ニ



$$\Delta W=\Delta F.\Delta l$$

ナリ、然ルニ$\Delta F=\alpha E\Delta T$ナル事卷一ニ依リ知ル所ナリ、且

$$\frac{Q_1}{T}=\frac{Q_2}{T-\Delta T}=\frac{Q_1-Q_2}{\Delta T}$$

ナルヲ以テ第一法則ニ依リ

$$\Delta W=J(Q_1-Q_2)$$

$$\therefore\quad \Delta F.\Delta l=\frac{JQ_1}{T}\Delta T=\frac{JQ_1}{T}\frac{\Delta F}{\alpha E}$$

$$\therefore \qquad Q_1 = \frac{\alpha ET}{J}\Delta l$$

ナリ、然ルニ始メ棒ヲ $l+\Delta l$ ニ延長セシムル際ニ熱ヲ與ヘザリシナラバ、自ラ冷却セルナルベシ、其ノ爲メニ起ルベキ温度ノ變化ヲ Δt トセバ棒ノ比熱 c, 比重 ρ ナルトキ $-c\rho\Delta t$ ノ熱ヲ加フレバ、長サ $l+\Delta l$ ニテ温度 T ノ状態即チ等温膨脹ノ際ノ状態ニナルベシ、從ツテ

$$Q_1 = -c\rho\Delta t$$

$$\therefore \qquad \Delta t = \frac{-\alpha ET}{Jc\rho}\Delta l$$

ナリ、即チ一般ニ斷熱的伸長ノ爲ニ温度ハ降下ス、然レドモ膨脹率 α ガ負量ナルトキハ伸長ノ爲ニ温度上昇ス、「ゴム」ハ此ノ適例ナリ、

一九、熱力學第二法則、

第一法則ニ從ヘバ力學的「エネルギー」ヲ熱ニ換ヘル事モ又反對ニ熱ヲ力學的「エネルギー」ニ換ヘル事モ同ジ程度ニ可能ナル故、

$$Q \rightleftarrows AW$$

ナル式ニテ表ハサル、然ルニ自然現象ノ嚴密ナル觀察ニ依レバ實際ニハ之等ノ轉換ハ同ジ容易サヲ以テ互ニ轉換サレズ、即チ力學的「エネルギー」ハ完全ニ熱ニ換ヘ得ルニ拘ハラズ、熱ヲ力學的「エネルギー」ニ換ヘル際ニハ常ニ或制限ヲ受ク、即チ摩擦ニ依ル熱發生,温度差ノ下ノ熱傳導,氣體ノ自由膨脹等ノ諸現象ニ見ルモ明ラカナリ、之等非可逆現象ハ既知ノ或法則,例ヘバ「エネルギー」保存則等ヨリ結論サレ得ル事デナク經驗的ナル

事實ナリ、カカル現象ハ熱(或ハヨリ正確ニ言ヘバ分子運動又ハ原子運動)ガ關聯スル場合ニ於テ現ハレ、此ノ非可逆性ノ存在ハ人力ノ御シ得ヌ**變化ノ方向性**ヲ持ツコトヲ意味スルモノナリ、之等非可逆現象ノ存在ヲ**立脚點**トシ、之等ヲ綜合統一セル諸現象ノ方向性ヲ指示スル如キ一ツノ概觀的法則ガアリ得レバ便利ナリ此ノ意味ニ於テ作ラレタルモノガ**熱力學第二法則**ナリ、從ツテ此ノ表現ハ多種多樣ニアリ今 Planck ニヨル表現ヲ示サバ次ノ如シ、

熱源ヲ冷ス事ト純力學的仕事ヲナス外ハ何等ノ影響モ及ボサズシテ輪廻過程ヲナス機關ハ製作不能ナリ、

即チ或機關ガ一輪廻ヲナシ元ニ還ル迄ニ熱源ガ冷サレタル變化ト,力學的仕事ガナサレタル變化ノ外ハ、自身ニモ周圍ニモ全然何等ノ變化ヲ齎サヌ如キ機關ハ作リ得ヌトイフ意味ニシテ、換言セバ熱源ヨリノ熱量ヲ全部ソレト等量ノ力學的外部仕事ニ變ヘル事ノミヲスル機關ハ有リ得ヌトイフ意味ナリ、

假リニ上ノ如キ機關ガ可能ナリトセバ摩擦,熱傳導,氣體ノ自由膨脹等凡テ可逆的トナル、即チ摩擦ニ依リ發生セル熱ヲソノ機關ニテ吸收シ、此ノ全部ヲ等量ノ力學的仕事トシテ物體ニ與ヘ、摩擦前ノ速度ニ復セシムレバ、摩擦セル物體モ機關モ其ノ他ノ總テモ原狀ニ還リ得、又自由膨脹セル氣體ノ場合モ、先ヅ之ヲ壓縮シテ前ノ容積トナシ其ノ際發生セル熱量ヲ上ノ機關ニ吸

收シ、之ヲ等量ノ力學的仕事トシテ氣體壓縮ノ際ノ仕事ニセバ全部ガ全ク原狀ニ還リ得、即チ可逆ナリ、然ルニ上述ノ如キ諸現象ハ非可逆ナリ、從ツテカカル機關ノ存在ハ不可能ナリ、即チ諸種非可逆現象ガ存在スル以上第二法則ハ其ノ必然的結果ナリ、逆ニ第二法則ヲ認ムル以上、上例ノ諸現象ハ必ズ非可逆ナラザル可カラズ、何トナレバ假リニ摩擦現象ガ可逆ナリトセバソハ即チ發生セル熱ヲ全部ソレト等量ノ力學的仕事ニ換ヘル事ノミヲ爲シ得ルコトトナリ、之ヲ利用セバ上述ノ機關ガ可能トナル可キナリ、

永久運動、 何ラノ「エネルギー」ノ供給ナクシテ外部ニ仕事ヲナシツツ永久ニ運動スルトキ之ヲ**第一種永久運動**ト云フ、此ノ不可能ナルコトハ「エネルギー」保存則ノ要求スル所ナリ、依ツテ「エネルギー」保存則、或ハ熱力學第一法則ハ第一種永久運動ハ不可能ナリト述ブルモ可ナリ、次ニ熱源ヨリ熱ヲ取リテ力學的仕事ヲナス外ハ何等ノ變異ヲ齎サヌ機關、即チ上記ノ第二法則ニ述ベタル如キ機關ガ存在シ得ルナラバ、土地ニモ大氣ニモ海洋ニモ殆ド無盡藏ノ熱量存在セルヲ以テ之ヲ利用セバ永久ニ仕事ヲ爲シツツ運轉シ得ルナリ、カカルモノヲ**第二種永久運動**ト稱ス、之ノ不可能ナルコトハ經驗上ノ事實デモアリ、又上記第二法則ノ要求セル所ナリ、依リテ Ostwald ハ熱力學第二法則ヲ**第二種永久運動ハ不可能ナリ**ト述ベタリ、

