第四章

重心

二五、平行力ノ System ノ Centroid.

平行力 F_1, F_2 ノ Points of application ヲ夫々 P_1, P_2 トス、是等二力ノ Resultant ヲ R' トス、R' ノ Action line ガ P_1 ト P_2 トヲ結ベル直線ト交ハル點ヲ Q_1 トスレバ

$$\frac{P_1Q_1}{P_2Q_1}=\frac{F_2}{F_1}$$

Q_1 ノ位置ハ F_1, F_2 ノ Action lines ガ直線 P_1P_2 トナセル角ニ關係セズ、即チ Points of application ヲ固定シ、Action lines ノ方向ヲ如何ニ變ズルモ、F_1 ニ對スル F_2 ノ Sense ヲ變ゼザル限リハ Resulrant R' ノ Action line ハ一定點 Q_1 ヲ通ズ、F_1, F_2 ニ平行ナル第三力ヲ F_3 トシ、其ノ Point of application ヲ P_3 トスレバ前ト同樣ニ、R' ト F_3 トノ Resultant R'' ハ Q_1 ト P_3 トヲ結ベル直線 Q_1P_3 ト一定點 Q_2 ニテ交ハル、追テ斯ノ如クニシテ平行力 F_1, F_2, F_3 等ノ System ニ於テ夫々ノ Point of application ヲ固定シ、Action lines ノ方向ヲ變ズルモ、其ノ System ノ中ノ一力ニ對スル他ノ諸力ノ Sense ヲ變ゼザレバ、Sysiem ノ Resultant R ハ一定點 C ヲ通ズ、此ノ點 C ヲ System ノ Centroid ト云ヒ、又ハ Centre トモ云フ、

二六、重心、

物體ヲ組織スル Particles ハ地球ニヨリ夫々 Mass ニ比例セル Attraction ヲ受ク、是等ノ Attraction ハ平行力ノ System ヲ成スモノト見做スコトヲ得、從テ System ノ Centroid アリ、即チ物體ヲ如何樣ニ廻轉スルモ、其ノ物體ノ Particles ヘノ Attractions ノ Resultant ハ物體ニ Relative ニ固定セル一點ヲ通ズ、此ノ點ヲ其ノ物體ノ Centre of gravity 又ハ Centroid ト云フ、

數多ノ Particles ガ一平面ニアリ、此ノ平面ヲ xy-plane トシ、Particles ノ位置ヲ夫々 (x_1, y_1), (x_2, y_2)、(x_3, y_3) 等トシ、Weights ヲ夫々 w_1, w_2, w_3 等トス、System ノ Centre of gravity ノ位置ヲ $(\bar{x}, \bar{y})$ トシ、全體ノ Weight ヲ W トス、Weight ガ y-axis ニ平行ナリトシ、Origin ニ關シ Moments ヲ採レバ次ノ關係アリ、

$$\bar{x}\Sigma w = W\bar{x} = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \cdots\cdots\cdots\cdots$$

故ニ

$$\bar{x} = \frac{\Sigma wx}{W} = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{\int x\,dw}{\int dw} = \frac{\int x\,dw}{W}$$

Forces ガ x-axis ニ平行ナリトシテ

$$W\bar{y} = w_1y_1 + w_2y_2 + w_3y_3 + \cdots\cdots\cdots\cdots$$

故ニ

$$\bar{y} = \frac{\Sigma wy}{W}$$

Particles ガ Space ノ Any positions ニアル場合ニ System ノ Centre of gravity ノ Coordinates ヲ $\bar{x}$, y, $\bar{z}$ トスレバ

$$\bar{x} = \frac{\Sigma wx}{W} = \frac{\int x\,dw}{\int dw}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma wy}{W} = \frac{\int y\,dw}{\int dw}$$

$$\bar{z} = \frac{\Sigma wz}{W} = \frac{\int z\,dw}{\int dw}$$

Line 又ハ Surface ノ Centroid 又ハ Centre of gravity ト稱スルコトアリ、Line トハ Indefinitely thin wire, Surface トハ Indefinitely thin substance ヨリ作ラレタルモノノコトナリ、又 Length, Area 及ビ Volume ノ Centroid 或ハ Centre of gravity トハ夫々 Density 一樣ナル Thin wire, Lamina 及ビ Solid ノ Centre of gravity ノコトナリ、

薄板

Straight line ノ Centroid ハ其ノ中點ナリ、

Triangle ノ Centroid ハ其ノ Medians ノ交點ナリ、

Parallelogram ノ Centroid ハ其ノ Diagonals ノ交點ナリ、

Straight line ニ對シ Symmetrical ナル Plane figure ノ Centroid ハ其ノ Straight line 上ニアリ、

〔例一〕四邊形 ABCD ノ Centroid ノヲ求ム、

四邊形 ABCD ノ對角線 AC ノ中點 E ヲ B 及ビ D ト結ビ、BE, DE ノ上ニ二點 G_1, G_2 ヲ設ケ EG_1 ヲ BE ノ $\frac{1}{3}$, EG_2 ヲ DE ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シカラシメ、G_1 ト G_2 トヲ結ビ AC ト F ニテ交ハラシム、G_1G_2 ノ上ニテ G_1G ヲ G_2F ニ等シクナセバ G ハ四邊形 ABCD ノ Centroid ナリ、

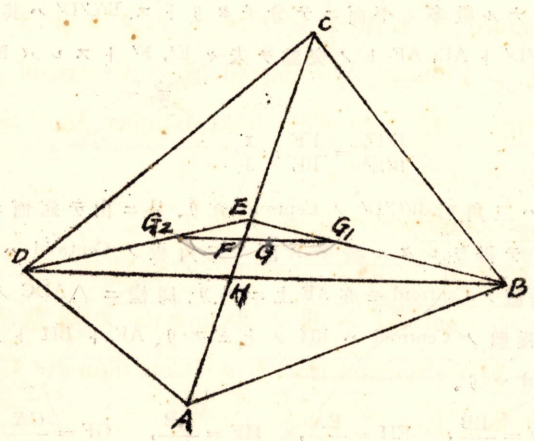
D

對角線 AC, BD ノ交點ヲ H トス、G_1, G_2 ハ夫々 △ABC, 並ニ △ABC ノ Centroid ナリ、且ツ

$$\triangle ABC : \triangle ACD = BH : DH$$

然ルニ

$$BH : DH = G_1F : G_2F$$
$$= G_2G : G_1G$$



故ニ

$$\triangle ABC : \triangle ACD = G_2G : G_1G.$$

故ニ G ハ求ムル所ノ Centroid ナリ、

〔例二〕 三角錐 ABCD ノ Controid ヲ求ム、

三角錐ノ Centroid ハ頂點ト底面ノ Centroid ト結ベル直線上ニ沿フテ底面ノ Centroid ヨリ其ノ直線ノ長サノ $\frac{1}{4}$ ノ位置ニアリ、

三角錐 ABCD ノ面 BDC ノ Controid ヲ F トス、E ヲ CD ノ中點トス、錐體ヲ底面ニ平行ナル數多ノ平面ニテ分チタリトス、B′C′D′ ハ其ノ Section ノ一ツナリ、B′C′D′ ト AE, AF トノ交點ヲ夫々 E′, F′ トスレバ E′ ハ C′D′ ノ中點ニシテ

$$\frac{E'F'}{B'E'} = \frac{EF}{BE} = \frac{1}{3}$$

ナルヲ以テ F′ ハ三角形 B′C′D′ ノ Centroid ナリ、是ニ由テ底面ニ平行セル平面ニテ截リテ得ラレタル數多ノ薄キ三角板ノ Centroid ハ皆 AF 上ニアルヲ以テ錐體ノ Centroid モ亦 AF 上ニアリ、同樣ニ △ADC ノ Centroid ヲ H トスレバ錐體ノ Centroid ハ BH ノ上ニアリ、AF ト BH トノ交點 G ハ錐體ノ Centroid ナリ、

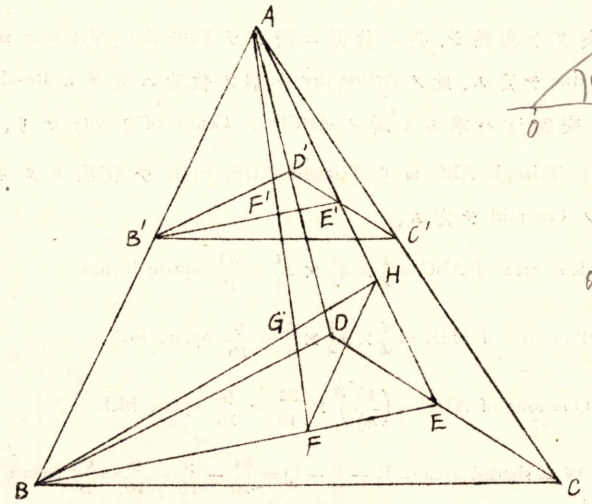
$$EF = \frac{EB}{3}, \quad EH = \frac{EA}{3}, \quad HF = \frac{AB}{3}, \quad GF = \frac{GA}{3}$$

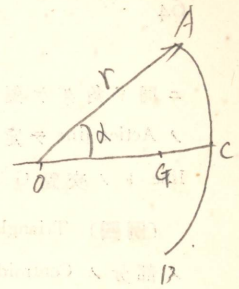
$$GF = \frac{1}{4}AF.$$

〔例三〕 ABCD ハ Uniform section ノ Homogeneous ナル Wire ナリ、AB, CD, DA ハ直線ニシテ BC ハ中心 A ナル Circular arc ナリ、ABCD ノ Centre of gravity ヲ求ム、

Arc BC ヲ或數例ヘバ四等分ス、各部分ノ Centre of gravity ハ其ノ部分ノ中點ナリト見做シ、其ノ Weight ハ Chord ノ長サニ比例スルモノト見做ス、又直線ノ部分 AB, CD, DA ノ Contres of gravity ハ夫々ノ中點ニシテ Weights ハ夫々ノ長サニ比例ス、

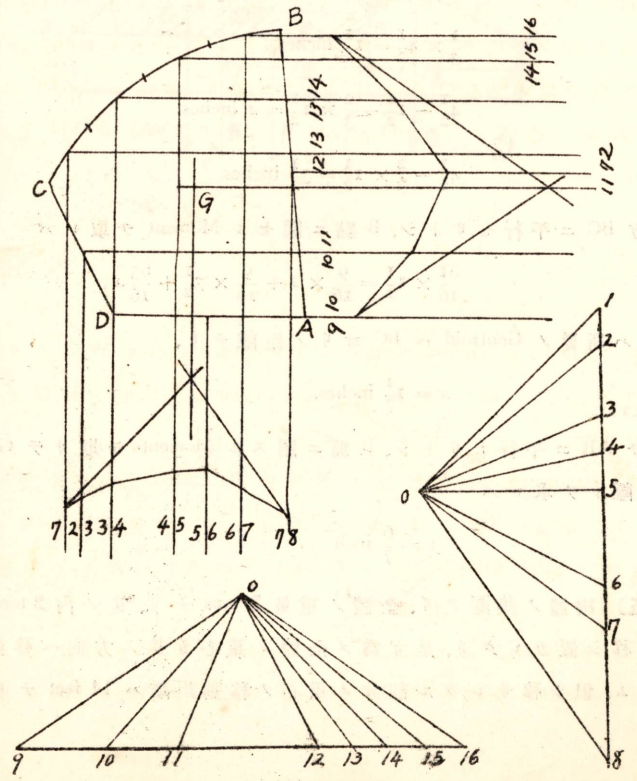
Funicular polygon ニヨリ Resultant ノ Action ノ位置ヲ求メ、更ニ夫々ノ Points of application ヲ變ゼズニ各部分ノ Weight ノ Action line ヲ同ジ向キ





$OG = \bar{x} = r\frac{\sin\alpha}{\alpha}$

r : radius



ニ同ジ角ダケ廻轉シ、其ノ位置ニ對シテ Funicular polygon ニヨリ Resultant ノ Action line ヲ定ム、此ノ Action line ト前ノ位置ニ於ケル Resultant ノ Action line トノ交點 G ハ求ムル所ノ ABCD ノ Centre of gravity ナリ、

〔例四〕 Triangle ABC ヨリ Triangle ADE, FHK ヲ取除キタリ、其ノ殘餘ノ部分ノ Centroid ヲ定ム、

$$R = \text{area of ABC} = \frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4} = \frac{81}{16} \text{ square inches.}$$

$$P = \text{area of FHK} = \frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \text{ square inch.}$$

$$Q = \text{area of ADE} = \left(\frac{1\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}}\right)^2 \times \frac{81}{16} = \frac{9}{16} \text{ square inch.}$$

$$W = \text{shaded area} = R - P - Q = \frac{81}{16} - \frac{9}{16} - \frac{9}{16} = \frac{63}{16} \text{ square inches.}$$

BC ヨリ ABC, FHK, ADE ノ各 Centroid ヘノ距離ハ夫々

$$\frac{1}{3} \times 4\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ inches.}$$

$$4\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2} = 2 \text{ inches.}$$

$$4\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2} \text{ inches.}$$

Forces ガ BC ニ平行セリトシ、B 點ニ關セル Moment ヲ取レバ

$$\frac{81}{16} \times 1\frac{1}{2} = \frac{9}{16} \times 2 + \frac{9}{16} \times 3\frac{1}{2} + \frac{63}{16}x$$

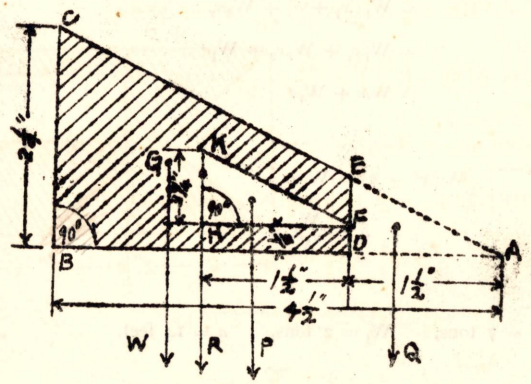
但シ x ハ所要ノ Gentroid ヘ BC ヨリノ距離ナリ、

$$x = 1\frac{1}{7} \text{ inches.}$$

Forces ヲ AB ニ平行セリトシ、B 點ニ關スル Moments ヲ取リテ G ヘ AB ヨリノ距離 y ヲ求レバ

$$y = \frac{6}{7} \text{ inch.}$$

〔例五〕 物體ノ集團アリ、全體ノ重量 7 tons ナリ、其ノ内 2 tons ダケ或方向ヘ移シ置カレタリ、是ガ爲メ全體ノ重心ガ其ノ方向ヘ移動セル距離ヲ求ム、但シ移サレタル部分ノ重心ノ移動距離ハ 14 feet ナリトス、



全重量ヲ W トシ、移サレタル部分ノ重量ヲ W_1 トシ、其ノ他ノ部分ノ重量ヲ W トス、移動方向ヲ x-axis トシ、移動前ニ於ケル W, W_1, W_2 ノ重心ノ yz-plane ヨリノ距離ヲ夫々 $\bar{x}$, x_2, x_2 トスレバ

$$W\bar{x} = W_1x_1 + W_2x_2.$$

移動後ニ於ケル W 及ビ W_1 ノ重心ノ yz-plane ヨリノ距離ヲ夫々 $\bar{x}'$, x_1' トシ、重心ノ移動距離ヲ夫々 $\bar{a}$, a トスレバ

$$\begin{aligned} W\bar{x}' &= W_1x' + W_2x_2 \\ &= W_1(x_1 + a) + W_2x_2 \\ &= W_1x_1 + W_2x_2 + W_1a \\ &= W\bar{x} + W_1a \end{aligned}$$

故ニ

$$W(\bar{x}' - \bar{x}) = W_1a$$

$$\bar{a} = \frac{W_1}{W}a$$

本問題ニ於テ

$$W = 7 \text{ tons}, \quad W_1 = 2 \text{ tons}, \quad a = 14 \text{ feet}.$$

故ニ

$$\bar{a} = \frac{2}{7} \times 14 = 4 \text{ feet}.$$

練習問題

1. 一直線上ニアラザル三點ニ等シキ Weight アリ、其ノ Centre of gravity ヲ求メヨ、

2. Trapezoid ABCD ニ於テ AB ト CD ト平行セリ、AB ノ中點 E ト CD ノ中點 F トヲ結ベル直線 EF ノ長サヲ C トス、又 AB, CD ノ長サヲ夫々 a, b トス、然ルトキ Trapezoid ABCD ノ Centre of gravity G ハ、EF 上ニテ

$$FG = \frac{(2a + b)c}{3(a + b)}$$

ニアルコトヲ證セヨ、

3. 同一材料ニテ作ラレタル二個ノ圓柱アリ、其ノ一ハ長サ 2 feet, 直

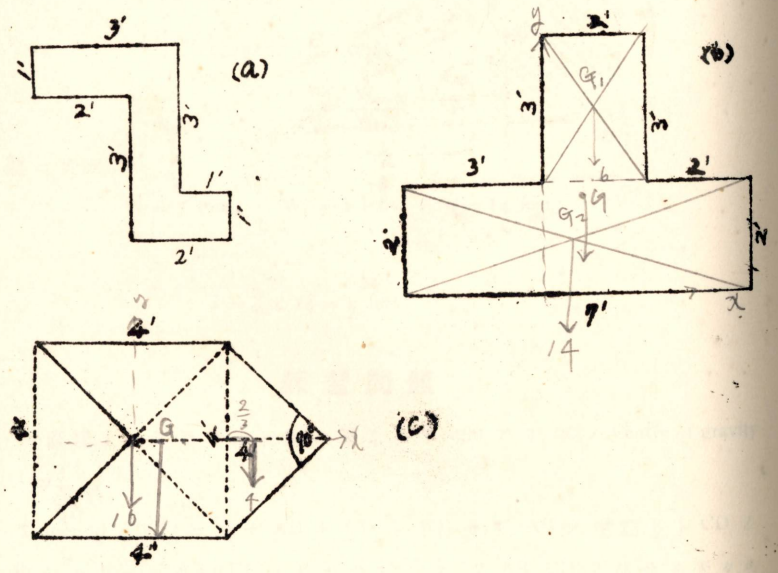
徑 1 inch ナリ、他ノ一ハ長サ 3 feet, 直徑 4 inches ナリ、此ノ二ツノ圓柱ガ其等ノ Axes ガ一直線上ニアル如グニ連接セラレタリ、全體ノ Centre of gravity ヲ求メヨ、

4. 前問題ニ於テ Section ノ小ナルモノハ銅ニシテ、大ナルモノハ眞鍮ナリトスレバ Centre of gravity ノ位置如何、但シ銅及ビ眞鍮ハ夫々

0·318 pound per cubic inch.