第二法則ノ他ノ表現法、 Clausius ハ簡單ニ**熱ハソレ**

自身ニテ低温度ヨリ高温度ニ移ル事ナシト云ヒ表ハセリ、茲ニソレ自身トハ如何ナル補助ノ方法ヲ用ヒテモ周圍ニ何等ノ變化ヲ殘ス事ナシニト云フ意味ナリ、此ノ表現法ハ傳熱ノ非可逆性ヲ率直ニ云ヘルモノニシテ、形ハ異レドモ前二者ノ表現法ト全ク同ジ內容ヲ有スルモノナリ、即チ若シ熱ガ他ノ補助ヲ藉ラズシテソレ自身ニ低溫度ノ物體ヨリ高溫度ノ物體ニ移動シ得ルモノト假定セバ、熱ヲシテ自ラ低溫度ノ物體ヨリ高溫度ノ物體ニ移ラシメ、然ル後 Carnot 輪廻ヲナサシメ高溫度ヨリ熱ヲ取リ低溫度ニ前ト同量ノ熱ヲ與ヘテ外部ニ仕事ヲナサシムル如キ過程ヲ行ヒ得、然ルトキハ低溫度物體ノ熱量ノ變化ナク、高溫度物體ノ一部ノ熱量ガソノ儘仕事トナリ外部ニ何等變化ナシ、之 Planck ノ表現法ト一致セル所ニシテ又 Ostwald ノ表現法トモ一致ス、次ニ Lord Kelvin ハ次ノ如ク考ヘタリ、即チ熱以外ノ「エネルギー」ハ之ヲ理想的ニ利用セバ殆ドソノ全部ヲ仕事ニ變ズルヲ得ベシ、然ルニ熱源ノ有スル「エネルギー」ハ理想的ノ場合ニ於テモ尚ソノ一部分ヲ仕事ニ變ジ得ルニ過ギズ、而シテ摩擦及其ノ他ノ現象ニ依リ他種ノ「エネルギー」ハ常ニ熱ニ變ゼントスル傾向ヲ有スルノミナラズ.熱ノ傳導,輻射等ノ現象ハ物體系ノ溫度差ヲ減少セントスル傾向ヲ有スルガ故ニ「エネルギー」ノ總量ハ不變ナレドモ、利用シ得ベキ「エネルギー」ノ量ハ常ニ減少シツツアリ、之ヲ**「エネルギー」ノ散逸**ト稱ス、此ノ事實ヲ以テ彼ハ第二法則ノ一ツノ表

現法トセリ、尚此ノ外後述セルモ「**エントロピー**」ハ**増加ス**ヲ以テ第二法則ノ表現法トスルモ可ナリ、

二〇、熱機關ノ効率, Carnot ノ定理、

熱機關トハ要スルニ熱源ヨリ熱量 Q_1 ヲトリ其ノ一部ヲ力學的「エネルギー」ニ變ヘテ外部仕事 W ヲナシ、殘餘ノ熱量 $Q_2(=Q_1-W)$ ヲ冷却器ニ放出シ一輪廻ヲナス機關ト見ラル、此ノ際吸收セル熱量ニ對スル變化セル力學的「エネルギー」ノ比、即チ

$$\frac{W}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$$

ヲソノ機關或ハソノ輪廻ノ**熱効率**ト稱ス、

〔**注意**〕變化シ得ル力學的「エネルギー」W モ摩擦等ノ爲ニ其ノ一部 W′ ノミヨリ利用出來ズ、此ノ時 $\frac{W'}{W}$ ヲ**力學的効率**ト稱ス、以下單ニ効率トハ熱効率ヲ意味ス、

Carnot ノ定理、 熱力學第二法則ヨリ次ノ關係ガ結論サル、

1. 同一ノ二温度間ニ働ク熱機關中可逆機關ノ効率最大ナリ、
2. 同一ノ二温度間ニ働ク可逆機關ノ効率ハ總テ相等シ、

之ヲ Carnot ノ定理ト云フ、

〔**証明**〕先ヅ A ヲ可逆機關、B ヲ任意ノ機關トス、A ハ熱源ヨリ熱量 Q_1 ヲトリ、外部仕事 W_A ヲナシ、殘リ Q_{A_2} ヲ冷却器ニ放出シテ一輪廻ヲナス、之ハ可逆機關ナルヲ以テ逆運轉ヲナシ得、即チ冷却器ヨリ Q_{A_2} ヲ

取リ、W_A ノ仕事ヲ外部ヨリ爲サレ、熱源ニ Q_1 ヲ返シ自身モ其ノ他モ元通リ還ル事ヲ得、又 B ハ同ジ熱源ヨリ Q_1 ヲ取リ外部仕事 W_B ヲナシ、殘リ Q_{B_2} ヲ同ジ冷却器ニ放出スルモノトス、今 B ノ効率ガ A ノ効率ヨリモ大、即チ

$$\frac{W_B}{Q_1} > \frac{W_A}{Q_1} \quad \text{即チ} \quad W_B > W_A \quad \text{從ツテ} \quad Q_{B_2} < Q_{A_2}$$

ト假定ス、A, B 兩機關ヲ同ジ熱源ト冷却器ニ接續シ B ハ順運轉, A ハ逆運轉ヲナストセバ、先ヅ B ハ熱源ヨリ Q_1 ヲ取リ W_B ノ外部仕事ヲナシ殘リ Q_{B_2} ヲ冷却器ニ放出シ、次ニ A ハ冷却器ヨリ Q_{A_2} ヲ取リ W_A ノ仕事ヲ外部ヨリ爲サレ Q_1 ノ熱量ヲ熱源ニ放出ス、此ノ結果上記ノ一輪廻ニ於テ結局冷却器ヨリ $Q_{A_2}-Q_{B_2}$ ノ熱量ヲ取リ、外部仕事 W_B-W_A ヲ爲セル事トナリ、然モ機關ニモ周圍ニモ何等ノ變化ヲ齎サズ、之第二法則ニ反ス、故ニ $W_B \ngtr W_A$, 即チ任意ノ機關 B ノ効率ハ可逆機關 A ノ効率ヨリ大デアリ得ヌ、即チ可逆機關ノ効率ガ最大値ナリ、

次ニ上ノ証明ニ於テ B ハ任意ノ機關ナル故 B ガ可逆機關ニテモ成立ス、即チ

$$W_B \ngtr W_A \quad \text{而シテ B モ可逆ナル故} \quad W_A \ngtr W_B$$

從ツテ $W_A = W_B$, 即チ可逆機關ノ効率ハ總テ相等シ、

二一、可逆機關ノ効率、

熱源及冷却器ノ溫度 T_1, T_2 ガ一定ノ時ハ總テノ可逆機關ハ同ジ効率ヲ有スルヲ以テ、其ノ効率ヲ見出スニ

ハ最モ考ヘ易キ可逆機關例ヘバ完全氣體ノ Carnot 輪廻ニツキ見出セバ可ナリ、故ニ

$$効率 = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_1}{T_1}$$

即チ可逆機關ノ効率ハ熱源ト冷却器ノ温度差ニ比例シ、熱源温度ニ反比例ス、此ノ事ハ操作物質ノ如何ニ拘ハラズ成立スル事ハ、上ノ証明ニ於テ操作物質ノ性質ニ就キ何等ノ假定ヲ設ケザリシヨリ明カナリ、然レドモ實際ノ機關ニ於テハ摩擦,傳導ノ如キ非可逆變化ノ伴ハザルモノナキガ故ニ効率ハ遙カニ小ナリ、今茲ニ汽罐内ノ壓力 10 氣壓(此ノ時温度ハ約 180 度)復水器ノ温度 18°C ナル蒸氣機關アリトシ、假リニ之ガ可逆機關ナリトセバソノ効率ハ 36 % ナリ、然レドモ實際ノ蒸氣機關ノ効率ハ最モ良好ナルモノニ於テ 17 %, 機關車式機關ニ於テハ僅ニ 8 % ニ過ギズ、

練習問題

1. 温度ガ夫々攝氏 260° 及 16° ナル二ツノ熱源ノ間ニ作働スル完全氣體ノ Carnot 輪廻ノ効率及斷熱膨脹度ヲ求ム、

2. 可逆機關アリ、之ニ供給セル熱量ノ $\frac{1}{6}$ ヲ有用ノ仕事ニ變ズル事ヲ得,但シ低熱源ノ温度ヲ 65° ダケ降下セシムルトキハ其ノ効率ハ 2 倍ニナルト、高熱源及低熱源ノ温度ヲ求ム、

3. 1 瓩ノ石炭ガ燃燒スル時ハ 8000 Kcal ノ熱ヲ發生ス、今此ノ石炭ヲ或熱機關ニ使用セバ、0.5 瓩ノ石炭ヲ

燃燒スル事ニ依リ1馬力時ノ仕事ヲ爲サシムル事ヲ得、此ノ熱機關ノ効率何程ナルカ、又高熱源及低熱源ノ溫度ヲ夫々攝氏1000°及0°ナリト假定シ此ノ間ニ働ク可逆機關ノ効率ト比較セヨ、

4. 傾角30°ニシテ摩擦係數$\frac{1}{\sqrt{3}}$ナル斜面ニ沿ウテ8噸ノ重サノ物體ヲ330呎引揚グル間ニ効率10%ナル熱機關ハ何程ノ石炭ヲ消費スベキカ、但シ石炭1听ノ發熱量ハ15500 B.t.u.ナリトス、

5. 一ツノ熱空氣機械アリ、ソノ最大絕對壓力7瓩/平方糎,最高溫度攝氏316°トシ、且Carnot輪廻ニヨリ働クモノトス、最初容積0.06立方米,等溫膨脹後ノ容積0.14立方米、又斷熱膨脹後ノ容積0.23立方米ナリトス、若シ機械ガ複動ニシテ每分30廻轉ナラバ馬力ハ幾何ナリヤ、

6. 蒸氣機關ノ吸鎁ノ面積200平方吋ニシテ、衝程ノ長サ3呎、吸鎁ノ後方ニ於ケル平均壓力ハ其ノ前方ニ於ケルモノヨリモ25听/平方呎丈ケ大ニシテ一分間ニ於ケル往復衝程ノ數50ナリ、

(i) 此ノ機關ノ馬力如何、

(ii) 此ノ機關ハ一時間ニ300听ノ石炭ヲ消費シ、此ノ石炭1听ノ發熱量ハ8000 C.h.u.ナリトセバ、爐ニ發生スル熱ノ有益ナル仕事ニ變ゼラルル步合如何、

二二、熱力學的絕對溫度尺度、

前ニ述ベシ如クCarnot輪廻ニ於ケル二ツノ等溫過

程ニ於テ吸收熱量ト放出熱量ノ比ハ物質ニ無關係ナリ、Lord Kelvin ハ此性質ヲ用ヒテ溫度ヲ次ノ如ク定義セリ、即チ任意ノ物質ノ Carnot 輪廻ニ於ケル兩等溫變化ノ際ノ溫度 τ_1, τ_2 トハ前記ノ T_1, T_2 ノ如ク其際吸收及放出スル兩熱量 Q_1, Q_2 ニ比例スベキモノ, 即チ

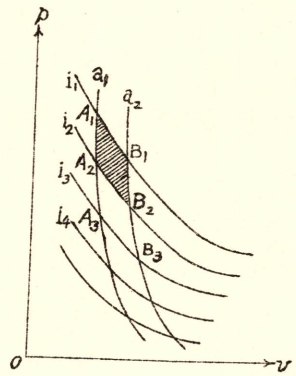
$$\frac{Q_1}{\tau_1}=\frac{Q_2}{\tau_2}$$

ヲ滿足スベキモノトセリ、玆ニ Q_1 Q_2 ハ「エネルギー」ナル故溫度ノ定義ヲ俟タズシテ考ヘ得ル量ナリ、斯ク定義セラレタル溫度ヲ**熱力學的溫度**ト稱ス、此ノ溫度ハ之迄考ヘタル溫度, 例ヘバ水銀, 白金或ハ水素ノ熱膨脹或ハ其他ノ關係ニ就キテノ或法則ノ假定ノ下ニ規定セラレタル溫度ト異リ, 物質ニ無關係ニ定メ得ルヲ以テ之ヲ**絕對溫度**ト稱ス、

絕對溫度、 Carnot 輪廻ニ放出セラルル熱量 Q_2 ガ零ナル等溫壓縮過程ノ溫度ハ $\tau_2=0$ デアリ, 此ノ場合ノ効率ハ 1 トナリ, 熱源ヨリノ熱量ガ全部力學的「エネルギー」ニ變ズ、從ッテ $\tau=0$ ヲ以テ溫度ノ最下限度ト見ルベキナリ、此ノ零度ハ攝氏ノ零度等ト異リ唯相對的ニ規程セルモノト異ル、故ニ之ヲ絕對零度ト稱ス、之ノ分子運動論的意義ハ既ニ述ベタリ、

溫度尺度、 次ニ如何ニシテ尺度ヲ目盛ルベキカヲ具體的ニ述ブレバ任意ノ物質ノ種々ノ溫度 $\tau_1, \tau_2, \tau_3 \ldots\ldots$ ニ於ケル等溫線 $i_1, i_2, i_3 \ldots\ldots$ 及任意ノ二ツノ斷熱線 a_1, a_2 ヲ考ヘ, 夫等ノ曲線ガ作ル多クノ Carnot 輪廻 $A_1 B_1 B_2 A_2$,

$A_2 B_2 B_3 A_3 \ldots\ldots$ ニ於テ、$A_1 B_1, A_2 B_2, \ldots\ldots$ ノ變化ニ際シテ吸收スル熱量ヲ夫々 $Q_1, Q_2, \ldots\ldots$, トセバ



$$\frac{Q_1}{\tau_1}=\frac{Q_2}{\tau_2}=\frac{Q_3}{\tau_3}=\ldots\ldots,$$

從ツテ

$$\frac{Q_1-Q_2}{\tau_1-\tau_2}=\frac{Q_2-Q_3}{\tau_2-\tau_3}=\frac{Q_3-Q_4}{\tau_3-\tau_4}=\ldots\ldots,$$

或ハ $$\frac{W_1}{\tau_1-\tau_2}=\frac{W_2}{\tau_2-\tau_3}=\frac{W_3}{\tau_3-\tau_4}$$

今若シ $$W_1=W_2=W_3=\ldots\ldots\equiv W$$

トナル如ク，即チ個々ノ輪廻ノ包ム面積ガ等シクナル如ク，各等溫線ノ溫度ヲ選ベバ，

$$\tau_1-\tau_2=\tau_2-\tau_3=\tau_3-\tau_4=\ldots\ldots$$

ノ關係アルコトトナリ，ソレラノ溫度ハ次々相等シキ溫度差ヲ持ツ事トナル、故ニ此ノ溫度差ヲ單位 1° トセバ，上記ノ各溫度ハ 1° ヅツノ差ガアル事トナリ，$W'=nW$ ノ外部仕事ヲナス如キ Carnot 輪廻ノ兩等溫度ノ溫度差ハ $n°$ トナル、而シテ水ノ沸騰點ト氷點トノ溫度差ガ 100 單位ニナル如ク單位ヲ定ムレバ，之迄考ヘタル溫度計尺度ト一致ス、但シ上記ハ單ニ尺度決定ノ理論的說明ニシテ實際ハ斯クシテ絕對溫度ヲ測定スルモノニ非ズ、