0·305 pound per cubic inch.

5. 次ノ圖ニ示セル Lamina ノ Centre of gravity ヲ定メヨ、



6. Zig-zag form ノ Wire ABCD ノ Centre of gravity ヲ定メヨ、但シ

AB = 25 inches, BC = 40 inches, CD = 48 inches.

(b) $G_1(1, 3.5)$ $G_2(0.5, 1)$

$G_1 = 6$ $G_2 = 14$ $W = 14 + 6 = 20$

$G(\bar{x}, \bar{y})$

$W\bar{x} = 20\bar{x} = 1 \times 6 + 0.5 \times 14 = 13$ $\bar{x} = \frac{13}{20}$

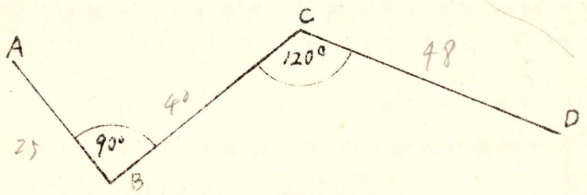
$W\bar{y} = 20\bar{y} = 3.5 \times 6 + 1 \times 14 = 35$ $\bar{y} = \frac{35}{20} = \frac{7}{4}$

(c) $G_1(0, 0)$ $G_2(2\frac{2}{3}, 0)$

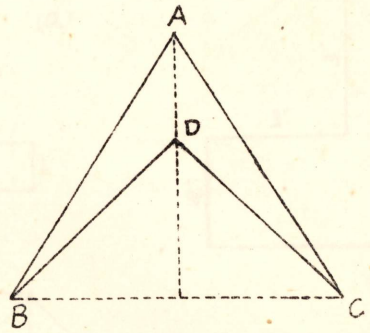
$W = 20$ $W_1 = 16, W_2 = 4$

$W\bar{x} = \frac{8}{3} \times 4 = 20\bar{x} = \frac{32}{3}$ $\bar{x} = \frac{32}{3} \times \frac{1}{20} = \frac{8}{15}$

$G(\frac{8}{15}, 0)$

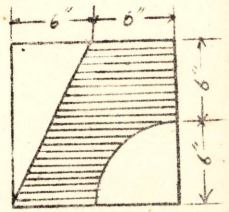


7. 二等邊三角形 ABC ヨリ二等邊三角形 BDC ヲ切リ除キタリ、殘餘ノ部分 ABDCA ノ Centre of gravity ガ三角形 BDC ノ項點 D ニアル可キ爲メニハ三角形 BDC ノ高サヲ如何ニ定ムベキカ、

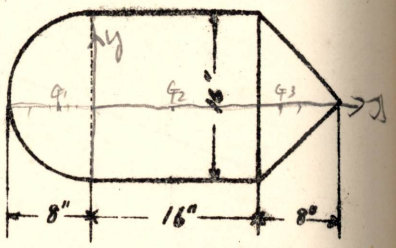


8. 直徑 6 feet ノ圓板ニ直徑 2 feet ノ圓孔ヲ設ケタリ、圓孔ノ中心ハ圓板ノ中心ヨリ $1\frac{1}{2}$ feet ニアリトス、圓板ノ Centre of gravity ヲ定メヨ、

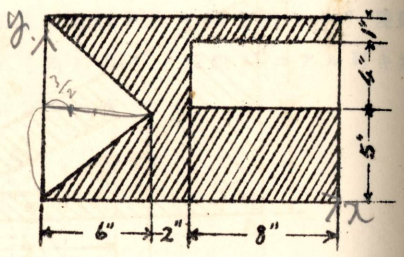
9. 次ノ圓形ノ內ノ陰影ヲ施セル面積ノ Centroid ヲ定メヨ、但シ圓ノ Sector ノ Centroid ハ圓ノ中心ヲ通ズル二等分線上ニ於テ中心ヨリ $\frac{2}{3}\cdot\frac{r\sin\alpha}{\alpha}$ ナリ、α ハ中心角ノ半分ニシテ Radians ニテ示セルモノナリ、



10. 次ノ圖ノ如キ直圓錐,直圓壔及ビ半球ヨリ成レルSolidノCentroidヲ定メヨ、但シ半球ノSolidノControidハ球ノ中心ヨリ半徑ノ$\frac{3}{8}$ナル點ニアリ、又直圓錐ノCentroidハ底面ヨリ高サノ$\frac{1}{4}$ナル點ニアリ、



11. 直圓壔ノ一端ニConical recessアリ、他端ニCyilndrical holeアリ、次ノ圖ハ其ノSectionヲ示セルモノナリ、此ノSolidノCentre of gravityヲ定メヨ、



12. 圓ノ弧ト二ツノBounding radiiトノ形ニ曲ゲラレタルUniform wireアリ、全體ノCentre of gravityガ圓ノ中心ニアル場合ニハArcニヨリCentreニSubtendセラルル角ハ$\tan^{-1}\left(-\frac{4}{3}\right)$ナルコトヲ示セ、但シ圓ノ弧ノCentroidハ中心ヨリ$\frac{r\sin\alpha}{\alpha}$ナル點ニアリ、$\alpha$ハ中心角ノ半分ナリ、

二七、重力ノ作用ヲ受ケ靜止セル物體、

Heavy bodyガ一點ヨリ懸垂セラレ釣合ニアルトキCentre of gravityハPoint of suspensionト同一ノ鉛直線内ニアリ、物體ハ其ノCetre of gravityニ働ケルWeightトPoint of suspensionヨリノReactionトニヨリ釣合ニアリ、而シテ是等二力ハ一直線上ニアルベキヲ以テナリ、

Heavy bodyガ或表面上ニ靜止セル場合ニハ其ノWeightトPoints of contactニ於ケルReactionsノResultantト

釣合ヘリ、而シテ若シモ Reactions ノ Resultant ガ其ノ物體ノ Weight ト釣合ヒ得ザル如キ場合ニハ物體ハ其ノ位置ニ靜止スル能ハズ、物體ガ或平面上ニ置カレタルトキ、物體ト平面トノ接觸點ニ於ケル Reactions ノ Resultant ハ、是等接觸點ノ内ノ外側ニアルモノヲ結ビテ作ラレタル凸多角形内ノ點ヲ通ズルヲ以テ、物體ガ靜止ノ狀態ニアルタメニハ其ノ Centre of gravity ヲ通ズル鉛直線ガ上記セル凸多角形内ノ點ヲ通過セザル可ラズ、然ラザレバ物體ハ轉倒スベシ、

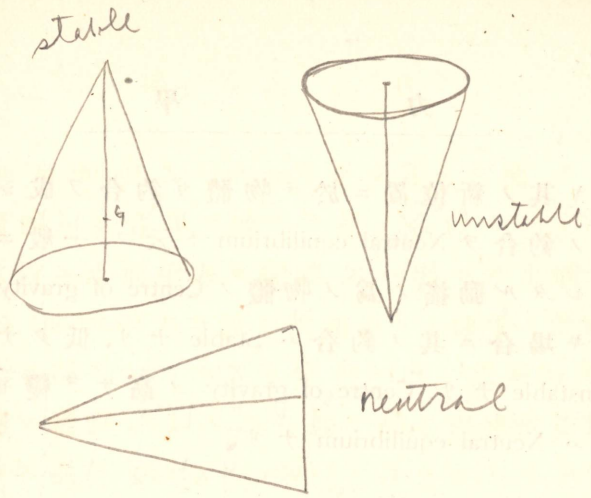
練習問題

1. 長サ 3 feet ノ Rod アリ、其ノ Centre of gravity ハ其ノ一端ヨリ 1 foot ノ位置ニアリ、此ノ Rod ガ其ノ兩端ニ結バレタル長サ 6 feet ノ一筋ノ紐ニテ Smooth peg ニ懸ケラレタル場合ニ Rod ハ如何ナル位置ニテ釣合ヲナスカ、 2:4

2. Diameter 8 inches ノ Right cylinder アリ、Inclination 20° ナル Inclined plane 上ニ此ノ Cylinder ガ其ノ一端ニヨリ靜止シ得ル爲メニ Cylinder ノ Greatest length 如何、

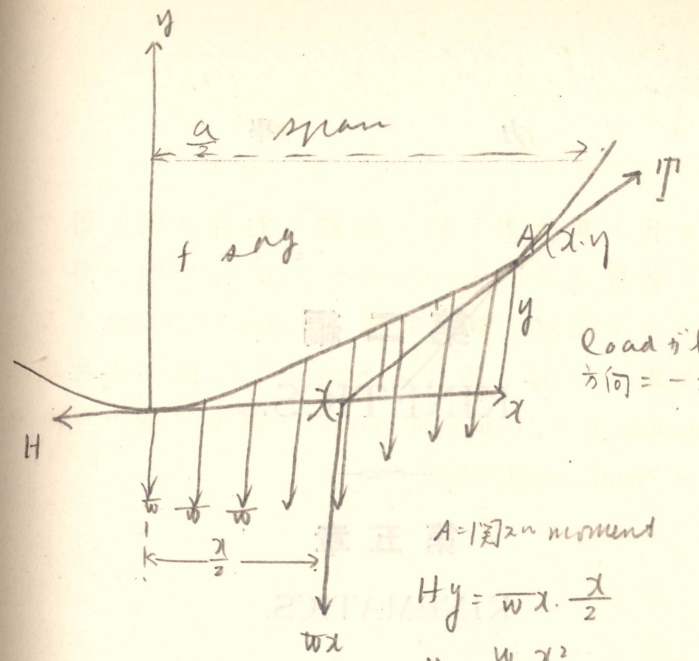
二八、Stability.

物體ガ重力ノ作用ノ下ニ釣合ニアルトキ何等カノ方法ニヨリ小ナル動搖ヲ與ヘ其ノ釣合ヲ破ラントスルモ、之ヲ放置スレバ直ニ舊トノ釣合ノ位置ニ復スル如キ場合ノ釣合ヲ Stable equilibrium ト云フ、又放置ニヨリ物體ハ舊トノ釣合ノ位置ヨリ遠カル如キ場合ノ釣合ヲ Unstable equilibrium ト云フ、又釣合ノ位置ヨリ傾



カンニガ右ニ重心ガ上ルトキハ釣合ハ stable
下ルトヨ 〃 unstable
変ラナイ(位置) 〃 neutral

ケルトキ其ノ新位置ニ於テ物體ガ釣合ヲ成シ得ル如キ場合ノ釣合ヲ Neutral equilibrium ト云フ、一般ニ外ヨリ與ヘラレタル動搖ノ爲メ物體ノ Centre of gravity ガ高クナル如キ場合ニ其ノ釣合ハ Stable ナリ、低クナル場合ニハ Unstable ナリ、Centre of gravity ノ高サヲ變ゼザル如キ場合ハ Neutral equilibrium ナリ、



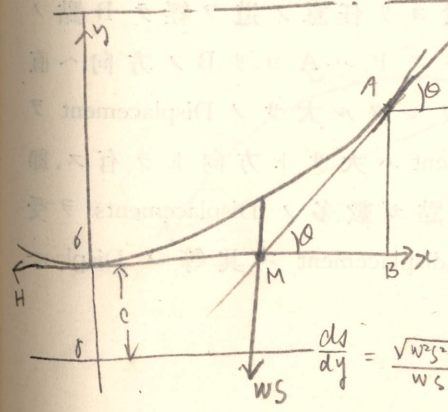
load ガ horizontal ノ方向ニ一様ニカハッテキル時

A ニ関スル moment

$$Hy = wx \cdot \frac{x}{2}$$

$$y = \frac{wx^2}{2H} \quad \cdots \text{parabola.}$$

$$T = \sqrt{H^2 + w^2x^2} \qquad f = \frac{w}{2H} \times \frac{a^2}{4} = \frac{wa^2}{8H}$$



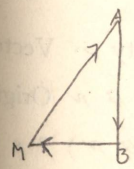
釣合ッテキルカラミカハ一点ニ合セテヤルバナラヌ

S ニ OA ノ弧ノ長サ

$$T = \sqrt{H^2 + w^2 s^2}$$

$$\frac{dy}{ds} = \frac{T}{ws} = \frac{\sqrt{w^2s^2 + H^2}}{ws} \qquad H = cw \text{ トス}$$

$$\frac{dy}{ds} = \frac{\sqrt{w^2s^2 + c^2w^2}}{ws} = \frac{\sqrt{s^2+c^2}}{s} \qquad dy = \frac{s\,ds}{\sqrt{s^2+c^2}}$$



$$\therefore y = \sqrt{s^2+c^2} + K \qquad y = 0 \quad s = 0 \quad \therefore K = -c$$

$$y = \sqrt{s^2+c^2} - c \qquad y + c = \sqrt{s^2+c^2}$$

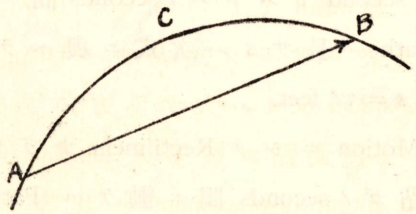
$$\therefore y = \sqrt{s^2+c^2} \quad \cdots \text{ new origin}$$

第二編
KINETICS.

第五章
KINEMATICS.

二九、Displacement. 変位

運動點PガA點ノ位置ヨリ任意ノ道ヲ經テB點ノ位置ニ來レリトス、然ルトキPハAヨリBノ方向ヘ直線ABノ長サニヨリ表ハサレタル大サノDisplacementヲ受ケタリト云フ、Displacementハ大サト方向トヲ有ス、即チVector quantityナリ、運動點ガ數多ノDisplacementsヲ受ケタルトキ其ノResultant displacementハ其等ノDisplacementsノVector sumナリ、



三〇、Velocity.

Rate of displacementヲVelocityト云フ、VelocityハVector quantityナリ、運動點ノPathノ上ニ定メラレタルOriginヨリ運動點ヘノ距離(Pathニ沿ヒテ測ラレタル)ヲsトシ、此ノ距離ヲ行クニ要シタル時間ヲtトスレバ或ル

時刻ニ於ケル Velocity ノ Magnitude ハ

$$v = \lim_{\triangle t \to 0} \frac{\triangle s}{\triangle t} = \frac{ds}{dt}$$

ニシテ、方向ハ其ノ時刻ニ運動點ノ占ムル位置ニ於テ Path ヘ Tangent ナリ、

$\frac{ds}{dt}$ ハ Instantaneous speed ヲ表ハス、Speed トハ運動點ガ單位時間ニ其ノ Path ニ沿フテ幾何ノ道程ヲ動クカノ割合ヲ示スモノナリ、單位ノ Speed ハ單位時間ニ單位ノ長サノ割合ヲ以テ動ケル點ノ Speed ナリ、時ノ單位ガ Second ニシテ長サノ單位ガ Foot ナレバ Speed ハ若干 Feet per second ト呼バレ、時ノ單位ガ Second, 長サノ單位ガ Centimetre ナレバ若干 Centimetre per second ト呼バル、

Uniform velocity, 即チ Uniform speed ノ Rectilinear motion ニ於テ Speed ヲ v feet per second トスレバ t seconds 間ノ Displacement ノ大サ或ハ Path ノ長サ s ハ次式ニ與ヘラル、

$$s = vt \text{ feet.}$$

Uniform speed ノ Motion ニシテ Rectilinear ナラザル場合ニ此ノ式ハ運動點ガ t seconds 間ニ働ケル Path ノ長サヲ與フ、

Velocity ハ Vector quantity ナリ、故ニ數多ノ Velocties ノ Resultant ヲ定メ、又ハ一ツノ Velocity ヲ分解スルコトハ Force, 又ハ Displacement 等ノ場合ト全ク同樣ナリ、

練習問題

1. 次ノ Speed ヲ Feet per second ヲ以テ表ハセ、

pass ヲ time デ割ッタモノ $\frac{\text{pass}}{\text{time}}$ = mean speed

displacement ト time ratio ヲ mean Velocity トスル $\frac{\text{displace}}{\text{time}}$ =

サテ mean speed ト mean velocity ハ其ノ limit ニ於テ

pass = displacement $\Delta S = \Delta D$ ナリ

∴ instantaneous speed = instantaneous velocity

即チ一点ニ於ケル Velocity $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$ = Velocity magnitude

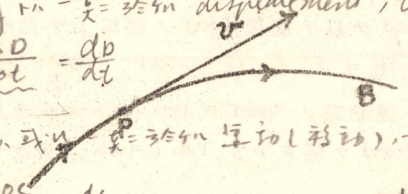
$\frac{\text{displacement}}{\text{time}}$ = mean velocity

$\frac{\text{pass}}{\text{time}}$ = mean speed

然レ共 $\Delta t \to 0$ ノトキニハ mean speed ト mean velocity ハ一致スル.

Velocity トハ一点ニ於ケル displacement ノ time rate ナリ.

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta D}{\Delta t} = \frac{dD}{dt}$



speed ハ或ル一点ニ於ケル単位ノ移動ノ time rate ナリ

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$ $\Delta t \to 0$ ナルトキ $\frac{dD}{dt} = \frac{ds}{dt}$

speed ハ sense ナキモ Velocity ハ sense アリ.

(*a*) 45 miles per hour.

(*b*) $11\frac{1}{4}$ knots.

(*c*) 12 centimetres per second.

2. 次ノ Speed ヲ Centimetres per second ヲ以テ表ハセ、

(*a*) 2 feet per second.

(*b*) 1 mile per hour.

(*c*) 48 kilometres per hour.

3. 直徑 8 feet ノ圓周上ヲ 20 seconds ニ 4·5 廻轉ヲナセル運動點アリ、其ノ Mean speed ヲ求メヨ、

4. Uniform motion ヲナス點アリ、其ノ Velocity 8 feet per second ナリ、200 feet ノ Displacement ヲナスニ幾秒時ヲ要スルカ、

5. Uniform speed ヲ以テ直徑 4 feet ノ圓周上ヲ動ケル點アリ、毎分時ノ廻轉數 120 ナリ、然ラバ

(*a*) 此ノ運動點ノ Speed ヲ Feet per second ヲ單位トシテ表ハセ、

(*b*) $\frac{1}{10}$ second ヲ隔タレル Two instants ニ於ケル Velocities ノ間ノ角ヲ求メヨ、

6. 40 centimetres per second ノ Velocity ト 30 centimetres per second ノ Velocity トノ Resultant ヲ求メヨ、但シ與ヘラレタル兩者ノ間ノ角ハ 60° ナリトス、

7. 10 feet per second ノ Velocity ヲ互ニ直角ナル Components ニ分テ、但シ Components ノ一ツハ與ヘラレタル Velocity ト 30° ノ角ヲナセルモノトス、

三一、Relative velocity.

Vector AB ガ O 點ニ Relative ナル運動點 P ノ Velocity ヲ表ハシ、Vector BC ガ P 點ニ Relative ナル運動點 Q ノ Velocity ヲ表セバ、其ノ Resultant vector AC ハ O 點ニ Relative ナル Q ノ Velocity ヲ表ハス、即チ Vector AB, AC ガ夫々 O 點ニ Relative ナル P 及ビ Q ノ Velocity ナリトスレバ

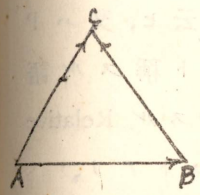
[3] path ... $2\pi r \times 4.5 = 8\pi \times 4.5$

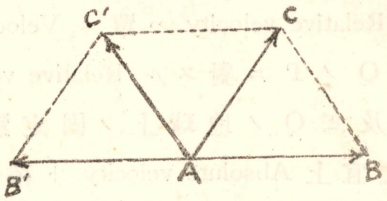
mean speed $= \frac{8\pi \times 4.5}{20} = \frac{2\pi \times 0.9}{5} = 1.8\pi$ feet/sec

$\frac{dD}{dt} = 8$

$dD = 8\,dt$

$\therefore D = \int 8\,dt \qquad D = 8t \quad 200 = 8t \quad t = \frac{50}{2} = 25$





Vector BC ハ P 點ニ Relative ナル Q 點ノ Velocity トナル、

故ニ O 點ニ Relative ナル P 及ビ Q ノ Velocity ガ與ヘラレテ P ニ Relative ナル Q ノ Velocity ヲ得ルニハ Q ノ Velocity ニ P ノ Velocity ト大サ等シク方向反對ナル Velocity ヲ加フレバ足レリ、

P ノ Q ニ對スル Relative velocity ト Q ノ P ニ對スル Relative velocity トハ大サ等シク方向反對ナリ、

O 點ガ地球上ニ固定セル點ナルトキ、之ニ對スル P 及ビ Q ノ Relative velocity ハ單ニ Velocity ト云ヒ、又ハ P ノ Q, 或ハ Q ノ P ニ對スル Relative velocity ト稱スル語ニ對シ、P 及ビ Q ノ地球上ノ固定點ニ對スル Relative velocity ヲ便宜上 Absolute velocity ト稱スルコトアリ、

練習問題

1. 長サ 1 metre ノ眞直ナル管 AB アリ、其ノ各點ハ AB ニ 45° 傾ケル方向ヘ 12 cm. per sec. ノ Velocity ヲ有ス、或 Particle ガ A ヨリ Uniformly ニ動キ 3 sec. ニテ B ニ達ス、然ラバ

(*a*) Particle ノ管ニ對スル Relative velocity ヲ求メヨ、

(*b*) Particle ノ Absolute velocity ヲ求メヨ、

2. 相等シク且ツ Uniform ナル Speed v ヲ以テ動ケル二ツノ點アリ、其ノ一ツハ半徑 r ノ圓周上ヲ動キ、他ノ一ツハ此ノ圓ヘノ一ツノ切線上ヲ動ケリ、二點ガ切點ヲ同一ノ方向ヘ同時ニ通過セルモノトスレバ、其ノ時ヨリ時間 t ノ後ニ於ケル Relative veloeity ノ大サハ

$$2\,v\,\sin\frac{vt}{2r}$$

其ノ方向ハ其ノ切線ニ對シ

$$\frac{1}{2}\left(\pi-\frac{vt}{r}\right)$$

ナル角ヲナセルコトヲ示セ、

3. Steam turbine ノ Wheel ノ Peripheral velocity 400 feet per second ナリ、其ノ Wheel ノ Bucket passage ヘ入ルトキノ Steam ノ Absolute velocity 2200 feet per second ニシテ其ノ方向ハ Peripheral velocity ノ方向ト 20° ノ角ヲナセルモノトスレバ Steam ノ Relative velocity ノ大サ並ニ方向如何、

4. Diameter 4 feet ノ Disk アリ、其ノ中心 O ヲ通ジテ Disk ノ面ニ直角ニ交ハレル直線ヲ Axis トシ Uniformly ニ One rev./sec. ノ廻轉ヲナセリ、其ノ Disk ノ直徑 AB ニ沿ヒ Uniformly ニ 4 ft./sec. ノ Speed ヲ以テ動ク點 P アリ、P ガ A ト O トノ中點ニアルトキ、及ビ O ト B トノ中點ニアルトキノ P ノ Absolute velocity ヲ定メヨ、

三二、Velocity-time diagram.

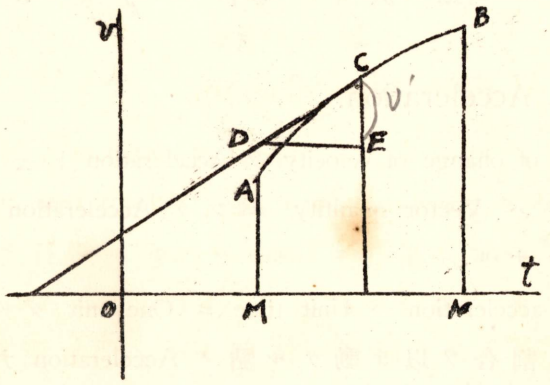
Time ヲ Abscissa トシ、Speed ヲ Ordinate トシテ畫キタル Curve ヲ Speed-time curve 又ハ Velocity-time curve ト云フ、Uniform speed ノ場合ニ Curve ハ t-axis ニ平行セル直線 AB トナル、此ノ場合ニ直線 AB ト Ordinates AM, BN ト t-axis トニ包マレタル面積ハ時間 MN ノ間ニ運動點ノ通過セル道ノ長サヲ表ハス、Ordinate ニ於テ Unit length 例ヘバ 1 inch ハ m feet per second ヲ表ハシ、Abscissa ニ於テ 1 inch ハ n seconds ヲ表ハスモノトシ、AM ノ長サヲ y inches, MN ノ長サヲ x inches トスレバ Rectangle ABNM ノ面積ハ

$$xy = \frac{v}{m} \times \frac{t}{n}$$

故ニ

$$vt = s = (mn)\,xy.$$

(4)



一般ニ Speed curve ACB ト Ordinates AM, BN ト t-axis トノ間ノ面積ハ MN ナル時間ニ運動點ノ動ケル Path ノ長サヲ表ハス、而シテ C 點ニ於ケル Tangent ノ Slope ハ $\frac{dv}{dt}$, 即チ其ノ點ニ對スル時刻ニ於ケル Rate of change of speed ヲ表ハス、Tangent ノ上ノ任意ノ點 D ヲ通ジ t-axis ニ平行ナル線ト C ヲ通ジ v-axis ニ平行セル線ト會スル點ヲ E トス、EC ヲ v-axis 上ノ Scale ニテ測リタルモノヲ v' トシ、DE ヲ t-axis 上ノ Scale ニテ測リタルモノヲ t' トスレバ C 點ニ於ケル Slope ハ $\frac{v'}{t'}$ ナリ、

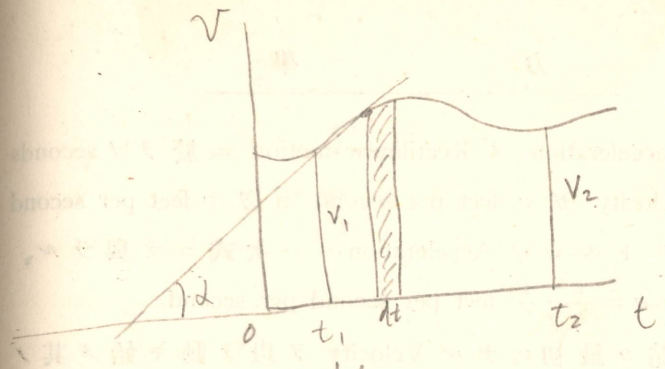
三三、Acceleration.

Rate of change of velocity ヲ Acceleration ト云フ、Change of velocity ハ Vector quantity ニシテ Acceleration モ亦 Vector quantity ナリ、

Unit acceleration ハ Unit time ニ One unit ダケノ Velocity ヲ增ス割合ヲ以テ動ケル點ノ Acceleration ナリ、長サノ Unit ガ Foot, 時ノ Unit ガ Second ナルトキハ Acceleration ノ大サヲ呼ブニ若干 Feet per second per second ト稱ス、長サノ Unit ガ Centimetre, 時ノ Unit ガ Second ナレバ若干 Centimetres per second per second ト稱ス、

三四、Rectilinear motion.

Rectilinear motion ニ於テハ Acceleration ハ運動ノ方向ニ平行ニシテ大サハ $\frac{dv}{dt}$, 即チ Rate of change of speed ナリ、

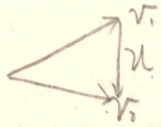


$\int_{t_1}^{t_2} v\,dt = s$

$\tan\alpha = \frac{dv}{dt}$ rate of change of speed

$v_1 - v_{11} = v_{111}$ .. change of speed

v_1 ト v_2 ノ Vectorsum u ガ change of velocity



Uniform acceleration ノ Rectilinear motion ニ於テ t seconds ノ間ニ Velocity ガ v_0 feet per second ヨリ v feet per second トナリタリトスレバ Acceleration a ハ次式ニテ與ラル、

$$a = \frac{v - v_0}{t} \text{ feet per second per second.}$$

故ニ運動點ガ最初 v_0 ナル Velocity ヲ以テ動キ始メ其ノ運動方向ヘ a ナル Uniform acceleration ヲ t seconds ノ間受ケタリトスレバ最初ヨリ t seconds ヲ經タル時刻ニ於ケル Velocity v ハ次式ニヨリテ表ハサル、

$$v = v_0 + at.$$

Velocity-time curve ハ Slope a ナル直線トナル、AB ト AM ト BN ト t-axis トノ間ノ面積ハ Displacement s ヲ表ハスヲ以テ

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

上掲ノ v 及ビ s ノ兩式ヨリ t ヲ消去スレバ

$$v^2 - v_0^2 = 2\,as.$$

拋ゲラレタル物體ノ Gravity ニ基ケル Acceleration ハ一定ノモノト見做シ得ラルルモノニシテ、其ノ方向ハ地球ノ中心ニ向ヒ其ノ大サハ

$$g = 32{\cdot}2 \text{ feet per second per second}$$
$$= 981 \text{ centimetres per second per second.}$$

練習問題

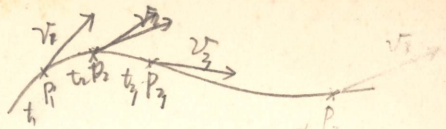
1. 次ノ Acceleration ヲ Foot per second per second ノ單位ニテ表ハセ、

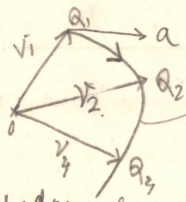
(a) 392 ft./min.^{2}

(b) 480 mls./hour.^{2}

(c) 350 cm./sec.^{2}

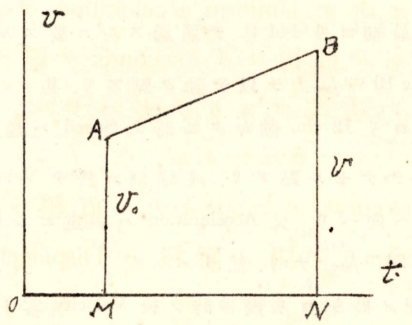
Hodograph





curve ヲ hodograph トコフ

Hodograph 上ノ一点 Q ニ於ケル velocity ハ P 点ニ於ケル acceleration ノ大サト方向ヲ表ス



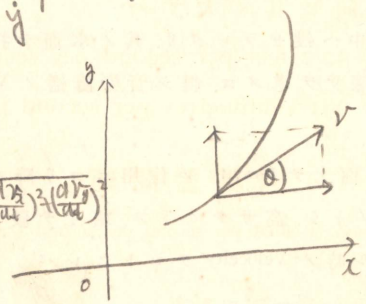
velocity speed $= \frac{ds}{dt} = \dot{s}$ acceleration $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ ($\dot{v}$, $\ddot{s}$)

$\frac{dx}{dt} = \dot{x}$, $\frac{dy}{dt} = \dot{y}$ } velocity component.

acceleration.. $\ddot{x}$ $\ddot{y}$ ナリ

$\frac{dv_x}{dt}$ $\frac{dv_y}{dt}$

$\therefore v = \dot{s} = \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$



$v_x = v\cos\theta = \frac{ds}{dt}\cos\theta = \frac{ds\cos\theta}{dt} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

$v_y = v\sin\theta = \frac{ds\sin\theta}{dt} = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$

abscissa ノ變化 time rate ガ x component

ordinate ノ 〃 〃 y 〃

$\therefore \dot{s} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ $\frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

dynamics

2. 次ノ Acceleration ヲ Centimeter per second per second ノ單位ニテ表ハセ、

(a) 24 ft./sec.^{2}

(b) 8 m./min.^{2}

3. 或時刻ニ 4 ft./sec. ノ Speed ヲ有セシ運動點ガ 8 sec. 後ノ時刻ニ 20 ft./sec. トナレリ、此ノ時間ノ Mean rate of change of speed ヲ求メヨ、

4. 靜止ノ狀態ヨリ出發シテ 8 ft./sec.^{2} ノ Uniform rate ヲ以テ動ケル點アリ、此ノ點ガ最初ヨリ 144 ft. ヲ通過スルニ要スル時間ヲ求メヨ、

5. Uniform rate 10 cm./sec.^{2} ヲ以テ動ク點アリ、其ノ Initial speed 7 cm./sec. ナリ、然ラバ最切ヨリ 12 cm. 動キタル時ノ Speed ハ幾何ナルカ、

6. 直線運動ヲナセル點アリ、或時刻ニ於テ Velocity 100 ft./sec. ニシテ Positive direction ヘ向ヘリ、又 Acceleration ハ一定ニシテ Negative direction ヘ向ヒ、其ノ大サ 24 ft./sec. ナリ、然ラバ

(a) 前記ノ時刻ヨリ幾秒時ノ後 Velocity 零トナルカ、

(b) 前記ノ時刻ヨリ 4 sec. 後ノ Instant ノ Velocity ヲ求メヨ、

7. 落下物體アリ、靜止狀態ヨリ 10 m. 落下セル時ノ Velocity ヲ求メヨ、

8. 物體ガ 100 ft./sec. ノ Velocity ヲ以テ鉛直ニ上方ヘ拋ゲラレタリ、

(a) 何時 Velocity 零トナルカ、

(b) 如何ナル高サ迄達スルカ、

(c) 何時出發點ニ歸着スルカ、

9. 一物體ガ井中ヘ投ゼラレタリ、其ノ水面ヲ打チシ音ガ 4 sec. 後ニ聞カレタリ、井ノ深サヲ求メヨ、但シ音響傳播ノ Velocity ヲ 1100 ft./sec. トセヨ、

10. 摩擦無キ斜面上ヲ Gravity ノ作用ニヨリ降ル點アリ、斜面ノ傾角ヲ a トシ、長サヲ l トシ、高サヲ h トス、頂上ヲ發スル時ノ Veloeity ヲ v_0 トシ、降リ終リタル時ノ Velocelty ヲ v トスレバ

$$v^2 - v_0^2 = 2gh$$

ナルコトヲ證セヨ、又此ノ降下時間ヲ t トシ、運動點ガ同一ノ Initial

$S_1 = 0$

$S = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2$

$v_1 = 0 \quad S = \frac{1}{2} a t^2$

$\frac{dv}{dt} = a \quad \frac{d\frac{ds}{dt}}{dt} = a \quad \frac{d^2 s}{dt^2} = a$

$d\left(\frac{ds}{dt}\right) = a\,dt$

$\frac{ds}{dt} = a\int_{t_1}^{t_2} dt + c = at + v_1$

$S = \frac{1}{2} a t_2 + v_1 t + c' = \frac{1}{2} a t^2 + v_1 t + S_1$

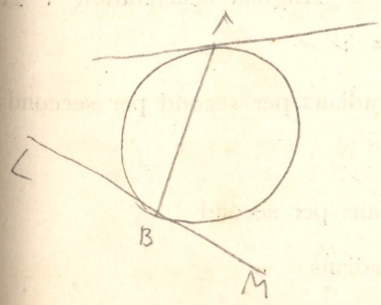
垂直線運動ノ加速度 $\left.\begin{array}{l} 980.6\ \mathrm{cm/sec^2} \\ 32.16\ \mathrm{ft/sec^2} \end{array}\right\} = g$

$v = v_0 t + gt \qquad h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$v^2 - v_0^2 = 2gh \qquad h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} \qquad v_0 = 0$ ナレバ

$v = gt \qquad h = \frac{1}{2} g t^2 \qquad h = \frac{v^2}{2g}$

quickest descent



AヨリLMニ下ストキニ最モ小ナル時間ハABニ下ルトキナリ。

velocity ヲ以テ自由ニ h ダケ落下スル時間ヲ t' トスレバ

$$\frac{t}{t'}=\frac{l}{h}$$

ナルコトヲ諸セヨ、

11. Vertical plane 内ニアル圓ノ鉛直ナル直徑ノ上端ヨリ任意ノ弦ニ沿ヒテ Gravity ノ作用ニヨリ運動點ガ圓周上ノ點ニ降リ着ク爲メニ要スル時間 t ハ一定ニシテ

$$t=\sqrt{\frac{2a}{g}}$$

ナルコトヲ證セヨ、但シ a ハ直徑ノ長サナリ、

三五、運動點ノ Angular motion.