二三、任意ノ可逆輪廻及非可逆輪廻、

一定ノ二溫度 T_1, T_2 ニ於テノミ熱ヲ授受スル任意ノ輪廻ニ於テハ，

$$\frac{W}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}\leqq\frac{T_1-T_2}{T_1}$$

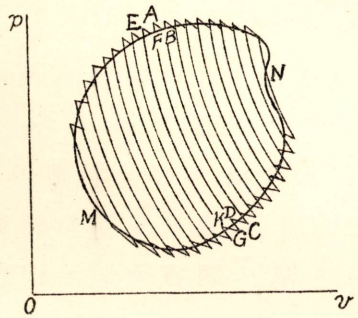
ニヨリ

$$\frac{Q_1}{T_1}\leqq\frac{Q_2}{T_2}\quad\text{或ハ}\quad\frac{Q_1}{T_1}-\frac{Q_2}{T_2}\leqq 0$$

ノ關係アリ、茲ニ等號ハ可逆輪廻ノ場合ナリ、若シ熱量 Q ニ正負ヲ考ヘ吸收ノ場合ニ正，放出ノ場合ニ負ト規約セバ，上ノ關係ハ

$$\frac{Q_1}{T_1}+\frac{Q_2}{T_2}\leqq 0$$

ナリ、今或系ガ任意ノ輪廻 MANC ヲナスモノトス、此ノ輪廻ハ圖ノ如ク ABCD, EFGK, …… ノ無數ノ微小ナル Carnot 輪廻ヨリ成ルモノト看做スヲ得、而シテ此ノ輪廻ノ一ツニ於テ操作物質ガ T_m ナル溫度ニ於テ等



温膨脹ヲナス際ニ獲得セル熱量ヲ dQ_m, T_n ナル温度ニ於テ等温壓縮ヲ受クル際ニ放出セル熱量ヲ dQ_n トセバ

$$\frac{dQ_m}{T_m}+\frac{dQ_n}{T_n}\leqq 0$$

ナリ、此ノ關係ハ總テノ微小ナル Carnot 輪廻ニ於テ成立スルヲ以テ其ノ總和ヲ求ムレバ

$$\Sigma\frac{dQ}{T}\leqq 0 \quad 或ハ \quad \oint\frac{dQ}{T}\leqq 0$$

玆ニ $\frac{dQ}{T}$ ハ途中ノ或温度 T デノ微小變化中ニ授受セル熱量 dQ ヲソノ温度ニテ除セルモノニテ Lorentz ニヨリ換算熱量ト名付ケラレタルモノナリ、

Clausius ノ定理、 上記ノ關係ハ熱力學第二法則ノ一形式トシテ Clausius ニヨリ見出サレタル關係ニシテ之ヲ Clausius ノ定理ト呼ブ即チ任意ノ輪廻ノ全過程ニ於テ取得サルル換算熱量ノ總和ハ負カ或ハ零デアリ可逆輪廻ニ於テ零ナリ、

二四、「エントロピー」(Entropy)

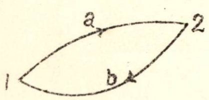
Clausius ノ定理ヨリ直ニ次ノ關係ガ結論サル、

或系ガ或狀態 1 ヨリ他ノ狀態 2 ニ可逆的ニ變化スルトキ取得スル換算熱量ハソノ過程ノ如何ニ拘ラズ一

定値ナリ、

即チ圖ニ於テ

$$\oint_{1}^{1}\frac{dQ}{T}=0$$



$$\therefore\quad \int_{1\,a}^{2}\frac{dQ}{T}+\int_{2\,b}^{1}\frac{dQ}{T}=0$$

而シテ1 b 2ハ可逆ナルヲ以テ

$$\int_{2\,b}^{1}\frac{dQ}{T}=-\int_{1\,b}^{2}\frac{dQ}{T}$$

$$\therefore\quad \int_{1\,a}^{2}\frac{dQ}{T}=\int_{1\,b}^{2}\frac{dQ}{T}$$

即チ $\int_{1}^{2}\frac{dQ}{T}$ ハ 1→2 ノ過程ノ如何ニ係ハラズ一定ナリ、

エントロピー、或系ガ或標準狀態Sヨリ或狀態A迄可逆的ニ變化スル際ニ取得スル換算熱量 $\int_{S}^{A}\frac{dQ}{T}$(可逆)ヲソノ系ノA狀態ニ於ケル「エントロピー」ト稱ス、而シテ此ノ値ハS→Aノ變化過程ノ如何ニ拘ハラズ可逆ナル以上一定値ナルヲ以テ,或狀態ノ「エントロピー」ハソノ狀態サヘ決定セバ之ニ應ジテ一ツニ決ル、今「エントロピー」ヲSニテ表サバ

$$S_A=\int_{S}^{A}\frac{dQ}{T}\quad(\text{可逆})$$

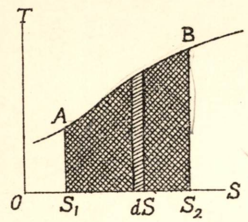
從ツテ他ノ狀態Bトノ差ハ

$$S_B-S_A=\int_{A}^{B}\frac{dQ}{T}\quad(\text{可逆})$$

二五、「エントロピー」溫度線圖、

「エントロピー」Sト溫度Tトヲ二軸ニ取リ系ノ狀態變化ノ過程ヲ圖示セルモノガ「エントロピー」溫度線圖

ナリ、

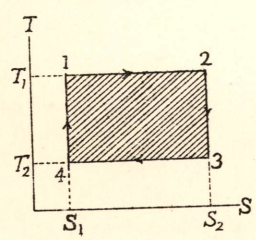


圖示ノ如ク變化ガA狀態ヨリB狀態ニナサレタリトセバ斜線部ノ微小面積ハ $\mathrm{T}ds=\mathrm{T}\frac{dQ}{\mathrm{T}}=dQ$ ヲ表ハスヲ以テソノ間ニ吸收セル全熱量 Q ハ $\mathrm{ABS_2S_1}$ ナル面積ニテ表ハサル、

今變化過程ガ輪廻ヲナス時ハ「エントロピー」溫度線圖ハ勿論閉曲線トナリ，ソノ過程ガ可逆ナラバソノ閉曲線ガ包ム面積ハ一輪廻中ニ於テ系ガ授受セル全熱量，從ツテ系ガ爲シ或ハ爲サレタル全仕事ヲ表ス、

次ニ等溫變化ニ於テハ S-T 線圖ハ S 軸ニ平行ナル直線トナリ，斷熱可逆變化ニ於テハ等「エントロピー」變化ナルヲ以テ T 軸ニ平行ナル直線トナル、

Caruot 輪廻ノ S-T 線圖、 Carnot 輪廻ハ一組ノ等溫變化ト斷熱變化トヨリナルヲ以テ，準靜的過程ヲナストセバ可逆ナルヲ以テ，圖ノ如ク矩形トナル、其ノ包ム面積 □1234 ガ差引吸收セル全熱量，即チ全外部仕事 $Q_1-Q_2=W$ ヲ表シ，効率ハ



$$\frac{W}{Q}=\frac{\square 1234}{\square 12S_2S_1}=\frac{\square 12S_2S_1-\square 43S_2S_1}{\square 12S_2S_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}$$

トナリ,前述ノ關係ハ容易ニ見出サル、

二六、「エントロピー」ノ計算

完全氣體ノ「エントロピー」、完全氣體ノ可逆變化ニ於テハ其ノ單位質量ヲ取レバ、

$$dQ=dU+pdv,\quad dU=c_v dT,\quad pv=rT$$

ノ關係ヨリ

$$dQ=c_v dT+\frac{rT}{v}dv$$

$$\therefore \qquad dS=\frac{dQ}{T}=c_v\frac{dT}{T}+r\frac{dv}{v}$$

從ツテ

$$S=c_v\log_e T+r\log_e v+\text{const.}$$

故ニ $T_1, v_1 \rightarrow T_2, v_2$ ナル變化ノ際ノ「エントロピー」ノ變化ハ單位質量ニツキ

$$S_2-S_1=c_v\log_e\frac{T_2}{T_1}+r\log_e\frac{v_2}{v_1}$$

之ハ又 $pv=rT$, $c_p-c_v=r$ ナル關係ニヨリ,次ノ如キ形ニテモ表ハサル、

$$S_2-S_1=c_p\log_e\frac{T_2}{T_1}-r\log_e\frac{p_2}{p_1}$$

或ハ

$$S_2-S_1=c_p\log_e\frac{v_2}{v_1}+c_v\log_e\frac{p_2}{p_1}=c_v\log_e\frac{p_2v_2^{\gamma}}{p_1v_1^{\gamma}}$$

今特別ノ場合ニ就キ考究セン、

(i) 等溫變化、此ノ時ハ $T_1=T_2$ ナルヲ以テ

$$S_2-S_1=r\log_e\frac{v_2}{v_1}=r\log_e\frac{p_1}{p_2}$$

(ii) 恒定容積變化、此ノ時ハ $v_1=v_2$ ナルヲ以テ

$$S_2-S_1=c_v\log_e\frac{T_2}{T_1}=c_v\log_e\frac{p_2}{p_1}$$

(iii) 恒定壓力變化、此ノ時ハ $p_1=p_2$ ナルヲ以テ

$$S_2-S_1=c_p\log_e\frac{v_2}{v_1}=c_p\log_e\frac{T_2}{T_1}$$

固體液體ノ「エントロピー」、固體或ハ液體ガ熱量 dQ ヲ得テ温度 dT ノ上昇ヲ來シタリトセバ, $dQ=cdT$ ナル故

$$dS=\frac{dQ}{T}=c\frac{dT}{T}$$

$$\therefore\quad S_2-S_1=c\log_e\frac{T_2}{T_1}$$

狀態變化ノ「エントロピー」、固體ヨリ液體,液體ヨリ氣體ヘノ狀態變化ノ際ハ温度一定ナルモ潜熱ヲ要ス、之ヲ L トセバ「エントロピー」ノ變化ハ $\frac{L}{T}$ ナリ、

練習問題

1. 空氣 1 瓩ガ攝氏零度容積 5 立方米ヨリ攝氏 100 度, 20 立方米ニ變化セルトキノ「エントロピー」ノ增加ヲ求ム、

2. 空氣 1 瓩ガ絶對壓力 1 氣壓, 容積 15 立方米ヨリ 10 氣壓, 3 立方米ニ變化セルトキノ「エントロピー」ノ增加ヲ求ム、

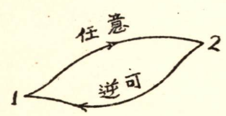
3. 水 1 瓩ヲ攝氏零度ヨリ 100 度迄高ムルトキノ「エントロピー」ノ增加ヲ求ム、

4. 攝氏零度,氷 1 瓩ガ攝氏 100 度ノ水蒸氣ニ變ズルトキノ「エントロピー」ノ變化如何、

5. 酸素 1 瓦分子ガ等壓的ニ 2 倍ノ容積ニ膨脹スルトキノ「エントロピー」ノ變化ヲ算出セヨ、

二七、「エントロピー」增加ノ定理、

今熱ノ取得或ハ放出ハ系內ノミニ起リ系外トハ熱ノ授受ナキ系卽チ斷熱系ヲ考ヘ,此系內ニ於テ狀態 1 ヨリ狀態 2 ヘ或任意過程ニテ變化シ,次ニ 2 ヨリ 1 ヘ可逆的ニ變化シ一輪廻ヲナセルモノトス、此ノ輪廻ニ於テ Clausius ノ定理ニヨリ



$$\int_1^2 \frac{dQ}{T}(\text{任意}) + \int_2^1 \frac{dQ}{T}(\text{可逆}) \leqq 0$$

(1→2 ガ可逆ノ時等號)

而シテ

$$\int_2^1 \frac{dQ}{T}(\text{可逆}) = -\int_1^2 \frac{dQ}{T}(\text{可逆})$$

ナル故上式ハ

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T}(\text{可逆}) \geqq \int_1^2 \frac{dQ}{T}(\text{任意})$$

故ニ「エントロピー」ノ定義ニヨリ

$$S_2 - S_1 \geqq \int_1^2 \frac{dQ}{T}(\text{任意})$$

然ルニ此ノ式ノ右邊卽チ 1→2 ナル任意ノ變化過程ニ於テ各部ガ取得スル換算熱量ノ總和ハ必ズ

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T}(\text{任意}) \geqq 0$$

ナリ、何トナレバ今玆ニ非可逆變化ノ例ヲ擧ゲンニ,傳導ニヨリ熱ヲ授受セル場合ハ與ヘルモノノ温度 T_1 ハ取ルモノノ温度 T_2 ヨリ高キヲ以テ $\left|\frac{dQ}{T_2}\right| \geqq \left|\frac{dO}{T_1}\right|$ 即チ $-\frac{dQ}{T_1}+\frac{dQ}{T_2}>o$ トナリ併セテ換算熱量ハ正デアリ,又摩擦ニヨリ發生セル熱量ヲ或部分ガ取得スル場合ハ勿論 $\frac{dQ}{T}>o$ ナリ,次ニ $1\rightarrow 2$ ガ可逆過程ナラバ温度差ノ下ノ熱傳導モ摩擦ニヨル熱發生モアリ得ナキヲ以テ上式ノ左邊ハ當然零トナル、從ツテ

$$S_2-S_1 \geqq o \quad (\text{可逆ノ時等號})$$

即チ「エントロピー」ハ增加スルカ不變ナリ、換言セバ系内ノ變化ハソノ「エントロピー」ノ增加スルガ如キ方向ニ起ル、唯可逆變化ニ於テノミ「エントロピー」ハ不變ナリ、之熱力學第二法則ノ意味スル自然現象ノ變化方向ヲ指示スル簡明ナル表現ニシテ Clausius ヨリ始メテ述ベラレ「**エントロピー**」增加ノ定理ト稱セラル、

宇宙ハ一ツノ斷熱系ナリ、若シ上記ノ定理ガ宇宙ナル一系ニモ適用シ得ルトセバソノ中ノ全「エネルギー」ハ不變ナルモ「エントロピー」ハ增加スルノミデ,遂ニ全「エネルギー」ハ皆熱「エネルギー」ノ形ニナリ,ソレガ皆一樣ナル温度ニ擴マル迄宇宙ノ「エントロピー」ハ增加スルモノナリ、此處ニ到ツテ全宇宙ハ何等ノ變化活動ナキ絶對ノ靜寂境ヲ出現スル事ニナリ,吾々ハ何カノ現象ガ起ル每ニ一步一步トソノ境地ニ近ヅキツツアルモノナリ、