一平面上ニ運動セル P 點アリ、其ノ平面上ニ任意ニ一點ヲ定メ之ヲ O トス、P ノ運動ニヨリ直線 OP ハ O ノ周圍ニ角ヲ畫ク、或時刻ニ P_1 ニアル運動點ガ t seconds ノ後ノ時刻ニ P_2 ニアリトス、OP_2 ト OP_1 トノ間ノ角ヲ θ トス、θ ヲ此ノ時間中ノ運動點ノ O 點ニ對スル Angular displacement ト云フ、Rate of angular displacement ヲ Angular velocity ト云フ、Augular velocity ヲ ω トスレバ

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}\text{ radians per second}$$

Rate of change of angular velocity ヲ Angular acceleration ト云フ、Angular acceleration ヲ α トスレバ

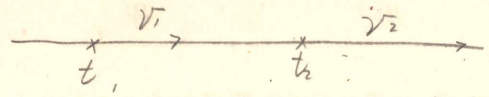
$$\alpha=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}\text{ radians per second per seccond}$$

α ガ一定ナル場合ニハ

$$\omega=\omega_0+\alpha t\text{ radians per second}$$

$$\theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2\text{ radians}$$

Acceleration



$$\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

$$\frac{dv}{dt}=\text{constant}=a \quad \cdots \text{acceleration が Uniform ナル。}$$

$\frac{dv}{dt}$ ··· rate of change of speed　cm per sec per sec　cm/sec²

例ヘバ

$$\frac{dv}{dt}=8 \text{ cm. per sec. per sec}$$

$$\frac{dv}{dt}=a \qquad dv=a\,dt \qquad v=\int_{t_1}^{t_2} a\,dt+c$$

$$=a\int_{t_1}^{t_2} dt+c=a(t_2-t_1)+c \qquad t_2-t_1=t$$

$\therefore v=at+c$　c ヲ決定スルニハ Boundary condition ヲ用ヰル

$t=0$ ナルトキ $v=v_1$　$\therefore v_1=v=c$

$\therefore v=at+v_1$　$v=\frac{ds}{dt}=at+v_1$

$$ds=at\,dt+v_1\,dt \qquad s=\int_{t_1}^{t_2} v_1\,dt+\int_{t_1}^{t_2} at\,dt+c'$$

$$=v_1t+a\frac{1}{2}t^2+c' \qquad t=0 \text{ ナルトキ } s=s_1 \quad \therefore c'=s_1$$

$$s=s_1+v_1t+\frac{1}{2}at^2$$

前頁ニ續ク

而シテ上記二式ノ間ニ t ヲ消去スレバ

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta.$$

圓運動ニ於テハ Angular velocity ヲ Revolution per second 又ハ Revolution per minute ヲ以テ表ハス場合多シ、N′ ヲ以テ Revolution per second ニテ與ヘラレタル Angular velocity トシ、N ヲ以テ Revolutions per minute ニテ表ハサレタル Angular velocity トスレバ

$$\omega = 2\pi N' = \frac{2\pi N}{60} \text{ radians per second.}$$

前ニ既ニ述ベタル Displacement, Velocity 等ヲ Angular displacement, Angular velocity 等ニ對シ、Linear displacement, Linear velocity 等ト呼ブ、

圓運動ニ於テ中心ニ對スル Angular displacement ヲ θ トシ、圓ノ半徑ヲ r トシ、θ ニ對スル弧ノ長サヲ s トスレバ

$$s = r\theta$$

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

即チ $$v = r\omega$$

又 $$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

即チ $$a = r\alpha$$

但シ a ハ Rate of change of speed ナリ、上記ノ諸式ニ於テ θ ハ Radians, ω ハ Radians per second, α ハ Radians per second per second ヲ以テ表ハサレタルモノナリ、而シテ若シモ r ガ Feet ニテ表ハサレタルモノトスレバ s ハ Feet, v ハ

$\frac{d\theta}{dt} = \omega$ angular velocity

θ ... radians ニ以テ表ス。

$\frac{d\theta}{dt} = \omega$ radians per sec.

$\frac{d^2\theta}{dt} = \frac{d\omega}{dt} = \alpha$ ... angular acceleration.

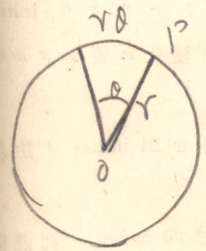
$= \alpha$ radians per sec per sec

N revolution per minute $N = 700$ R.P.M.

$2\pi N$ radians per min

$\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$



$s = r\theta$

$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \qquad v = r\omega \qquad a = r\alpha$

$\frac{d^2s}{dt^2} = r\frac{d^2\theta}{dt^2}$

Feet per second, a ハ Feet per second per second ニテ表ハサレタルモノトナル、又

$$\omega = 2\pi N' = \frac{2\pi N}{60}$$

ナルヲ以テ

$$v = 2\pi r N' = 2\pi r \frac{N}{60}.$$

練習問題

1. 5 revolutions per second, 及ビ 270 revolutions per minute ヲ Radians per se-cond ヲ以テ表ハセ、

2. 63 radians per second ヲ Revolution per minute ニテ表ハセ、

3. 100 revolutions per minute ノ Speed ガ 35 seconds ヲ經テ 250 revolutions per minute トナリタリ、Mean angular acceleration ヲ Radians per second per second ヲ以テ表ハセ、

4. 各秒ノ間ニ 50 revolutions per minute ノ Uniform rate ヲ以テ Speed ヲ減ジ、300 revolutions ノ後 Speed ハ 60 revolutions per minute トナリタリ、Initial speed ヲ Revolution per minute ニテ示セ、又 Speed ノ此ノ變化ニ要シタル時間ヲ求メヨ、

5. Rotating wheel アリ、其ノ廻轉軸ヨリ 16 inches, 及ビ 24 inches ノ距離ニアル二點ノ Linear speed ヲ比較セヨ、

6. Uniform speed 250 revolutions per minute ヲ以テ直徑 30 inches ノ圓運動ヲナセル點アリ、其ノ Linear velocity ヲ求メヨ、

三六、Curvilinear motion ノ Acceleration.

AB ハ運動點ノ Path ナリ、A 點ニ於ケル Velocity ヲ v トス、Vectors O′A′, 及ビ O′B′ ハ夫々 A, 及ビ B ニ於ケル Velocities ヲ表ハス、

$n = n_0 + \alpha t$ $\quad 60 = n_0 - 50t$ $\quad n_0 = 60 + 50t$

$S = n_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad 300 = n_0 t - 25t^2$

$300 = 60t + 25t^2$ $\quad 5t^2 + 12t - 60 = 0$

$t = \frac{-6 \pm \sqrt{36+300}}{5} = \frac{-6 \pm \sqrt{336}}{5} = 2.5 = \frac{-6 \pm 18.6}{5}$

$\therefore n_0 = 60 + 25 \times 50 = \boxed{1.85}$

[4] 毎秒 $\frac{50}{360}$ R.P.S ノ割ニテ speed ヲ減ズ

initial speed n_0 R.P.S トスレバ

$300 = n_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad \alpha = \frac{-5}{360}$ R.P.S

$300 = n_0 t - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{72}t\right)$ ——— (1)

60 R.P.M = 1 R.P.S

$1 = n_0 - \frac{1}{72}t$ ——— (2)

$n_0 = 1 + \frac{1}{72}$ ニヲ (1) ニ代入

$300 = t + \frac{1}{72}t^2 - \frac{1}{2 \times 72}t^2$

$= t + \frac{t^2}{144}$

$144 \times 300 = 144t + t^2$

$t = -72 \pm \sqrt{}$

$t = 25.6$ 秒

$n_0 = \left[1 + \frac{5}{6} \times 25.6\right] \times 60 = 60 + 5 \times 25.6$

$= 60 + 128.0 = 1340$

Path AB ノ長サヲ $\triangle s$ トシ、此ノ Path ヲ通過スルニ要スル時間ヲ $\triangle t$ トス、此ノ $\triangle t$ ノ間ノ Velocity-increment ノ大サ並ニ方向ハ Vector A′B′ ニテ表ハサル、Vector O′C′ ハ Vector O′A′ ト大サ等シキモノナリトス、Vector A′B′ ハ Vectors A′C′ ト C′B′ トノ和ナリ、$\triangle t$ ガ零ニ Approach セル Limit ニ於テ A′C′ ノ方向ハ O′A′, 即チ A 點ニ於ケル Tangent ニ直角トナル、又 C′B′ ハ O′A′, 即チ A 點ニ於ケル Tangent ニ平行トナル、故ニ運動點ガ A ニアル時刻ニ有スル Acceleration ノ Normal component, 及ビ Tangential component ハ夫々

$$\text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\text{Vector A}'\text{C}'}{\triangle t}\right)$$

及ビ

$$\text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\text{Vector C}'\text{B}'}{\triangle t}\right)$$

ナリ、

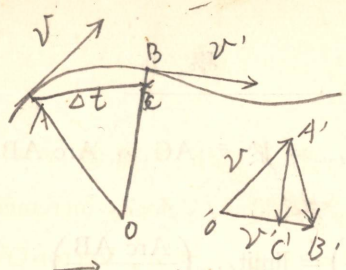
A 及ビ B ニ於ケル Normals ノ交點ヲ O トス、OB 上ニ OC ヲ OA ニ等ク取レバ三角形 AOC ト A′O′C′ トハ Similar ナリ、故ニ

$$\frac{\text{A}'\text{C}'}{\text{A}'\text{O}'} = \frac{\text{AC}}{\text{AO}}$$

$$\text{A}'\text{C}' = \text{AC} \times \frac{\text{A}'\text{O}'}{\text{AO}} = \text{AC} \times \frac{v}{\text{AO}}$$

$$\text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\text{A}'\text{C}'}{\triangle t}\right) = \text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{v}{\text{AO}} \cdot \frac{\text{AC}}{\triangle t}\right)$$

$\text{Limit}_{\triangle t=0}$ ニ於テ O ハ A ニ於ケル Centre of curvature トナル、OA ハ A ニ於ケル Radius of curvature トナル、Radius of



$\overrightarrow{A'B'}$ ハ increment ナリ

A カラ B ニ displace スルニ要セル時間ヲ Δt トスレバ

$\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'B'}$ $\quad v' = v + \Delta v$

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{A'C'}}{\Delta t}$ $\quad$ O′A′ = normal 方向ノ acceler

$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{C'B'}{\Delta t}$ ..... tangential acceleration ヲ表ス

$\triangle OAC \backsim \triangle A'O'C'$

$= \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{v}{AO} \cdot \frac{AC}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{v}{AO} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$

$= \frac{v^2}{AO} = \frac{v^2}{\rho}$ $\quad$ O ... center of curvature

ρ ヲ AR ... radius of curvature

或ル curve ノ上ニ於テ相近キニ点ヲ取リ各点ノ其ノ curve ニ対スル normal, 交点ヲ center of curv. 半径ヲ radius of curv 各点ニ於ケル Normal acceleration ハ常ニ center of curvature ノ方ニ向フ

$= \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\quad \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ Rate of change of speed

v -- const ナレバ $\quad \frac{d^2s}{dt^2} = a_t = 0$

$a_n = \frac{v^2}{\rho}$

直線運動ナレバ $\rho = \infty$

curvature ヲ ρ トス、又 $\text{Limit}_{\triangle t=0}$ ニ於テ AC ハ Arc AB ニ近ヅク、故ニ

$$\text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\text{AC}}{\triangle t}\right) = \text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\text{Arc AB}}{\triangle t}\right)$$

$$= \text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\triangle s}{\triangle t}\right) = \frac{ds}{dt} = v$$

故ニ

$$\text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\text{A}'\text{C}'}{\triangle t}\right) = \frac{v^2}{\rho}$$

次ニ

$$\text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\text{C}'\text{B}'}{\triangle t}\right) = \text{limit}_{\triangle t=0}\left(\frac{\triangle v}{\triangle t}\right) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

故ニ A 點ニ於ケル Acceleration ノ Normal component, 及ビ Tangential component ハ夫々

$$\frac{v^2}{\rho}$$

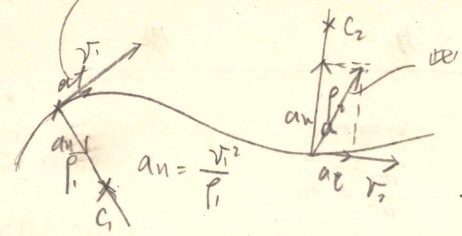
及ビ

$$\frac{d^2s}{dt^2}$$

ナリ、Speed constant ナルトキハ Normal acceleration ノミ存在ス、又 Normal acceleration ハ Centre of curvature ニ向ヘルコトガ Diagram ニヨリテ知ラル、

圓運動ニ於テハ ρ ハ其ノ半徑 r ナリ、Speed v ナルトキ中心ニ向ヒテ $\frac{v^2}{r}$ ノ Acceleration ト切線ノ方向ヘ Rate of change of speed $\frac{d^2s}{dt^2}$ ナル大サノ Acceleration トヲ有シ、Resultant acceleration ハ是等二ツノ Vector sum ナリ、Uniform spede ノ場合ニハ中心ニ向ヘル $\frac{v^2}{r}$ ノミトナル、圓運動ニ於テハ

$a_t = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$



此ノ点ニ於ケル acceleration

$\frac{v^2}{\rho} = \frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2}{\rho}$

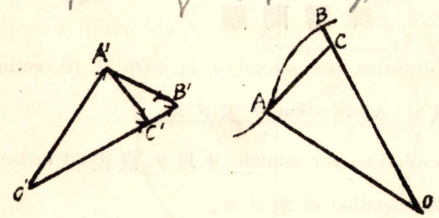
Retardation ------ negative acceleration.

rectilinear motion ニ於テハ a_n ハ問題ナシ

tangential acceleration ハ v ト同一直線上ニアリ。

$v = r\omega \qquad a_t = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha$ cm/sec²

$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2$ (cm/sec²)



N. --- R.P.M トスレバ

$a_n = \left(\frac{2\pi N}{60}\right)^2 r$

Mass m トセバ

tangential force ma_t ~~$= m r \omega^2$~~

$ma_n = mr\omega^2 = \frac{mv^2}{r}$

$$v = r\omega$$

$$\frac{dv}{dt} = ra$$

ナルヲ以テ Normal acceleration ハ

$$\frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

Tangential acceleration ハ

$$\boxed{\frac{d^2s}{dt^2} = ra}$$

ナリ、

練習問題

1. Uniform speed 20 centimetres per second ヲ以テ半徑 10 centimetres ノ圓運動ヲナセル點アリ、其ノ Acceleration ヲ求メヨ、

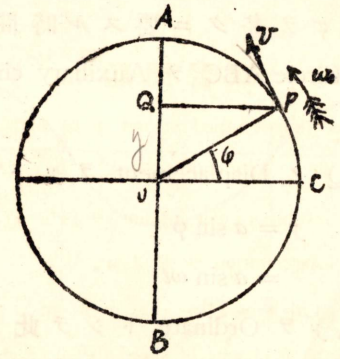
2. Uniform speed 250 revolutions per miniute ヲ以テ直徑 30 inches ノ圓運動ヲナセル點アリ、其ノ Acceleration ヲ求メヨ、

3. 直徑 16 inches ノ圓周上ヲ動ケル點アリ、其ノ點ノ或時刻ニ於ケル Speed 4 ft./sec. ニシテ Rate of change of speed 6 ft./sec.^{2} ナリ、此ノ時刻ニ於ケル Acceleration ノ Normal, 及ビ Tangential component ヲ求メヨ、

三七、Simple harmonic motion. (S.H.M.)

半徑 a ナル圓周上ヲ Uniform angular velocity ω ヲ以テ動クP點アリ、任意ノ直徑上ヘPノ Projection ヲQトスレバQハ一種ノ Periodic motion ヲナス、Qノ運動ヲ Simple harmonic motion ト云フ、

OA 即チ a ヲ S.H.M. ノ Amplitude ト云フ、一往復即チ一回ノ Complete oscillation ニ要スル時間 T ヲ Period ト云



フ、1 second ニ爲サルル Complete oscillations ノ數ヲ Frequency ト云フ、Frequency ヲ f トスレバ

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega}} \text{ cycles per second}$$

Q ガ O ヲ Positive direction ニ通過スル時、即チ AB ニ直角ナル OC ガ圓周ト交ハル點 C ニ P ガアル時ヲ時間ヲ測ル初メトス、角 COP ヲ φ トスレバ

$$\varphi = \omega t$$

但シ t ハ OP ガ角 φ ヲ畫クニ要スル時間ナリ、φ ヲ Q 點ノ Phase ト云フ、Circle ABC ヲ Auxiliary circle 又ハ Circle of reference ト云フ、

Origin O ヨリ Q ノ Displacement ヲ y トスレバ

$$y = a \sin \phi$$
$$= a \sin \omega t$$

t ヲ Abscissa トシ、y ヲ Ordinate トシテ此ノ式ヲ圖ニ示セバ Maximum ordinate a ナル Sine curve トナル、

Velocity ヲ $\dot{y}$ トスレバ

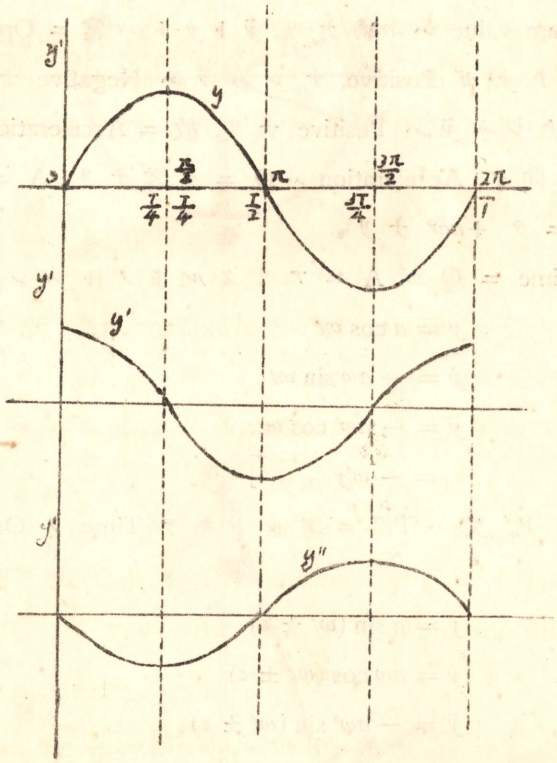
$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = a\omega \cos \omega t = a\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

此ノ式ハ Any time ニ於ケル Q ノ Velocity ヲ與フ、$\frac{\pi}{2}$ ダケ Lead セル Sine curve ニシテ、Maximum value ハ $a\omega$ ナリ、Velocity ハ Q ガ B ヨリ A ニ向フ間ハ Positive ニシテ、A ヨリ B ニ向フ間ハ Negtive ナリ、O 點ニテ $\pm a\omega$ ニシテ、A, 及ビ B ニテ零ナリ、

Acceleration ヲ $\ddot{y}$ トスレバ

$\omega = 2\pi f$ $P = \frac{2\pi}{\omega}$

P 点ヶ円ヲ Auxiliary circle
又ハ circle of reference ト云フ



$$\frac{\frac{1}{a}}{1+\frac{x^2}{a^2}} = \frac{a}{a^2+x^2}$$

$$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2} = -a\omega^2 \sin \omega t$$
$$= -\omega^2 y.$$

上式ハ Any instant ニ於ケル Q ノ Acceleration ヲ與フ、其ノ Maximum value ハ $a\omega^2$ ナリ、$\ddot{y}$ ト y トハ常ニ Opposite sign ナリ、即チ y ガ Positive ナレバ $\ddot{y}$ ハ Negative ナリ、y ガ Negative ナレバ $\ddot{y}$ ハ Positive ナリ、故ニ Acceleration ハ常ニ中心 O ニ向フ、Acceleration ハ O ニテ零ナリ、A ニテ $-a\omega^2$ ナリ、B ニテ $+a\omega^2$ ナリ、

Initial time ニ Q ガ A ニアリタルモノトスレバ

$$y = a \cos \omega t$$
$$\dot{y} = -a\omega \sin \omega t$$
$$\ddot{y} = -a\omega^2 \cos \omega t$$
$$= -\omega^2 y$$

又 P ガ P_0' 又ハ P_0'' ニアルトキヲ Time ノ Origin トスレバ

$$y = a \sin(\omega t \pm \varepsilon)$$
$$\dot{y} = a\omega \cos(\omega t \pm \varepsilon)$$
$$\ddot{y} = -a\omega^2 \sin(\omega t \pm \varepsilon)$$
$$= -\omega^2 y$$

ε ヲ Angle of epoch ト云フ、

〔例〕 Simple pendulum.