第二編
傳熱論

第一章
固體內ノ熱傳導

第一節　傳熱一般基本式

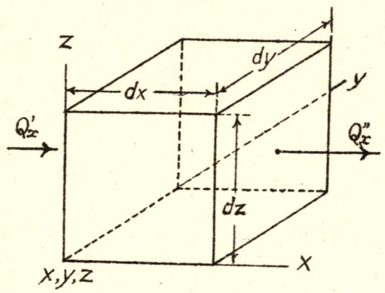
一、熱傳導ノ基本式

熱ハ高溫度ヨリ低溫度ニ移動シ其ノ方向ハ等溫面ニ垂直ナル事ハ既ニ之ヲ知ル、而シテ等溫面上任意ノ表面積 dF ヲ通リ時間 $d\tau$ 間ニ流ルル熱量 dQ ハ此ノ熱傳導方向ノ距離即チ垂直距離 dn ニ對スル溫度降下 $d\theta$ ナル時ハ既ニ卷1ニヨリ

$$dQ=-\lambda dF.d\tau\frac{\partial\theta}{\partial n}$$

ナル事ハ明ラカナリ、茲ニ λ ハ熱傳導率ナリ、又負號ヲ附ケタルハ熱ハ一般ニ溫度降下ノ方向ニ流ルル故 $\frac{\partial\theta}{\partial n}$ ハ負トナリ併セテ正トナルモノナリ、今一般的ノ場合トシテ溫度降下並ニ熱傳導量ノ變化ヲ求メン爲ニ

均質等方ナル單一物質ノ固體内ニ圖ノ如キ邊ノ長サ dx, dy, dz ナル一徼小直角六面體ヲ考ヘン、然ル時X軸方向ノ流入熱量ハ上式ニヨリ



$$dQ_x' = -\lambda\,(dydz).\,d\tau.\,\frac{\partial\theta}{\partial x}$$

流出熱量ハ

$$dQ_x'' = -\lambda(dydz)\,d\tau.\frac{\partial}{\partial x}\left(\theta + \frac{\partial\theta}{\partial x}dx\right)$$

$$= -\lambda(dydz)\,d\tau.\left(\frac{\partial\theta}{\partial x} + \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}dx\right)$$

故ニX軸方向ノ増加受熱量ハ

$$dQ_x = dQ_x' - dQ_x'' = \lambda\,(dx\,dy\,dz)d\tau\,\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}$$

同様ニシテY並ニZ軸方向ノ増加受熱量ハ

$$dQ_y = dQ_y' - dQ_y'' = \lambda(dx\,dy\,dz)\,d\tau\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}$$

$$dQ_z = dQ_z' - dQ_z'' = \lambda\,(dx\,dy\,dz)\,d\tau\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}$$

從ツテ此ノ六面體ノ全增加受熱量ハ

$$dQ_1 = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda(dx\,dy\,dz)d\tau\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right)$$

然ルニ他方同一時間 $d\tau$ 間ニ此ノ六面體ガ受熱シソノ爲ニ $\frac{\partial\theta}{\partial\tau}\,d\tau$ 丈溫度上昇スルトセバ之ニ必要ナル熱量ハ此ノ物體ノ比熱ヲ c, 比重ヲ ρ トセバ

$$dQ_2 = c\rho\,(dx\,dy\,dt)\,\frac{\partial\theta}{\partial\tau}d\tau$$

若シ此ノ六面體ガソノ內部ニ熱源ヲ有スルナラバ單位時間,單位體積ニ對スル發生熱量 W ナル時全發生熱量ハ

$$dQ_3 = \mathrm{W}\,(dx\,dy\,dz)\,d\tau$$

故ニ「エネルギー」保存則ニヨリ

$$dQ_1 + dQ_3 = dQ_2$$

從ツテ之ニ前式ヲ代入セバ

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right)+\frac{\mathrm{W}}{c\rho}$$

$$= a\,\nabla^2\theta + \frac{\mathrm{W}}{c\rho}$$

玆ニ

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}\ \text{..................溫度傳導率}$$

$$\nabla^2\theta = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} = \text{Laplace differential parameter}$$

ト稱ス、此ノ式ハ熱傳導ニ對スル一般微分方程式ニシテ,一ツノ物體內ノ任意ノ場所ニ於ケル溫度ノ時間的變化ヲ定ムル重要ナル基本式ナリ、

一般工學上ノ問題ノ如キ内部ニ熱源ナキ過程ニ於テハ $W=0$ 從ツテ

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = a\nabla^2\theta$$

尚定常熱傳導ノ場合ハ $\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=0$ ナル故

(i) 内部ニ熱源アル場合、

$$a\nabla^2\theta + \frac{W}{c\rho} = 0 \quad \text{又ハ} \quad \nabla^2\theta+\frac{W}{\lambda} = 0$$

(ii) 内部ニ熱源ナキ場合、

$$\nabla^2\theta = 0$$

$\nabla^2\theta$ 此ノ符號ハ理論物理諸部門ニ屢々用キラルルモノニシテ上記ノ直角生標ニヨルモノノミナラズ, 圓柱坐標, 球坐標ニヨリ示サルルモノニシテ, 此ノ坐標系ノ選擇ハ熱傳導ノ限界面ノ形ニ依リ決定サル、

(i) 直角坐標 (x, y, z)

$$\nabla^2\theta = \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}$$

此ノ微分形ハ矩形又ハ直角六面體ニ適用サル、

(ii) 圓柱坐標 (r, φ, z)

$x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $z = z$ ナル關係ニヨリ

$$\nabla^2\theta = \frac{\partial^2\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\theta}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}$$

此ノ微分形ハ圓柱面ニ適用サル

(iii) 球坐標 (r, φ, ψ)

$x = r\sin\psi\cos\varphi$, $y = r\sin\psi\sin\varphi$, $z = r\cos\psi$ ナル關係ニヨリ

$$\triangle^2\theta = \frac{\partial^2\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\theta}{\partial\psi^2} + \frac{\cot\psi}{r^2}\frac{\partial\theta}{\partial\psi} + \frac{1}{r^2\sin^2\psi}\frac{\partial^2\theta}{\partial\varphi^2}$$

此ノ微分形ハ球面ニ適用サル、

一次元熱傳導ノ一般微分方程式、 熱導體内ノ一定點ニ於ケル溫度ノ時間的變化及與ヘラレタル刹那ニ於ケル溫度ノ空間的變化ハ勿論與ヘラレタル限界條件ニヨリ上述ノ微分方程式ノ解ヲ求ムル事ニヨリ與ヘラルルモ，實際ニ工學上重要ナル多クノ熱傳導過程ニ對スル所要ノ解ヲ得ル事ハ一般ニハ至難デアリ，又假令所要ノ解ガ得ラルル場合ニ於テモ其ノ結果ヲ得ル爲ノ演算ハ餘リニ複雜トナリ實用價値少キヲ普通トス、サレバ玆ニハ日常遭遇スル一般工學上ノ傳導問題ヲ取扱フ便宜上即チ積分ヲ容易ニシ簡明ニ基本式ヲ得ンガ爲ニ唯一方向ニ熱傳導ヲナス場合ノミヲ考究セン、

(a) 平面壁内ノ熱傳導、

今溫度變化ガ唯 X 軸方向ニノミ起リ Y, Z 兩軸方向ニハ全然溫度變化ナキ場合ヲ考フレバ

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}=0 \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}=0$$

ナリ、故ニ前式ハ簡單トナリ、

(i) 不定常熱傳導、

内部ニ熱源アル時 $\quad \dfrac{\partial\theta}{\partial\tau}=a\dfrac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\dfrac{W}{c\rho}$

内部ニ熱源ナキ時 $\quad \dfrac{\partial\theta}{\partial\tau}=a\dfrac{\partial^2\theta}{\partial x^2}$