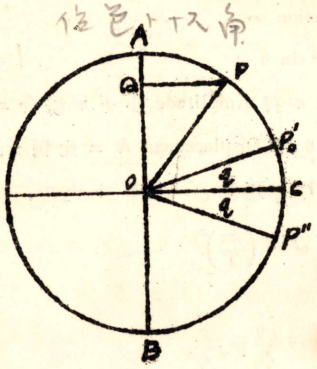
Mass 無シト見做シ得ル伸縮無キ絲ノ下端ニ小物體ヲ釣ルシ、上端ヲ固定シ Vertical plane 内ニ Oscillate セシム、此ノ裝置ヲ Simple pendulum ト云フ、Point of suspension O ト Particle P トノ距離即チ絲ノ長サ l ヲ Pendulum ノ長サト云フ、P ヲ其ノ靜止ノ位置 C ヨリ側方ヘ持チ來タシ、之ヲ放テバ

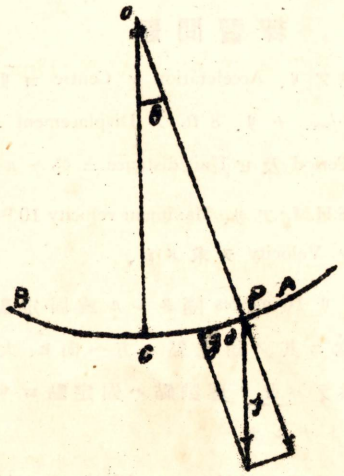
phase 相. 位相

phase difference

angle of epoch ---- 初角

時間, 丁ヘ初メト Q ノ O ニ合致スルトキノ OP ノ位置ト下入角





P ハ Vertical plane 内ニ Arc AB ヲ畫キテ Oscillate ス、角 COP ヲ θ トス、P ノ Arc ニ切線ノ方向ノ Acceleration ハ

$$g \sin \theta$$

sin θ ト θ ト等シト見做シ得ル程 Amplitude 小ナル場合ニ上記ノ Acceleration ハ $g\theta$ ト見做サレ、C ヨリノ Displacement $l\theta$ ニ比例シ、且ツ中心 C ニ向フ、故ニ斯クノ如キ場合ニ P ノ運動ハ S.H.M トナル、

$$\frac{\ddot{y}}{y} = \omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

即チ

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g\theta}{l\theta} = \frac{g}{l}$$

故ニ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

故ニ sin θ ト θ ト等シト見做シ得ル範圍ニテ Period T ハ Amplitude ニ關係無シ、

練習問題

1. S. H. M. ヲナセル點アリ、Acceleration ノ Centre ヨリ 10 ft. ノ Displacement ニ於テ Velocity 20 ft./sec. ナリ、8 ft. ノ Displacement ニ於テ Velocity 25 ft./sec. ナリ、然ラバ其ノ Period 及ビ Unit distance ニ於ケル Acceleration 如何、

2. Period 20 seconds ノ S.H.M. アリ、Maximum velocity 10 ft./sec. ナリ、Displaeement ガ $\frac{60}{\pi}$ ft. ナルトキノ Velocity ヲ求メヨ、

3. 或點ガ靜止狀態ヨリ 10 metres 隔タレル或固定點ノ方ヘ動キ始メタリ、其ノ Accleration ハ常ニ其ノ固定點ノ方ヘ向ヒ、大サハ固定點ヨリノ Distance ノ 4 倍ナリ、然ラバ此ノ運動點ハ固定點ヨリ如何ナル距離ニテ其ノ Velocity 12 m./sec. トナルカ、

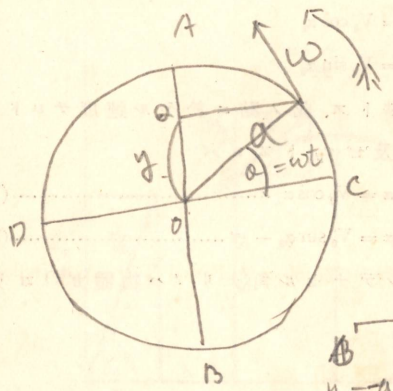
4. Period T, Amplitude a ナル S.H.M. アリ、Displacement s ナルトキ Velocity v ナリ、然ルトキ次ノ關係アルコトヲ示セ、

$$a = \left(\frac{T^2 v^2}{4\pi^2} + s^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

$y = a \sin \omega t = 10$

$20 = a\omega \cos \omega t.$

$25 =$



$y = a \sin \omega t$

$\dot{y} = a\omega \cos \omega t$

$\ddot{y} = -a\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 y$

B	O	A
$y = -a$	$y = 0$	$y = a$
$\dot{y} = 0$	$\dot{y} = a\omega$	$\dot{y} = 0$
$\ddot{y} = +a\omega^2$	$\ddot{y} = 0$	$\ddot{y} = -a\omega^2 y$

三八、Projectile.

空氣ノ抵抗無キモノトスレバ拋物體ノ受クル所ノ Acceleration ハ一定ナリト見ルコトヲ得、此ノ場合拋物體ノ畫ク道ハ Parabola ナリ、

V_0 ヲ初ノ Velocity トス V_0 ガ水平方向トナス角ヲ α_0 トス、x 軸ヲ水平ニ採リ、y 軸ヲ鉛直ニ採ル、V_0 ノ x 及ビ y component ヲ夫々 V_x, 及ビ V_y トスレバ

$$V_x = V_0 \cos \alpha_0$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha_0$$

$P(x,y)$ ヲ Path ノ上ノ任意ノ點トス、此ノ點ニ於ケル速度ヲ v トシ、其ノ x 及ビ y component ヲ夫々 v_x 及ビ v_y トスレバ

$$v_x = v \cos \alpha = V_0 \cos \alpha_0 \quad \cdots\cdots (1)$$

$$v_y = v \sin \alpha = V_0 \sin \alpha_0 - gt \quad \cdots\cdots (2)$$

但シ α ハ v ガ水平方向ニ對シテナセル角ナリ、t ハ物體ガ O ヨリ P ニ至ル時間ナリ、

又

$$x = v_x t = V_0 t \cos \alpha_0 \quad \cdots\cdots (3)$$

$$y = V_y t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

$$= V_0 \sin \alpha_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2 \quad \cdots\cdots (4)$$

此ノ兩式ヨリ

$$y = x \tan \alpha_0 - \frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha_0} \quad \cdots\cdots (5).$$

(5) ハ物體ノ道ヲ表ハセルモノニシテ Parabola ナリ、

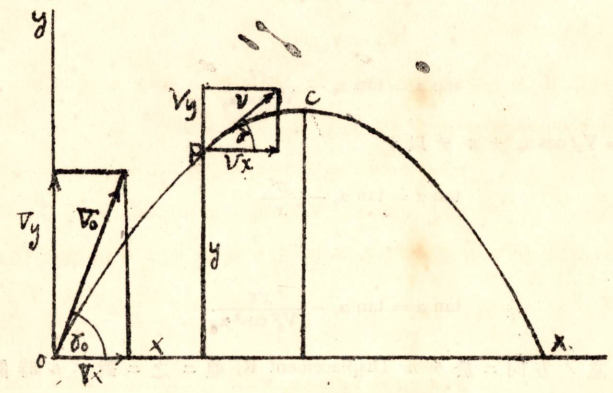
(2) ヨリ

$$t = \frac{V_0 \sin \alpha_0 - v_y}{g}$$

最高點 C ニ於テハ $v_y = 0$ ナルヲ以テ O ヨリ C ニ至ル時間ヲ t_c トスレバ

$$t_c = \frac{V_0 \sin \alpha_0}{g} \quad \cdots\cdots (6)$$

此ノ値ヲ (3) ト (4) トニ用ヒテ



$$x_c = \frac{V_0^2 \sin\alpha_0 \cos\alpha_0}{g}$$

$$= \frac{V_0^2 \sin 2\alpha_0}{2g} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$y_c = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha_0}{2g}$$

$$= \frac{x_c^2 g}{2V_0^2 \cos^2\alpha_0} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

任意ノ點 P ニ於ケル Velocity v ノ方向 α ヲ求ムルニハ (1) ト (2) トヨリ

$$\tan\alpha = \tan\alpha_0 - \frac{gt}{V_0 \cos\alpha_0}$$

然ルニ $x = V_0 t \cos\alpha_0$ ナルヲ以テ

$$\tan\alpha = \tan\alpha_0 - \frac{gt^2}{x}$$

又ハ

$$\tan\alpha = \tan\alpha_0 - \frac{gx}{V_0^2 \cos^2\alpha_0}.$$

次ニ任意ノ方向ニ於ケル Displacement R, 並ニ之ニ對スル時間ヲ見出サントス、OP ガ x 軸トナセル角ヲ θ トスレバ

$$y = x \tan\theta$$

然ルニ

$$y = \tan\alpha_0 - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha_0}$$

ナルヲ以テ

$$x = \frac{2V_0^2 \cos\alpha_0 \sin(\alpha_0 - \theta)}{g\cos\theta}$$

$$= \frac{V_0^2 [\sin(2\alpha_0 - \theta) - \sin\theta]}{g\cos\theta}$$

$R = \dfrac{x}{\cos\theta}$ ナルヲ以テ

$$R = \frac{2V_0^2 \cos\alpha_0 \sin(\alpha_0 - \theta)}{g\cos^2\theta}$$

$$R = \frac{V_0^2 [\sin(2\alpha_0 - \theta) - \sin\theta]}{g\cos^2\theta}$$

此ノ Displacement ノ時間ハ

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} = \frac{2V_0 \sin(\alpha_0 - \theta)}{g \cos \theta}$$

R ハ $\sin(2\alpha_0 - \theta)$ ガ最大ナルトキ、即チ $2\alpha_0 - \theta = 90°$ ナル時、即チ $\alpha_0 = \frac{1}{2}(90° + \theta)$ ナル場合ニ最大ナリ、故ニ到達シ得ベキ最大ナル Displacement ニ對スル角 α_0 ハ

$$90° - \alpha_0 = \tfrac{1}{2}(90° - \theta)$$

ナル關係ヲ滿足セザル可ラズ、換言スレバ V_0 ノ方向ハ鉛直線トRトノ間ノ角ヲ二等分スルモノナラザル可ラズ、$\theta = 0$ ナル場合、即チ水平ノ方向ニ於テ最モ大ナル Displacement ヲ與フル爲メノ投射角ハ水平方向ニ對シ 45° ノ角ヲナス樣ニ撰バザル可ラズ、

次ニ定マレル點ヲ打ツ爲メ α_0 ノ値ヲ見出サントス、

$$y = x \tan \alpha_0 - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha_0}$$

即チ

$$y = x \tan \alpha_0 - \frac{gx^2}{2V_0^2}(1 + \tan^2 \alpha_0)$$

即チ

$$\frac{gx}{V_0^2} \tan^2 \alpha_0 - 2 \tan \alpha_0 + \left(\frac{gx}{V_0^2} + \frac{2y}{x}\right) = 0$$

$\therefore$

$$\tan \alpha_0 = \frac{V_0^2}{gx} \pm \sqrt{\left(\frac{V_0}{gx}\right)^2 - \left(1 + \frac{2yV_0^2}{gx^2}\right)}$$

又

$$x = \frac{V_0^2 [\sin(2\alpha_0 - \theta) - \sin \theta]}{g \cos \theta}$$

$\therefore$

$$\sin(2\alpha_0 - \theta) = \frac{xg \cos \theta}{V_0^2} + \sin \theta$$

$\therefore$

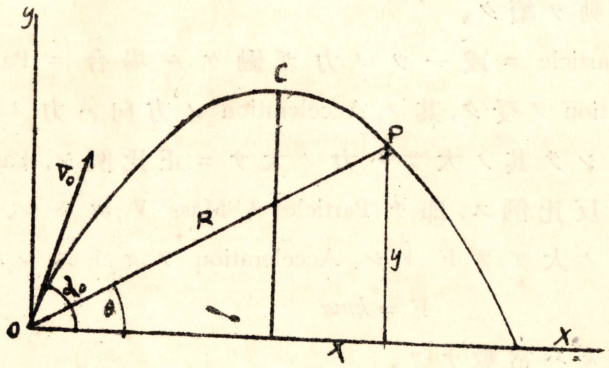
$$\alpha_0 = \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{gx \cos \theta}{V_0^2} + \sin \theta\right),$$

$$\text{又}\ \alpha_0 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{gx \cos \theta}{V_0^2} + \sin \theta\right)$$

又 $R = \frac{x}{\cos \theta}$ ナルヲ以テ

$$\alpha_0 = \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{gR \cos^2 \theta}{V_0^2} + \sin \theta\right),$$

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{gR \cos^2 \theta}{V_0^2} + \sin \theta\right).$$



第六章

剛體ノ運動

三九、運動ノ法則、

次ニ掲グルハ Newton ノ運動ノ法則トシテ知ラルルモノナリ、

I. 他ヨリ力ヲ受クルニアラザレバ靜止ノ狀態ニアル Particle ハ其ノ靜止狀態ヲ保チ、既ニ運動セル Particle ハ其ノ運動方向ヲ變ゼズ、其ノ Speed ヲ變ゼズ、一直線上ノ運動ヲ續ク、 inertia

II. Particle ニ或一ツノ力ガ働ケル場合ニ Particle ハ Acceleration ヲ受ク、其ノ Acceleration ノ方向ハ力ノ方向ト同一ニシテ其ノ大サハ力ノ大サニ正比例シ、Particle ノ Mass ニ反比例ス、即チ Particle ノ Mass ヲ m トシ、之ニ働ケル力ノ大サヲ F トシ、Acceleration ヲ a トスレバ

$$F = kma$$

rate of change of momentum mv

但シ k ハ常數ナリ、

III. Particle P_1 ガ他ノ Particle P_2 ニ力ヲ働ケバ、P_2 モ亦 P_1 ニ力ヲ働ク、是等二ツノ力ハ大サ等シク方向反對ナリ、即チ Action ニハ必ズ大サ等シク方向反對ナル Reaction ヲ伴フ、

First Law ヲ Law of inertia or principle of inertia トニフ

mass トハ inertia ノ大小ヲ表スモノナリ

$$F = k\frac{d(mv)}{dt} = km\frac{dv}{dt} = kma$$

$$\int F\,dt = k\int d(mv)$$

四〇、力ノ單位、

$$F = kma$$

Unit mass ニ Unit acceleration ヲ與フル力ヲ力ノ單位ト撰ベバ上式ハ次ノ如クナル、

$$F = ma$$

C. G. S. system ニテハ 1 gramme ノ Mass ニ 1 centimètre per second per second ノ Acceleration ヲ與フル力ヲ單位トシ其ノ單位ヲ Dyne ト呼ブ、F. P. S system ニテハ 1 pound ノ Mass ニ 1 foot per second per second ノ Acceleration ヲ與フル力ヲ單位トシ其ノ單位ヲ Poundal ト呼ブ、Dyne 及ビ Poundal ハ夫々 C.G.S. 及ビ F.P.S. system ノ力ノ Absolute unit ナリ、

地球上ノ物體ニハ地球ノ Gravitational force ガ働ク、是レ地球上ノ物體ニ Weight ノアル所以ナリ、其ノ力ノ大サハ C. G. S. system ニテハ 1 gramme ノ Mass ニ就キ凡ソ 981 dynes, 又 F. P. S. system ニテハ 1 pound ノ Mass ニ就キ凡ソ 32·2 pouudals ニシテ、其ノ力ノ方向ハ地球ノ中心ニ向フ、故ニ同一ノ場所ニテハ Weight ハ Mass ニ比例ス、

Engineer ノ通常用フル力ノ單位ハ Unit mass ニ働ク Gravitational force 即チ Unit mass ノ Weight ニシテ力ノ Gravitational unit ト稱セラル、1 pound ノ Mass ノ Weight ニ等シキ力ヲ 1 pound ト呼ビ、又 1 kilogramme ノ Mass ノ Weight ニ等シキ力ヲ 1 kilogramme ト呼ブ、

mass = 1 gramme ... 1 pound
acceleration = 1 cm/sec² ... 1 ft/sec²
Force = 1 dyne ... 1 poundal
k = 1. k = 1

1 grm .... 981 dynes
1 pound 32.2 poundal

$$1 \text{ pound-force} = 32{\cdot}2 \text{ poundals}$$

$$1 \text{ kilogramme-force} = 981 \times 10^3 \text{ dynes.}$$

Weight w pounds ノ物體ノ Mass ハ w pound アリ、此ノ物體ニ a feet per second per second ノ Acceleration ヲ與フル Force ハ

$$F = wa \text{ poundals}$$

$$= \frac{wa}{g} \text{ pounds.}$$

練習問題

1. 1 dyne ノ力ヲ 1 ton ノ Weight ヲ單位トシテ表ハセ、

2. 100 pounds ノ Mass ノ partscle ニ 80 pounds ノ力働ケリ、Acceleration ヲ求メヨ、

3. 2 grammes ノ Mass ノ Particle ニ 8 cm./sec.^{2} ノ Acceleration ヲ與フル力ヲ Dyne 並ニ Gramme-force ヲ以テ示セ、 $F_{dyne} = 2 \times 8$ $F_G = \frac{2 \times 8}{g}$

4. 5 tons ノ Mass ニ 4 ft./sec.^{2} ノ Accelerations ヲ與フル力ヲ Pound-force 並ニ Ton-force ニテ表ハセ、

5. Mass 22 pounds ノ Particle アリ、一定ノ力ノ爲ニ或時刻ニ或方向ヘ 150 ft./sec. ノ Velocity ナリシモノガ、其ノ時刻ヨリ 7 sec. ヲ經テ、反對方向ヘ 45 ft./sec. ノ Velocity トナリタリ、其ノ力ヲ求メヨ、

四一、Law ot unive[sal gtavitation.

二ツノ Particles アリ、Mass ヲ夫々 m_1, m_2 トス、其ノ距離ヲ r トスレバ、是等 Particles ハ次ノ式ニ從フ所ノ Attraction ヲ働ク、

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

γ ヲ Constant of gravitation ト云フ、Numerically ニ γ ハ Unit mass ノ二ツノ Particles ガ單位距離ヲ隔テテ働ク所ノ Attraction ニ等シ、上式ハ Universal gravitation

ton $\frac{po}{k} = \frac{280}{127}$

unit mass ガ地球引力ニ依リテナサレル力ヲ力ノ單位トス

unit mass ニ初ク地球引力ヲ力ノ unit トス

之レ gravitational unit トスル

Gravitational unit

$$F = \frac{ma}{g}$$

※ weight W kg ノモノハ mass W kg ナ.

~~absolute~~

ニ關スル法則トシテ知ラルルモノナリ、

Unit mass ガ Pound, Unit length ガ Foot, Unit force ガ Pound-force ナルトキ

$$\gamma = 3{\cdot}31 \times 10^{-11}$$

Unit mass ガ Gramme, Unit length ガ Centimetre, Unit force ガ Dyne ナルトキ

$$\gamma = 6{\cdot}65 \times 10^{-8}$$

$m_1 = m_2 = m$ ナルトキ

$$F = \gamma \frac{m^2}{r^2}$$

F = 1 pound, r = 1 foot ナルトキ

$$1 = 3{\cdot}31 \times 10^{-11} m^2$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} = 173{,}800 \text{ pounds}$$

F = 1 dyne, r = 1 centimetre ナルトキ

$$1 = 6{\cdot}65 \times 10^{-8} m^2$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{r}} = 3880 \text{ grammes.}$$

$m = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$ ヲ新シキ一ツノ Unit mass ト定ムレバ

$$F = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

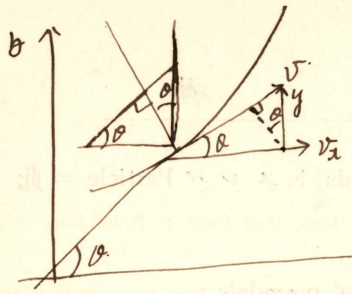
トナル、但シ $m_1 m_2$ ハ前記ノ新シキ單位ニテ測レレモノナリ、斯クノ如キ Mass ノ單位ノ撰擇ニヨリ、此ノ法則ニ於ケル Constant of gravitation ハ 1 トナル、而シテ此ノ Unit mass ニ等シキ Mass ノ二ツノ Particle ガ單位距離ヲ隔テテ置カレテアルトキ、是等二ツノ間ニハ 1 單位ノ力ノ Attraction アリ、

四二、Centripetal force.

既ニ知ル如ク圓運動ヲナセル運動點ニハ其ノ中心ニ向ヒテ Normal acceleration アリ、圓ノ半徑ヲ r feet トシ、運動點ノ Linear velocity ガ v feet per second, 又 Angular velocity ω radians per second ナル時 Normal acceleration ハ

$$\frac{v^2}{r} = r\omega^2 \text{ feet per second per second.}$$

centripetal force.



xy方向, velocity v_x. v_y

$v_x = v\cos\theta$

$v_y = v\sin\theta$.

$\alpha_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv}{dt}\cos\theta - v\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$

$\alpha_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{dv}{dt}\sin\theta + v\cos\theta\frac{d\theta}{dt}$.

normal acceleration ハ

α_x. α_y, acceleration, normal 方向, sum デ pn.

$\alpha_n = \alpha_x\sin\theta + \alpha_y\cos\theta$. 符号ヲ注ケレバ

$= \alpha_y\cos\theta - \alpha_x\sin\theta$

$= v\frac{d\theta}{dt} = v\frac{d\theta}{ds}\times\frac{ds}{dt} = v\times v\times\frac{1}{\rho} = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{r}$

α_x 方向, acceleration ハ tangential ト normal, 方向ニ分解シ

α_y 方向, acceleration ニ於テモ tang, normal 方向ニ分解シ其, 和ガ即チ normal. tangential, acceleration デ pn.

Particle ノ Mass ヲ m pounds トスレバ Particle ニ此ノ Acceleration ヲ與フル力ハ

$$m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2 \text{ poundals}$$

即チ

$$\frac{m}{g}\frac{v^2}{r} = \frac{m}{g}r\omega^2 \text{ pound}$$

此ノ力ハ Acceleration ノ方向、即チ常ニ圓ノ中心ニ向フ、此ノ力ヲ Centripetal force ト云フ、此ノ Reaction トシテ此ノ Particle ヨリ他ヘ働ケル Equal and opposite ノ力ヲ Centrifugal force ト云フ、

圓運動ニ於テ Speed ガ一樣ナラザル時ハ Normal acceleration ト Tangential acceleration トアルヲ以テ Centripetal force ト Tangential force トアリ、Tangential force ハ

$$m\frac{d^2s}{dt^2} \text{ poundals}$$

即チ

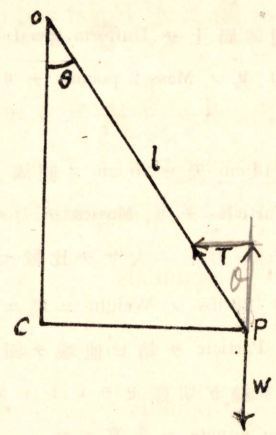
$$\frac{m}{g}\frac{d^2s}{dt^2} \text{ pounds.}$$

〔例〕 Conical pendulum.

Weight w lbs. ノ Particle ガ長サ l feet ノ絲ノ一端ニ結ビ附ケラレ、其ノ他端ニヨリ O 點ニ絲レリ、水平面内ニ Uniform speed ノ圓運動ヲナス如ク Particle P ニ運動ガ與ヘラレタリトス、P ノ Angular velocity ヲ n revolutions per second トス、絲ガ鉛直線 OC トナセル角ヲ θ トス、絲ノ Tension ヲ T pounds トス、然ルトキ次ノ關係アリ、

$$T\cos\theta - w = 0$$

$$T\sin\theta = \frac{w}{g} \times \overline{PC}(2\pi n)^2 = \frac{w}{g}(2\pi n)^2 l\sin\theta$$



$T\cos\theta = w.$

$T.\sin\theta = \frac{W}{g}.r\omega^2 = \frac{W}{g}l\sin\theta(2\pi n)^2.$

$= \frac{W}{g}(2\pi n)^2 l\sin\theta \quad T = \frac{W}{g}(2\pi n)^2 l.$

$T^2\cos^2\theta = W^2$

$T^2\sin^2\theta = \frac{W^2}{g^2}(2\pi n)^4 l^2\sin^2\theta.$

故ニ

$$T = 4\pi^2 n^2 l \frac{w}{g} \text{ pounds}$$

又

$$\cos\theta = \frac{w}{4\pi^2 n^2 l \frac{w}{g}} = \frac{g}{4\pi^2 n^2 l}$$

Period ヲ τ トスレバ

$$\tau = \frac{1}{n} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{H}{g}}.$$

但シ H ハ高サ OC ナリ、

練習問題

1. 直徑 18 inches ノ圓ノ周上ヲ Uniform speed 100 revolutions per minute ヲ以テ動ケル Particle アリ、其ノ Mass 2 pounds ナリ、此ノ場合 Particle ニ働ケル力ヲ求メヨ、

2. P_1, P_2 ハ夫々半徑 14 cm. 及ビ 25 cm. ノ圓周上ヲ同一ノ Uniform angular velocity ヲ以テ動ケル Particles ナリ、Masses ヲ夫々 3 gm. 及ビ 4 gm. トス、P_1 ニ働ケル力ト P_2 ニ働ケル力トノ大サヲ比較セヨ、

3. 長サ 5 ft. ノ絲アリ、20 lbs. ノ Weight ニ堪ユル强サヲ有ス、此ノ絲ノ一端ニ 5 lbs. ノ Mass ノ Particle ヲ結ビ他端ヲ固定シ、水平表面内ニ廻轉セシメラル、廻轉ニヨリ絲ガ切斷セラレントスルトキノ Angular velocity ヲ Number of revolution per minute ニテ答ヘヨ、

四三、Centre of mass.

一平面上ニアル Particles アリ、Coordinates ヲ夫々 (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) 等トシ Mass ヲ夫々 m_1, m_2, m_3 等トス、

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \ldots\ldots}{m_1 + m_2 + m_3 \ldots\ldots\ldots} = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m}$$

$$\bar{y} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \ldots\ldots}{m_1 + m_2 + m_3 \ldots\ldots\ldots} = \frac{\Sigma my}{\Sigma m}$$

$m = 2$ pound

$v = 100 \times 2\pi \left(\frac{9}{12}\right) \times \frac{1}{60}$ ft/sec.

$= 7.85$ ft/sec.

$\therefore F = \frac{mv^2}{r} = \frac{2(7.85)^2}{\frac{9}{12}} = 162$ pounds

③ $20 = \frac{m}{g} r\omega^2 = \frac{5}{32.2} \times 5\omega^2 \quad \therefore \omega^2 = \frac{20 \times 32.2}{5^2} =$

$\omega = 5.1 \qquad \frac{5.1}{2\pi} \times 60 = 48.7$

$$\cos\theta = \frac{w}{T} = \frac{w}{\frac{w}{g} l (2\pi n)^2} = \frac{wg}{wl(2\pi n)^2} = \frac{g}{l(2\pi n)^2}$$

period ヲ τ トセバ $\tau = \frac{1}{n}$

$$\cos\theta = \frac{g}{l 4\pi^2 n^2} \qquad n^2 = \frac{g}{\cos\theta\, 4\pi^2 l}$$

$$\therefore \tau = \frac{1}{n} = \sqrt{\frac{4\pi^2 l \cos\theta}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}}.$$

Point $(\bar{x}, \bar{y})$ ヲ System ノ Centre of mass ト云フ、Centre of gravity ノ Coordinates ヲ $(\bar{x}', \bar{y}')$ トスレバ

$$\bar{x}' = \frac{\Sigma mgx}{\Sigma mg} = \frac{g\Sigma mx}{g\Sigma m} = \bar{x}$$

$$\bar{y}' = \frac{\Sigma mgy}{\Sigma mg} = \frac{g\Sigma my}{g\Sigma m} = \bar{y}$$

故ニ Centre of gravity ハ常ニ Centre of mass ト一致ス、

空間ニ分布セル Particles ノ集團又ハ一般ニ物體ノ Centre of mass ノ Coordinates ハ

$$\bar{x} = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma my}{\Sigma m}$$

$$\bar{z} = \frac{\Sigma mz}{\Sigma m}.$$

四四、Motion of centre of mass.

distance $$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \ldots\ldots}{\Sigma m}$$

velocity $$\dot{\bar{x}} = \frac{m_1\dot{x}_1 + m_2\dot{x}_2 + m_3\dot{x}_3 + \ldots\ldots}{\Sigma m}$$

acceleration $$\ddot{\bar{x}} = \frac{m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + m_3\ddot{x}_3 + \ldots\ldots}{\Sigma m}$$

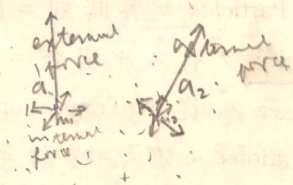
Particles ノ System ノ Any particle ニ働ケル力ハ自己ノ屬スル System 中ノ他ノ Particles ヨリ受クル Intrenal forces ト他ノ System ヨリ受クル External force トヨリ成ル、是等ノ諸力ノ Resultant ハ其ノ Particle ノ Acceleration ヲ a トスレバ ma ナリ m_1a_1, m_2a_2, m_3a_3 等ノ Resultant ハ總テノ Internal

centre of gravity $\dfrac{\iiint \rho g x\,dx\,dy\,dz}{\iiint \rho g\,dx\,dy\,dz}$

g ガ (x, y, z) ノ function ナレバ一定シテ
ガ他ヲ示ス上ニテハ一定ス

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots m_nx_n}{m_1 + m_2 + \cdots m_n} = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m}$$

$$\ddot{\bar{x}} = \frac{m_1\ddot{x} + m_2\ddot{x} + m_3\ddot{x} + \cdots + m_n\ddot{x}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$



各体、particle ノ物ヲ
要ズルニ1ガ外ノ
action reaction ニヲ
internal force ハ打消シテ
0 ナリ故ニ external ノ resultant
ハ外力ノ resultant ニ等シ.

m_1a_1: $m_1\ddot{x}_1$, $m_1\ddot{y}_1$, $m_1\ddot{z}_1$

m_2a_2: $m_2\ddot{x}_2$, $m_2\ddot{y}_2$, $m_2\ddot{z}_2$

m_3a_3: $m_3\ddot{x}_3$, $m_3\ddot{y}_3$, $m_3\ddot{z}_3$

m_na_n: $m_n\ddot{x}_n$, $m_n\ddot{y}_n$, $m_n\ddot{z}_n$

forces ト External forces トノ Resultant ナリ、然ルニ System ノ Internal forces ハ、Newton ノ Third law ニヨリ、大サ等シク、方向反對ノ一直線ノ二力ノ Pairs ヨリ成ルヲ以テ Internal forces ノ Resultant ハ零ナリ、故ニ m_1a_1, m_2a_2, m_3a_3 等ノ Resultant ハ External forces ノ Resultant ト全ク同一ナリ、

External forces ノ x components ノ Resultant ヲ ΣF_x トスレバ上述ノ理由ニヨリ

$$\Sigma F_x = m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + m_2\ddot{x}_2 + \ldots\ldots = \Sigma m\ddot{x}$$

然ルニ

$$\ddot{\bar{x}}\Sigma m = \Sigma m\ddot{x}$$

ナルヲ以テ Total mass ヲ M トスレバ

$$\Sigma F_x = \ddot{\bar{x}}\Sigma m = M\ddot{\bar{x}}$$

y component, z component ニ付テモ同様ナリ、故ニ Centre of mass ノ運動ハ Internal force ニ無關係ニシテ、恰モ Total mass ガ其ノ Centre ニ Concentrate シテ作レル一ツノ Particle ニ External force ト大サ、方向トモ同一ナル諸力ガ働キテ生ズル運動ト同一ナリ、

四五、 Translation.

剛體ノ總テノ Particles ガ各時刻ニ同一ノ方向ノ、相等シキ大サノ Velocity ヲ有スル場合ニ其ノ物體ノ運動ハ Translation ナリト云フ、從テ Translation ニ於テハ總テノ Particles ノ Accelerations モ亦各時刻ニ全ク相等シ、故ニ Particles ニ働ケル諸力 m_1a, m_2a, m_3a 等ハ夫々ノ Mass ニ比例セル平行力ヲ成ス、但シ m_1, m_2, m_3 等ハ其ノ物體ノ

$$\Sigma F_x = m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 + \cdots + m_n\ddot{x}_n = \Sigma m\ddot{x}$$

$$\Sigma F_y = m_1\ddot{y}_1 + m_2\ddot{y}_2 + \cdots + m_n\ddot{y}_n = \Sigma m\ddot{y}$$

$$\Sigma F_z = m_1\ddot{z}_1 + m_2\ddot{z}_2 + \cdots + m_n\ddot{z}_n = \Sigma m\ddot{z}$$

$$\therefore \Sigma F_x = \ddot{\bar{x}}\Sigma m = M\ddot{\bar{x}}$$

$$\Sigma F_y = M\ddot{\bar{y}}$$

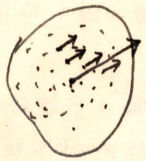
$$\Sigma F_z = M\ddot{\bar{z}}$$

即チ M ナル質量ノモノニ力ガ動クト

M ナル質量

一ノ剛体ニ外力ガ働イテトキニハ其ノ重心ナル一点ニ力ガ作用シタト同様デアル.

Translation



剛体ノ各 particle ニ作用スル力ガ方向同ジデ speed ト等シキトキニハ translation トイフ.

各 particle ノ acceleration 同ジ

合力 $\Sigma Ma = a\Sigma M$. a particle ノ acceleration

重心ノ acceleration $\bar{a} = a$.

$$\therefore \bar{a} = a = \frac{\Sigma Ma}{M} = \frac{R}{M}.$$

Rotation

剛体ガアル軸ノ周リニ回転スル各 particle ハ円運動ヲナス円運動ヲナス平面ハ軸ニ垂直ナル平面デアル.

angular velocity ω } 各 particle ハ等シイ.
" acceleration α

m ノ linear acceleration ヲ a トセバ tangential force ハ $ma = mr\alpha$.