(ii) 定常熱傳導、

内部ニ熱源アル時 $\quad a\dfrac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\dfrac{W}{c\rho}=0$ 又ハ $\dfrac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\dfrac{W}{\lambda}=0$

内部ニ熱源ナキ時 $\quad \dfrac{\partial^2\theta}{\partial x^2}=0$

(*b*) 圓柱又ハ圓筒壁內ノ熱傳導、

圓柱坐標ヲ用ヒ壁內ノ熱傳導ガ唯半徑 r 方向ニノミ起リ軸方向ニハ全然溫度變化ナク而モ內部ニ熱源ナキ時ハ

$$\frac{\partial\theta}{\partial\varphi}=0 \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}=0 \qquad W=0$$

ナルヲ以テ

(i) 不定常熱傳導 $\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=a\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)$

(ii) 定常熱傳導、 $\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}=0$

(*c*) 球又ハ中空球壁內ノ熱傳導、

球坐標ヲ用ヒ (*b*) ノ場合ト全ク同樣ニ半徑方向ニノミ熱傳導ガ起リ, 內部ニ熱源ナキ時ハ θ ハ φ, ψ ニ independent ナルヲ以テ

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\varphi^2}=0 \qquad \frac{\partial\theta}{\partial\psi}=0 \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial\psi^2}=0 \quad W=0$$

ナリ、故ニ

(i) 不定常熱傳導、 $\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=a\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}\right)+\frac{2}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}\Big)$

(ii) 定常熱傳導、 $\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}=0$

與ヘラレタル問題ニ對スル限界條件ヲ知レバ之等ノ基本式ヨリ溫度ノ時間的變動又ハ分布從ッテ傳導熱量ノ式ハ決定サル、

二、熱傳達ノ基本式 (Newton ノ冷却則)、

熱傳達トハ一般ニ固體表面トソレニ接觸スル周圍流體間ノ熱授受, 即チ啻ニ傳導ニヨルノミナラズ對流

ニヨリテモ亦氣體內ニ於テハ同時ニ熱輻射ニヨリテモ行ハレ，從ツテ傳熱量ハ雜多ナ原因ニヨリテ影響ヲ受ケ複雜ナル過程トナル故未ダ現在ニテハ此ノ過程ニ對スル決定的ナル定義式ハ與ヘラレズ，永年此ノ基本式トシテ一般ニ Newton ノ冷却則ガ廣ク採用サル、即チ此ノ冷却則ハ溫度 θ，表面積 dF ナル固體表面ヨリ $d\tau$ 時間ニ溫度 t ナル周圍流體ニ傳達スル熱量 dQ ハ

$$dQ = \alpha\, dF.\, d\tau\ (\theta - t)$$

ナリ、玆ニ周圍流體溫度トハ固體表面ニ近接セル流體溫度ノ謂デハナク，固體面ヨリ一定ノ距リニアリ、固體壁ノ存在ニハ無關係ナル流體溫度ヲ意味スル、從ツテ兩溫度 θ，t ガ時間的ニ變化セザル定常狀態ニ於テ表面積 F ヨリ時間 τ ニ傳達スル熱量ハ簡單ニ次ノ如ク與ヘラル、

$$Q = \alpha.\, F.\, \tau\, (\theta - t)$$

之等ノ式ニ於ケル常數 α ハ一般ニ熱傳達率ト稱セラレ，單位表面積 $(F=1\,m^2)$ ヲ通リテ單位時間 $(\tau=1\,h)$ ニ單位溫度差 (1°) ニ於テ傳達スル熱量ヲ表ハシ，ソノ「ヂメンシヨン」ハ

$$[\alpha] = [{}^{Kcal}/{}_{m^2}\ h.\ {}^\circ C]$$

トナル、尙此ノ恒數 α ハ輻射，對流，傳導ガ傳熱量ニ及ボス全影響ヲ表ハシ後述ノ如ク固體ノ表面狀態，氣體ノ流動狀態等ノ複雜ナル函數トナリテ決定ニ困難ナリ、今大體ノ範圍ヲ示サバ

$$\alpha\, [{}^{Kcal}/{}_{m^2}.\ h.\ {}^\circ C]$$

靜止セル空氣	3 — 30
流動セル空氣	10 — 500
流動セル液體（沸騰中ナラザル）	200 — 5000
沸騰中ノ液體	1000 — 7000
凝結中ノ蒸氣	7000 — 12000

熱傳達抵抗 屢々上式ヲ次ノ如ク書キ換ヘ

$$Q = \frac{F\tau(\theta - t)}{r_s} = \frac{\tau(\theta - t)}{R_s}$$

茲ニ

$r_s = \frac{1}{\alpha}$ …… 固體壁表面積 (1 m^2) ニ對スル熱傳達抵抗 [m$^2 h$°C/Kcal]

$R_s = \frac{1}{\alpha F}$ …… 全熱傳達抵抗 [h°C/Kcal]

恰モ電氣工學ニ於ケル Ohm ノ法則, 即チ電流ハ電壓ニ比例シ抵抗ニ逆比例スル如ク, 傳達熱量モ溫度差ニ比例シ熱傳達抵抗ニ逆比例スルモノトシテ表ハシ, r_s, R_s ヲ熱傳達抵抗, ト名付ケ r_s ハ單位斷面積ニ對スル熱傳達抵抗ニシテ, R_s ハ斷面 F ニ對スル全熱傳達抵抗ナリ、

三、熱貫流ノ基本式、

熱貫流トハ固體壁ニテ距テラレタル熱授受過程ヲ稱シ, 熱ガ傳達→傳導→傳達ニ依リテ傳ハル全過程ヲ表ハス、從ツテ單ナル熱傳導過程ヨリモ更ニ複雜ナル過程トナル故一般ニハ理論上獨立セル一過程トシテハ取扱ハズ, Newton ノ冷却則同樣貫流熱量ハ固體表面積 F, 時間 τ, 兩流體ノ溫度差 $(t_1 - t_2)$ ニ比例ストノ假定

ノ下ニ次ノ如ク基本式ヲ定ム、

$$Q = k.F.\tau\,(t_1 - t_2)$$

此ノ式ニ於ケル k ハ比例恒數ニテ之ヲ熱貫流率ト呼ビ, 單位壁面積 $(F = 1\,m^2)$ ヲ通リ單位時間 $(\tau = 1\,h)$ ニ兩流體ノ單位溫度差 $(t_1 - t_2 = 1°C)$ ニ於テ貫流スル熱量ヲ表ハシ, ソノ「デメンション」ハ熱傳達率 α ト同樣ナリ、乍併此ノ恒數ハソレ自身單純ナル物理的意味ヲ有スルモノニ非ズ, 唯計算ノ便宜上用フル補助數タルニ過ギズ、上式ヲ書キ直シテ

$$Q = \frac{\tau F(t_1 - t_2)}{r_T} = \frac{\tau(t_1 - t_2)}{R_T}$$

茲ニ

$r_T = \dfrac{1}{k}$ ………… 單位壁表面積 ($1\,m^2$) ニ對スル熱貫流抵抗、

$R_T = \dfrac{1}{kF}$ ………… 全熱貫流抵抗、

尙此ノ熱貫流抵抗ハ兩表面ニ對スル熱傳達抵抗 r_{s_1}, r_{s_2} 並ニ壁內ノ熱傳導抵抗 r_c (後述) ノ和トナル事ハ明カナリ、

$$r_T = r_{s_1} + r_c + r_{s_2}$$

$$R_T = R_{s_1} + R_c + R_{s_2}$$

第二節　定常熱傳導

四、概說、

實際ニハ嚴密ニ前述ノ如キ一次元的熱傳導ノ行ハルル過程ハ存在セザルモ, 多クノ場合例ヘバ靜止セル

空氣中ニ於テ一定温度ノ蒸氣ガ斷續的ニ流ルル管壁,又ハ保溫劑壁或ハ加熱(又ハ冷却)器等,傳熱壁兩側ノ流體溫度ガ時間的ニ不變ナル場合ハ之等壁內外面ノ溫度ハ時間的ニ一定トナリ,而モ主傳導以外ノ方向ニ於ケル溫度ノ不同ハ尠ク,從ツテ近似的ニ一次元的熱傳導過程ト看做シ得ルナリ、內部ニ熱源ナキ一次元的定常熱傳導ノ一般微分方程式ハ前述ノ如ク