Particles ノ Masses ニシテ、a ハ各 Particle ノ Acceleration ナリ、是等ノ平行力ニハ其ノ Resulant ノ働クベキ Centroid アリ、而シテ此ノ場合ニ其ノ Centroid ハ Centre of mass ニアリ、故ニ Translation ニ於テハ m_1a, m_2a, m_3a 等ノ Resultant ハ單一ナル力 $\Sigma ma = a\Sigma m$ ニシテ其ノ Action line ハ Centre of mass ヲ通ズ、又物體ノ Any particle ノ Acceleration ハ即チ物體ノ Acceleration ナルヲ以テ Centre of mass ノ Acceleration $\bar{a}$ ハ物體ノ Acceleration a ナリ、External forces ノ Resultant ヲ R トシ、Total mass ヲ M トスレバ

$$\bar{a} = \frac{R}{M}$$
$$= a.$$

練習問題

1. 或力ガ 5 pounds ノ Mass ノ物體ニ働キ 3 seconds ノ間ニ 4 ft./sec. ノ Velocity ヲ與ヘタリ、此ノ力ガ 8 pounds ノ Mass ノ物體ニ働キ 15 feet ノ距離ヲ動カスニ幾何ノ時間ヲ要スルカ、

2. 6 pounds, 11 pounds ノ二ツノ Mass ガ Inelastic string ニテ連結セラル、其ノ絲ノ Mass ヲ Neglect ス、是等ノ Masses ノ前者ニ 48 poundals, 後者ニ 14 poundals ノ力ガ反對方向ヲ以テ働ケルトキノ全體ノ重心ノ運動ヲ決定セヨ、

3. Weight 28 pounds ノ Uniiform chain ノ一端ニ 112 pounds ノ物體ガ結ビ附ケラレ、他端ニ 56 pounds ノ力働ケリ、Acceleration 並ニ Chain ノ中點ニ於ケル Tension ヲ求メヨ、但シ物體ハ摩擦ナキ水平面上ニアリトス、

4. 昇降機内ニアル人ガ $\frac{1}{10}g$ ノ Accelenation ヲ以テ降レリ、然ラバ昇降機ヘノ Pressure ト此ノ人ノ Weight トノ比何如、

5. Bucket ニ 1 cwt. ノ Coal ヲ入レテ引キ上ゲルニ Bucket ノ Bottnm ヘノ

112lb

① $F = ma$. $F = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$ poundal. 3秒間 = 4ft

$\frac{dv}{dt} = \alpha$ $v = \alpha t + c$ $\alpha = \frac{v}{t}$ (c = 0 とす)

$\frac{20}{3} = 8 \times \alpha$ $\alpha = \frac{5}{6}$ ft/sec²

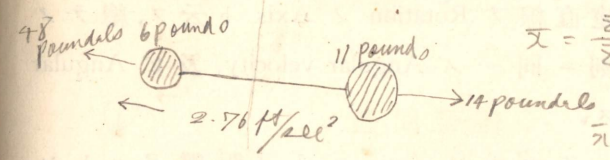
$\frac{dv}{dt} = \alpha$ $v = \alpha t + c$ $\frac{ds}{dt} = v$ $s = \int v\,dt = \int (\alpha t + c)\,dt$

$= \alpha \frac{t^2}{2} + ct + a$ 初速 c = 0 displacement a = 0 とす

$s = \alpha \frac{t^2}{2}$ $s = 15$ 又 $\alpha = \frac{5}{6}$ とすれば

$15 = \frac{5}{6} \times \frac{t^2}{2} = \frac{5t^2}{12}$ $t^2 = 36$ ∴ $t = 6$

②

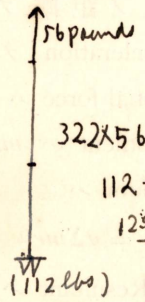


絲ノ線ニ x 軸トスレバ、重心ノ移動ハ x 上ニ移動スル人間ナリ

$\bar{x} = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m} = \frac{-48 + 14}{11 + 6} = \frac{-34}{17}$

$\bar{x} = -2.76$ ft/sec²

③



total weight = 112 + 28 = 140 lbs

$32.2 \times 56 = 140 \times \alpha$ $\alpha = \frac{32.2 \times 56}{140} = 12.9$ ft/sec²

112 + 14 = 126 lb

$\frac{12.9\,(126)}{32.2} = 3.92 \times 12.9$

④ $\alpha = \frac{980}{10} = 98$ cm/sec² pressure = F

$F = ma$. $F = \frac{W}{g} \times \frac{9g}{10}$ … 降りに逆ス

$= \frac{9}{10} W$

~~$F = \frac{W}{g} \times g = W$~~

$\therefore \frac{F}{W} = \frac{9}{10}$

Pressure 126 pounds トスレバ System ノ Acceleration 如何、

6. 傾角 α, Coefficient of friction μ ナル斜面ニ沿ヒテ、Mass m pounds ノ物體ガ引キ上ザラル、而シテ物體ヲ引ク力ハ斜面ニ平行ニ F pounds ナリトス、物體ノ Acceleration, 並ニ斜面ヨリノ Reaction ヲ求メヨ、

四六、Rotation.

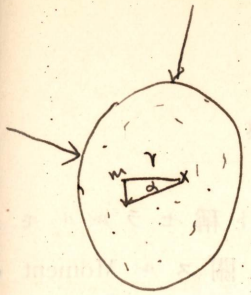
Rotation ニ於テ剛體ノ總テノ Particles ハ圓運動ヲナス、其ノ圓ノ中心ハ皆一ツノ固定セル直線上ニアリ、此ノ固定直線ハ Particles ノ畫ク所ノ各ノ圓ニ直角ニ交ハル、圓ノ半徑ハ夫々ノ Particles ヨリ固定直線ニ至ル距離ナリ、此ノ固定直線ヲ Rotation ノ Axis ト云フ、總テノ Particles ハ各時刻ニ同一ノ Angular velocity, 及ビ Angular acceleration ヲ有ス、

Particle ノ Mass ヲ m トシ、Axis ヨリノ距離ヲ r トシ、此ノ Particle ノ Path ヘノ Tangential acceleration ヲ a トシ、Angular acceleration ヲ α トスレバ Tangential force ハ $ma=mr\alpha$ ナリ、故ニ Axis ニ關スル此ノ力ノ Moment ハ $mr^2\alpha$ ナリ、總テノ Particles ニ付テノ Moments ノ Sum ハ

$$m_1r_1^2\alpha + m_2r_2^2\alpha + m_3r_3^2\alpha + \ldots\ldots = \alpha\Sigma mr^2$$

Particles ニ働ケル總テノ Moments ノ Resultant ハ External forces ノ Moments ノ Resultant ト同一ナリ、Internal forces ノ Moments ハ二ツノ互ニ消シ合フ所ノ Pairs ヨリ成ルヲ以テナリ、External forces ノ Rotation ノ Axis ニ關スル Moments ノ Resultant ヲ T トスレバ

$$T = \alpha\Sigma mr^2$$
$$= I\alpha$$



tangential acceleration a.
" force ma.

$ma = m\alpha r$.

axis ニ關スル moment $mr^2\alpha$

$\therefore m_1r_1^2\alpha + m_2r_2^2\alpha + \cdots + m_nr_n^2\alpha + \cdots = \Sigma\alpha m r_n^2$
$= \alpha\Sigma m r^2$.

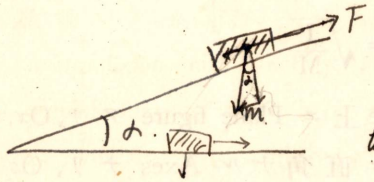
回轉スル為ニハ external force 働ク之ガ resultant ノ axis ニ關スル moment ヲ T トセバ

$T = \alpha\Sigma mr^2 = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$ $\quad T = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

⑤ 112 lb $\quad 322 \times 126 = 112 \times \alpha$.

$\alpha = \frac{32.2 \times 126}{112} = 36.2$ ft/sec²

⑥



$m.\sin\alpha$ .... ft pound
tan $m\mu\cos\alpha$ ... 摩擦

F ニ逆フカ. $m(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

$\left[F - m(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right] = \left[\frac{m}{32.2}\cos\alpha\right]a$.

$\therefore a = \frac{32.2\left[F - m(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right]}{m(\cos\alpha)}$ ft/sec²

$\therefore a = \frac{32.2\left[F - m(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right]}{m(\cos\alpha)}$

T ハ Extermal forces ニ基ケル Torque ト稱セラルルモノニシテ $\Sigma mr^2 = I$ ハ Rotation ノ Axis ニ關スル Moment of inertia ト稱セラルルモノナリ、

四七、Moment of inertia.

一ツノ固定セル直線ヨリ物體ノ Partices ニ至ル距離ヲ夫々 r_1, r_2, r_3 等トシ、Mass ヲ夫々 m_1, m_2, m_3 等トス、

$$m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots\ldots = \Sigma mr^2 = I$$

l ノ固定セル直線ニ關スル其ノ物體ノ Moment of inertia ト云フ、

物體ノ Total mass ヲ M トス、

$$I = \Sigma mr^2 = Mx^2$$

ト置ク、x ヲ Radius of gyration ト云フ、

$$x = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

Theorem I. xy-plane 上ニ Plane figure アリ、Ox, Oy ハ此ノ平面上ニアリテ互ニ直角ナル Axes ナリ、Oz ハ O ヲ通ジ xy-plane ニ Normal ナル Axis ナリ、Plane figure ノ x, y, z axis ニ關スル Moment of inertia ヲ夫々 I_x, I_y, I_z トスレバ

$$I_z = I_x + I_y$$

次ノ如ク容易ニ證明セラル、

Elementary area ノ Mass ヲ a トス、

$$r^2 = x^2 + y^2$$

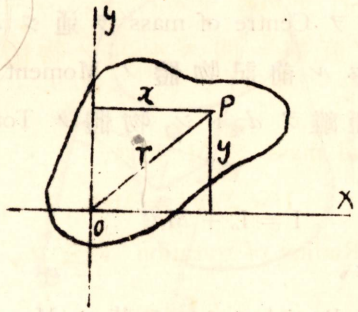
$$ar^2 = ax^2 + ay^2$$

$$\Sigma ar^2 = \Sigma ax^2 + \Sigma ay^2$$

$I = \Sigma m r^2$

total mass M トセバ

$I = \Sigma m r^2 = MK^2$ K; radius of gyration



即チ $$I_z = I_x + I_y$$

z-axis ノ位置ヲ一定シ、互ニ直角ナル x 及ビ y-axis ヲ xy-plane 上ノ種々ナル位置ニ移スモ、是等兩軸ニ關スル Moment of inertia ノ和 $I_x + I_y$ ハ一定ニシテ I_z ニ等シ、而シテ $I_x + I_y$ ガ一定ナルヲ以テ I_x ガ Maximum ナルトキ I_y ハ Minimum ナリ、

Theorem II. I ヲ直線 AB ニ關スル物體ノ Moment of inertia トス、I_0 ヲ Centre of mass ヲ通ジ AB ニ平行ナル直線 A_0B_0 ニ關スル前記物體ノ Moment of inertia トス、AB ト A_0B_0 トノ距離ヲ d トシ、物體ノ Total mass ヲ M トスレバ

$$I = I_0 + Md^2$$

證明次ノ如シ、

P ハ物體ノ Particle ニシテ其ノ Mass ヲ m トス、P ヨリ A_0B_0, 及ビ AB ヘ夫々垂線 PM, PN ヲ引キ、MN ヘ垂線 PQ ヲ作ル、然レバ

$$\overline{PN}^2 = \overline{MN}^2 + \overline{PM}^2 - 2\overline{MN}\cdot\overline{MQ}$$

$$\Sigma m\overline{PN}^2 = \Sigma m\overline{MN}^2 + \Sigma m\overline{PM}^2 - 2\overline{MN}\,\Sigma m\overline{MQ}$$

然ルニ $\Sigma m\overline{MQ} = 0$, 故ニ

$$I = I_0 + Md^2$$

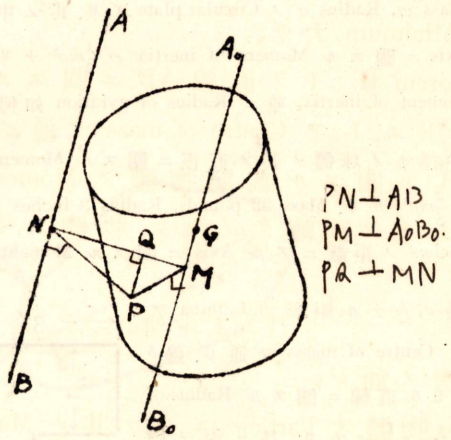
I, I_0 ニ對スル Radius of gyration ヲ夫々 κ, κ_0 トスレバ

$M\kappa^2 = M\kappa_0^2 + Md^2$ $$\kappa^2 = \kappa_0^2 + d^2$$

Centre of mass ヲ通ズル Axis ニ關スル Radius of gyration ハ

$I_z = I_x + I_y$. axis ヲ撰ブコトニ依リテ

I_x max. ノ時アリ之ノ時ニテハ I_y ハ min ニナリ



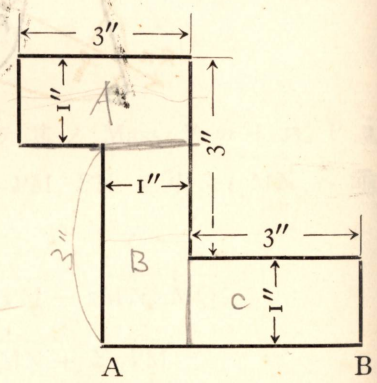
此ノ Axis ニ平行ナル他ノ Axis ニ關スル Radium of gyration ヨリ小ナリ、Radium of gyration ガ最小ナル Axis ハ Centre of mass ヲ通ズ、

練習問題

1. Mass m, Radius a ノ Circular plate アリ、其ノ中心ヲ通ジ、Plate ニ Normal ナル Axis ニ關スル Moment of inertia ハ $\frac{1}{2}ma^2$ ナリ、然ラバ任意ノ直徑ニ關スル Moment of inertia, 並ニ Radius of gyration 如何、

2. 半徑 a ノ球體ノ其ノ直徑ニ關スル Moment of inertia ハ Mass ヲ m トスレバ $\frac{2}{5}ma^2$ ナリ、Mass 32 pounds, Radius 3 inches ノ球體アリ、其ノ中心ヨリ 12 inches ノ距離ニアル Axis ニ關スル Moment of inertia ヲ求メヨ、

3. 邊 a, b ナル矩形ノ Lamina アリ、其ノ Centre of masss ヲ通ジ、邊 b ニ平行セル直線ニ關スル Radius of gyration ハ $\frac{1}{\sqrt{12}}a$ ナリ、是ニ由テ圖ニ示セル Lamina ノ邊 AB ニ關スル Moment of inertia ヲ求メヨ、



四八、Axle reactions.

Rotation ニ於テ剛體ノ Centre of mass G ハ Rotation ノ Axis 上ノ點 O ヲ中心トシテ圓運動ヲナス、OG ヲ $\bar{r}$ トス、G ノ Tangential, 及ビ Normal acceleration ヲ夫々 $\bar{a}_t, \bar{a}_n$ トスレバ

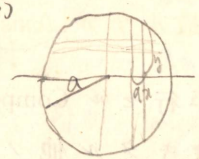
1)

moment of inertia $\frac{1}{2}ma^2$

$I_z = I_x + I_y$

$\therefore I_x = \frac{I_z}{2} = \frac{1}{4}ma^2$

2)

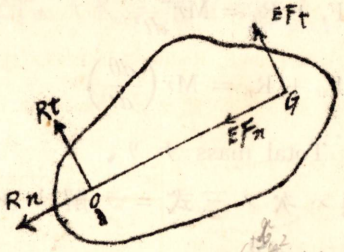


$\frac{2}{5}ma^2$

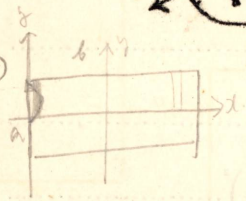
$I = I_0 + Md^2$

$I_0 = \frac{2}{5}32\times\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{2}{5}\times 32\times\frac{1}{16} = \frac{4}{5}$ $\quad Md^2 = 32\times(1)^2 = 32$

$k^2 = \frac{\int y^2 \pi y^2 dx}{\int \pi y^2 dx} = \frac{2}{5}a^2 \quad \therefore I = k^2 m = \frac{2}{5}ma^2 \quad \therefore I = \frac{4}{5} + 32 = 32.\frac{4}{5}$ lb-ft²



③



$k^2 = \frac{2\int_0^a \frac{b}{3}y^2 dx}{\int ab} = \frac{\frac{2}{3}\int y^2 dx}{ab} = \frac{\frac{2}{3}\int \frac{a^2}{8} dx}{ab}$

$= \frac{a^2}{12ab}[x]_0^a = \frac{a^2 b}{12ab} = \frac{a^2}{12} = \frac{a}{\sqrt{12}}$

Ⓐ $I = I_0 + Md^2$

$I = \frac{3}{\sqrt{12}} + 3\times(3.5)^2 = \frac{3}{\sqrt{12}} + 3\times 12.25 = \frac{3}{\sqrt{12}} + 36.75$

Ⓑ $I = \frac{3\times 3}{\sqrt{12}} + 3(1.5)^2 = \frac{9}{\sqrt{12}} + 3\times 2.25 = \frac{9}{\sqrt{12}} + 6.75$

Ⓒ $I = \frac{1\times 3}{\sqrt{12}} + 3(0.5)^2 = \frac{3}{\sqrt{12}} + 0.75$

AB ニ關スル A+B+C ナレバ $\frac{15}{\sqrt{12}} + 44.25 = \frac{15}{2\sqrt{3}} +$

$$\bar{a}_t = \bar{r}\alpha = \bar{r}\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\bar{a}_n = \bar{r}\omega^2 = \bar{r}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

Axle reaction ノ $\bar{a}_t$, 及ビ $\bar{a}_n$ ニ夫々平行セル Components ヲ R_t, 及ビ R_n トシ、Axle reaction ヲ除キタル他ノ External forces ノ $\bar{a}_t$, 及ビ $\bar{a}_n$ ニ夫々平行ナル Components ノ和ヲ ΣF_t, ΣF_n トスレバ、Centre of mass ノ Motion ノ Principle ニヨリ

$$\Sigma F_t + R_t = M\bar{r}\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\Sigma F_n + R_n = M\bar{r}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

但シ M ハ物體ノ Total mass ナリ、

Rotation ノ問題ハ次ノ三式ニテ解カル、

$$T = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\Sigma F_t + R_t = M\bar{r}\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \cdots\cdots (2)$$

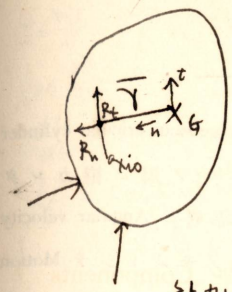
$$\Sigma F_n + R_n = M\bar{r}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \quad \cdots\cdots (3)$$

(1) ニハ Axle reaction ハ入リ來ラズ、(1) ヲ解キテ Motion ガ決定セラル、然ル後 (2), (3) ヲ解キテ Reaction ガ定メラル、

練習問題

1. Mass 200 lbs. ノ物體ガ Centre of mass ヲ通ズル摩擦無キ水平軸ノ周圍ニ Rotation ヲナセリ、或時刻ニ 3 rev./sec. ノ Speed ヲ有セリ、Motion ヲ決定シ、Axle reaction ヲ求メヨ、

AXLe reaction.