直角坐標、 $\dfrac{d^2\theta}{dx^2}=0$

圓柱坐標、 $\dfrac{d^2\theta}{dr^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{d\theta}{dr}=0$

球坐標、 $\dfrac{d^2\theta}{dr^2}+\dfrac{2}{r}\dfrac{d\theta}{dr}=0$

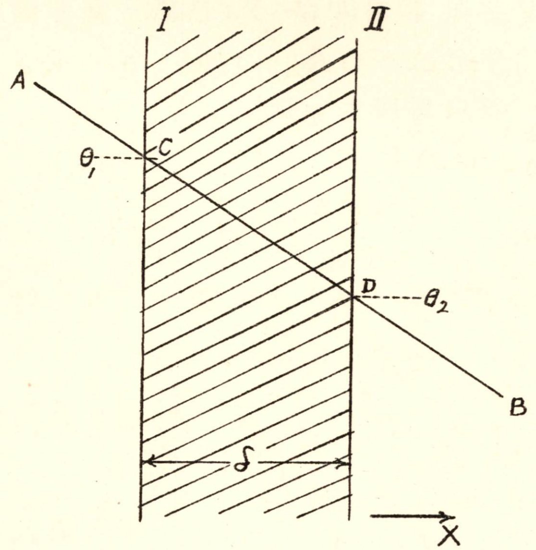
トナル故,與ヘラレタル問題ニ對スル表面限界條件ヲ知ラバ所要ノ溫度分布ハ

$$\theta=f(x)\quad,\quad\theta=f(r)\quad,\quad\theta=f(r)$$

ノ形ノ式ニテ與ヘラル、

五、平面壁、

平面板又ハ平面壁ニ對スル熱傳導ノ關係式ハ工業上廣ク用ヒラレ,加熱又ハ冷却裝置等ノ理論ノ基礎トシテ重要ナリ、今厚サ一樣ニシテ周緣ノ影響ヲ無視シ得ル程充分擴ガリヲ有スル平面壁ニ於テ,兩表面又ハ兩周圍流體溫度ガ一定ナル場合ハ一次元的熱傳導過程ト看做シ得ルナリ、今圖ノ如クX軸ノ方向ニ熱流動ヲナスモノトス、



θ_1, θ_2……表面 I, II ノ温度、

t_1, t_2……周圍流體温度、

α_1, α_2……熱傳達率、

δ…………平面壁ノ厚サ、

トセバ壁内ノ温度分布ハ前基本式ヲ再度積分スル事ニヨリ

$$\theta = \mathrm{A}x + \mathrm{B}$$

玆ニ A, B ハ積分恒數ニシテ表面限界條件ニ依リテ定メラル、上式ヨリ一般ニ定常熱傳導ニ對スル平面壁内ノ温度分布ハ直線的ナルヲ知ル、次ニ色々ノ場合ニツキ説述セン、

(*a*) **壁表面温度ガ既知ナル場合、**

(i) 單層平面壁、

表面限界條件トシテ兩表面溫度 θ_1, θ_2 ガ與ヘラレタル場合上式ノ未定積分恒數ハ

$$x = 0 \qquad \theta = B = \theta_1$$

$$x = \delta \qquad \theta = A\delta + B = A\delta + \theta_1 = \theta_2$$

$$\therefore \qquad A = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\delta}$$

從ツテ所要溫度ノ分布ノ式ハ次ノ如ク與ヘラル

$$\theta = \theta_1 + (\theta_2 - \theta_1)\frac{x}{\delta}$$

尙溫度ノ傾斜ハ微分シテ

$$-\frac{d\theta}{dx} = -\frac{\theta_2 - \theta_1}{\delta}$$

故ニ單位時間ニ對スル傳導熱量ハ

$$Q = -\lambda F\frac{d\theta}{dx} = \frac{\lambda}{\delta}(\theta_1 - \theta_2)F$$

又ハ

$$Q = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\delta/\lambda}F = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\delta/\lambda F}$$

茲ニ

$r_c = \dfrac{\delta}{\lambda}$ .... 熱傳導抵抗、

$R_c = \dfrac{\delta}{\lambda F}$ .... 全熱傳導抵抗、

此ノ式ヨリ與ヘラレタル溫度差ニ對スル傳導熱量ハ決定サレ,又ハ與ヘラレタル熱量ヲ傳導センガ爲ニ必要ナル溫度差モ定メ得ル、

尙若シ傳導熱量Qト兩表面溫度ノ內何レカ一ツヲ知ラバ他ノ表面溫度ハ上式ヲ書キ直シテ

$$\theta_2 = \theta_1 - \frac{\delta}{\lambda}\,\frac{Q}{F} = \theta_1 - r_c\frac{Q}{F} = \theta_1 - R_cQ$$

$$\theta_1 = \theta_2 + \frac{\delta}{\lambda}\,\frac{Q}{F} = \theta_2 + r_c\frac{Q}{F} = \theta_2 + R_cQ$$

ニ依リ求メ得、

〔例〕 混凝土 ($\lambda = 0{\cdot}65$) 壁ノ大サ ($3_m \times 5_m$), 厚サ ($0{\cdot}3_m$) ソノ兩表面溫度 25°C 及 5°C ナル時 1 時間ノ傳導熱量ヲ求ム、但シ周緣ノ影響ハ無視ス、

$F = 3 \times 5 = 15_{m^2}, \qquad \theta_1 - \theta_2 = 25 - 5 = 20°C \qquad \delta = 0{\cdot}3_m$

$$\therefore \quad R_c = \frac{\delta}{\lambda F} = \frac{0{\cdot}3}{0{\cdot}65 + 15} = \frac{1}{32{\cdot}5}$$

$$\therefore \quad Q = \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_c} = 32{\cdot}5 \times 20 = 650 \qquad (\mathrm{Kcal}/h)$$

〔例〕 厚サ 25 粍面積 1 平方米ノ平面板ヲ通ル傳導熱量ヲ毎時 1000 Kcal ニナサンガ爲ノ所要溫度差ヲ下記材質ニ就キ求ム、

$F = 1_{m^2}, \qquad \delta = 0{\cdot}025_m \qquad Q = 1000\ \mathrm{Kcal}/h$

$$\therefore \quad \theta_1 - \theta_2 = \frac{\delta Q}{\lambda F} = \frac{0{\cdot}025 \times 1000}{\lambda \times 1} = \frac{25}{\lambda}°C$$

材質	λ	$\theta_1 - \theta$
銅	2000	0·08°C
アルミニウム	175	0·14
鑄鐵	50	0·50
板硝子	0·70	36
アスベスト	0·19	130

(ii) 多層平面壁、

異ル厚サ並ニ熱傳導率ヲ有スル多層ヨリナル平面壁ニ於ケル傳導熱量並ニ各層表面溫度ハ各層ガ互ニ