G. tangential acceleration a_t
normal " a_n.

$a_t = \bar{r}\alpha = \bar{r}\frac{d^2\theta}{dt^2}$.

$a_n = \frac{v^2}{r} = \bar{r}\omega^2 = \bar{r}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$.

外力 tangential component ΣF_t
normal " ΣF_n.

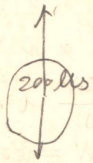
axis ニ働ク tangent

$\Sigma F_t + R_t = M\bar{r}\frac{d^2\theta}{dt}$.

$\Sigma F_n + R_n = M\bar{r}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$.

①

$\omega = 2\times 3\pi = 6\pi$.



$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$

$T = Fr = mr^2\alpha$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$ $\frac{d\theta}{dt} = C_1$, $C_1 = 6\pi$.

$\frac{d\theta}{dt} = 6\pi$ $\theta = 6\pi t + C_2$.

$t = 0$ $\theta_0 = 0$ $\theta_0 = 0 + C_2$.

$C_2 = 0$.

$\Sigma F_t + R_t = M\bar{r}\frac{d^2\theta}{dt}$

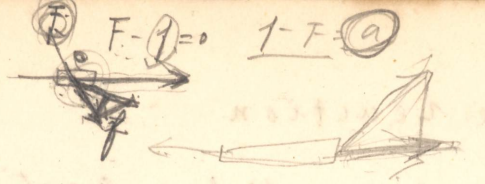
$\Sigma F_n + R_n = M\bar{r}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

$\bar{r} = 0$

$\therefore \Sigma F_t + R_t = 0$ $R_t = -\Sigma F_t$

$\Sigma F_n + R_n = 0$ $R_n = -\Sigma F_n$

$R_t = -\Sigma F_t$



2. Rotation ヲナセル Mass 200 lbs. 直徑 2 ft. ノ Homogeneous cricular cylinder アリ、Rotation ノ Axis ハ Cylinder ノ Axis ニシテ、Cylinder ノ周ニ捲カレタル String ノ Free end ニ 5 lbs. ノ Constant pull アリ、或時刻ニ Angular velocity ハ Pull ニ逆テ 200 rev./min. ナリ、Pull ハ鉛直下方ヘ向フモノトシテ Motion ヲ決シ、何秒ノ後 Angular velocity 零トナルカヲ求メ、尙 Axle veaction ヲ求メヨ、

3. 前問題ニ於テ Pull ガ String ノ Free end ニ懸レル 5 lbs. ノ Weight ニ基ケル場合、

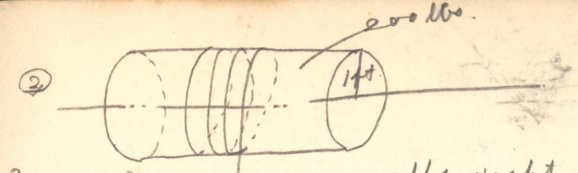
四九、Work.

物體ガ力ノ作用ヲ受ケツツ動キ、其ノ力ノ Point of application ノ Path ニ沿ヒ Component force 存在セルトキ力ニヨリ物體ニ Work ガ爲サレルト云フ、

物體ガ一定ノ力 F ノ作用ヲ受ケツツ、其ノ方向ヘ一直線上ノ運動ヲ爲シ、s ダケノ Displacement ヲナシタルトキ、其ノ間ニ爲サレタル Work W ハ次式ニテ表ハサル、

$$W = Fs.$$

Work ノ單位ハ物體ガ一單位ノ力ノ作用ヲ受ケツツ其ノ方向ヘ一單位ノ距離ノ Displacement ヲナセルトキ、其ノ一單位ノ力ニヨリ爲サレタル Work ナリ、力ノ單位ガ Dyne, 長サノ單位ガ Centimetre ナルトキ Work ノ單位ハ Erg ト稱セラル、力ノ單位ガ Poundal, 長サノ單位ガ Foot ナルトキ其ノ Work ノ單位ハ Foot-poundal 稱セラル、又力ノ單位ガ Kilogramme, 長サノ單位ガ Metre ナルトキ其ノ Work ノ單位ハ Kilogramme-metre ト呼バル、力ノ



$I = \frac{mr^2}{2} = \frac{200}{2} \times 1^2 = 100$

$100 \frac{d^2\theta}{dt} = 5 \times 32.2 \times 1$

$\frac{d^2\theta}{dt} = 1.61$

$\frac{d\theta}{dt} = 1.61 + C_1$

5 lbs. weight ニ依リテ生ズル力

$F = ma$

$5 \times 32.2 = 200 \times 1 \times \alpha$

α: angular acceleration

$\alpha = \frac{32.2}{40} = \frac{8.05}{10}$

回転數 200 ナレバ angular velocity $= \frac{200}{60} \times 2\pi = \frac{20\pi}{3}$

$\frac{d\omega}{dt} = \alpha \quad \therefore d\omega = \alpha dt \quad \omega = \alpha t + C$

$\therefore \frac{20\pi}{3} = \frac{8.05}{10} \times t = 0.805t = 20.9 \quad \therefore t = \frac{20.9}{0.805}$

$= 26$ sec

$\Sigma F_t + R_t = M\bar{r}\frac{d^2\theta}{dt} \quad \bar{r} = 0$

$\Sigma F_n + R_n = M\bar{r}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

$R_t = -\Sigma F_t = -5 \times 32.2 = 161.0$ poundal

$R_n = -\Sigma F_n = 0$

(2) $\alpha = \frac{5}{200} = \frac{1}{40} \qquad \frac{t}{40} = \frac{20\pi}{3} \quad 3t = 800\pi$

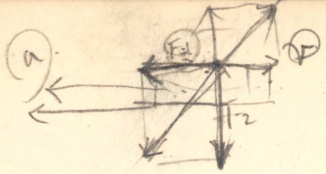
$\therefore t = 839$ sec $= 13$分 59秒

$R_t = -5$ poundal

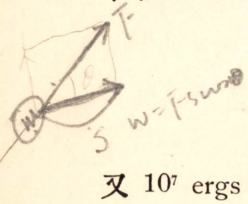
$t = \alpha\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = \frac{-200 \times 2\pi}{60} \qquad C_1 = 0 - \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = \frac{-20}{3}\pi$

$\theta = 1.61t^2 - \frac{20}{3}\pi t + C$

$t = 0 \quad \theta = 0 \quad C_2 = 0$



單位ガ Pound, 長サノ單位ガ Foot ナルトキ其ノ Work ノ單位ハ Foot-pound ト稱セラル、



$$1 \text{ gramme-centimetre} = 981 \text{ ergs}$$

$$1 \text{ foot-pound} = 32{\cdot}2 \text{ foot-poundals}$$

$$= 1{\cdot}356 \times 10^7 \text{ ergs}$$

又 10^7 ergs ヲ單位トナスコトアリ、此ノ單位ヲ Joule ト呼ブ、

Point of application ノ運動ガ力ノ方向ニ直角ナルトキ力ニヨリテ爲サレタル Work ハ零ナリ、

物體ガ一定ノ力ノ作用ヲ受ケツツ直線運動ニヨリ Displacement s ヲナセリ、F ト s トノ間ノ角ヲ θ トス、F ヲ s ノ方向ト之ニ直角ノ方向トニ分解ス、此ノ直角ノ方向ノ Component ハ Displacement s ノ間ニ Work ヲ爲サズ、而シテ F ニヨリテ此ノ Displacement ノ間ニ爲サレタル Work ハ次式ニテ與ヘラル、

$$W = Fs\cos\theta$$

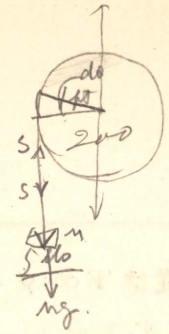
此ノ式ハ $F\cos\theta$ ト s トノ乘積トモ、又ハ F ト $s\cos\theta$ トノ乘積トモ見ラル、$\theta > \frac{\pi}{2}$ トナレバ W ハ Negative トナル、

一般ニ Variable force ニヨリ其ノ Point of application ノ Any path ニ沿ヒ動ク間ニナサルル Work ハ次式ニテ表ハサル、

$$W = \int F\cos\psi\, ds$$

ψ ハ Path ノ點ニ於ケル Tangent ト其ノ點ニ於テ働ケル

③



$I = \frac{mr^2}{2} = \frac{200\times1}{2} = 100$

$100\frac{d^2\theta}{dt} = 5\times32.2\times1$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 1.61$

$\frac{d\theta}{dt} = 1.61t +$

5lbs の物体の acceleration = α

$M\alpha = Mg - S$ M の displacement $x = r d\theta$

$x' = r\frac{d\theta}{dt}$

$x'' = r\frac{d^2\theta}{dt^2} = \alpha$

$M\frac{d^2\theta}{dt^2} = Mg - S$

$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = Sr = (-M\frac{d^2\theta}{dt^2} + Mg)\times r \qquad r = 1.$

$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = Mg - M\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$\frac{Mr^2}{2}\frac{d^2\theta}{dt^2} = Mg - M\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$\frac{1}{2}\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d^2\theta}{dt^2} = g$

$\frac{d^2\theta}{dt^2}(\frac{3}{2}) = g \quad \frac{d^2\theta}{dt} = \frac{2}{3}g \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{3}gt + C_1$

$t=0 \quad C_1 = \frac{d\theta}{dt} - \frac{2}{3}gt = \frac{200\pi\times2}{60} = \frac{20}{3}\pi$

$\frac{d^2\theta}{dt} = \frac{2}{3}gt + \frac{20}{3}\pi$

$\theta = \frac{2}{3}gt^2 + \frac{20}{3}\pi t + C_2 \qquad \theta = 0 \quad t = 0$

$\theta = \frac{2}{3}gt^2 + \frac{20}{3}\pi \qquad \frac{d\theta}{dt} = 0 \quad \frac{2}{3}gt = \frac{20}{3}\pi$

$t = \frac{20}{3}\pi \times \frac{3}{2g} = \frac{10\pi}{g}$

力トノ間ノ角ナリ、從テ $F\cos\phi$ ハ其ノ點ニ於ケル力ノ Tangential component ナリ、

力ノ大サモ方向モ一定セルトキ Work done ハ

$$W = Fs\cos\theta$$

ニテ表ハサル、但シ s ハ最初ノ位置ト最終ノ位置トヲ結ビタル Displacement ニシテ θ ハ F ト s トノ間ノ角ナリ、何ントナレバ $ds.\cos\phi$ ハ Path ノ Element ds ノ力ノ方向ヘノ Projection ナリ、而シテ

$$W = \int F\cos\phi\, ds = F\int \cos\phi\, ds$$

ニ於テ

$$\int \cos\phi\, ds$$

ハ上述ノ Projections ノ和ニシテ Displacement s ノ力ノ方向ノ Projection ニ等シ、即チ

$$W = F\int \cos\phi\, ds = Fs\cos\theta.$$

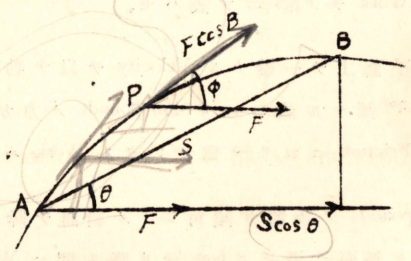
Particle P ガ諸力ノ作用ヲ受ケツツ或 Path ニ沿ヒテ動キタリトス、其ノ最初及ビ最終ノ Speed ヲ夫々 v_1, v_2 トシ、Particle ニ働ケル諸力ノ Resultant ヲ R トシ、Particle ノ Mass ヲ m トス、Tangential acceleration ハ $\frac{dv}{dt}$ ナルヲ以テ Tangential force ハ

$$m\frac{dv}{dt}$$

而シテ

$$ds = vdt$$

故ニ此ノ運動ノ間ニ力 R ニヨリ爲サレタル Work ハ



$$W = \int_{s_2}^{s_1} R\cos\phi\, ds = m\int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{dt}\cdot v dt$$

$$= m\int_{v_1}^{v_2} v\, dv$$

$$= \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right).$$

練習問題

1. 100 Kilogramme-metres ノ Work ヲ Foot-pounds ニテ表ハセ、

2. 1 foot-ton ノ Work ヲ Ergs ニテ表ハセ、

3. 1 貫-尺ノ Work ヲ Ergs ニテ表ハセ、

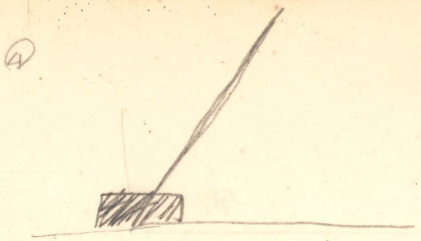
4. 粗ナル水平面上ヲ一橋ナル Velocity ヲ以テ動ケル物體アリ、物體ハ水平ニ對シ 45° 傾ケル綱ニヨリ 450 pounds ノ力ガ其ノ運動ノ方向ヘ働ケリ、然ラバ Friction ニヨリテ爲サレタル Work ハ幾何ナルカ、

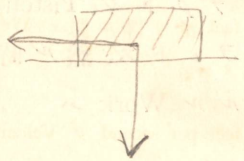
5. Weight 50 poudds ノ物體ガ傾角 20° ノ斜面ヲ降レリ、Friction 4 pounds ナリトス、物體ガ斜面ニ沿ヒ 8 feet 滑リ降ル間ニ Weight 及ビ Friction ニヨリテ爲サレタル全 Work ヲ求メヨ、

6. 或物體ガ水平方向ヘ 100 feet per second ノ Velocity ヲ以テ拋ゲラレタリ、Cravity ノミ作用セルモノトシ、Point of projection ヨリ 20 feet 低キ點ヲ通過スルトキノ Speed ヲ求メヨ、

7. 粗ナル水平表面上ヲ滑リ行ク質量 50 grammes 物體アリ、或ル時刻ニ於ケル Speed 120 centimetres per second ナリ、此ノ Speed ガ 16 centimetres per second トナル迄ニ幾何ノ距離ヲ動クカ、但シ Friction ハ 5 grammes ナリトス、

8. Torque τ ニヨリ Angular bisplacement θ radians ノ間ニ爲サレタル Work ハ $\tau\theta$ ナルコトヲ證セヨ、





五〇、Work diagram.

Tangential force Ft ヲ Ordinate トシ、s ヲ Abscissa ヲトシテ畫ケル Curve ト兩端ノ Ordinates ト s-axis トノ間ノ面積ハ其ノ Displacement ノ間ノ Work ヲ表ハス、例ヘバ Ordinate ノ 1 inch ハ Ft ノ m pounds ヲ表ハシ、Abscissa 1 inch ハ s ノ n feet ヲ表ハスモノトス、A ヲ面積トスレバ

$$A = \int_{s_1}^{s_2} y dx = \int_{s_1}^{s_2} \frac{Ft}{m} \frac{ds}{n} = \frac{1}{mn} \int Ft\, ds$$

$$= \frac{W}{mn}$$

$$(mu)\,A = W \text{ foot-pounds.}$$

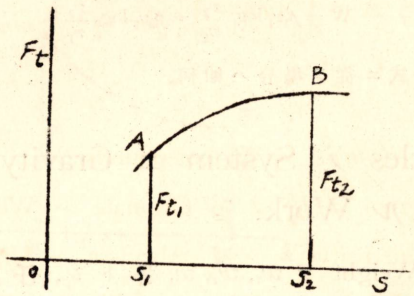
Indicator diagram ニ於テハ Ordinate ハ Working substance ノ Pressure ノ Intensity ニシテ Abccissa ハ Unit mass ノ容積ナリ、Piston ヘ Working substance ノ働ケル Total pressure ヲ P トシ、Pressure ノ Intensity ヲ p トシ、Piston ノ面積ヲ A トス、Piston ノ働ケル距離ヲ s トス、然ル時 Working substance ニヨリ Piston ニ爲サルル Work ハ

$$W = \int_{s_1}^{s_2} P ds$$

$$= \int_{s_1}^{s_2} pA ds$$

$$= \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

pv-diagram ニ於テ Curve ト兩端ノ Ordinates ト v-axis トノ間ノ面積ハ Expansion ノ間ニ Working substance ニヨリ Piston ニ爲サレタル Work, 又ハ Compression ノ間ニ Piston ニヨリ Working substance ニ爲サレタル Work ヲ表ハス、



練習問題

1. Elastic string アリ、Unstretched length 50 cm. ナリ、500 gm. ノ Pull ニヨリ 70 cm. トナル、此ノ String ヲ 50 cm. ヨリ 100 cm. 迄伸張セシムル間ニ String ニ爲サル可キ Work ヲ求メヨ、

2. pv = constant ノ式ニ從ヒテ Expand スル Working substance アリ、Volume ガ v_1 ヨリ v_2 トナル迄ノ Woak bone ハ次ノ式ニテ表ハサルルコトヲ證セヨ、

$$W = p_1 v_1 \log_e \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \log_e \frac{v_2}{v_1}$$

pv^n = constant ノ式ニ從フ場合ハ如何、

五一、Particles ノ System ニ Gravity ニヨリ爲サルル Work.

Particles ノ Weight ヲ w_1, w_2, w_3 等トシ、任意ニ撰バレタル Standard level ヨリノ高サヲ夫々 z_1, z_2, z_3 等トシ、Centre of gravity ノ高サヲ $\bar{z}$ トス、Particles ノ System ガ動カサレケル後ノ Particles ノ高サヲ夫々 z_1', z_2', z_3' 等トシ、Centre of gravity ノ高サヲ $\bar{z}$ トスレバ此ノ運動ノ間ニ Gravity ニヨリ爲サレタ全 Work ハ

$$W = w_1(z_2' - z_1) + w_2(z_2' - z_2) + w_3(z_3' - z_3) + \ldots\ldots$$
$$= (w_1 z_1' + w_2 z_2' + w_3 z_3' + \ldots\ldots) - (w_1 z_1 + w_2 z_2 + w_3 z_3 + \ldots\ldots)$$
$$= (\bar{z}' - \bar{z})\Sigma w.$$

$W = \int (250 + 112 \times 5)\, ds$ $\quad W = \int p\, dv$

練習問題

1. 長サ 250 feet ノ Chain アリ、其ノ 1 feet ノ Weight 1 pound ナリ、其ノ一端ニ 1 cwt. ノ物體懸レリ、最初ノ 200 feet ガ Winding drum ニ捲カルル間ニ Gravity ニ逆テ爲サルル Work ヲ求メヨ、

① 50 cm. 500 gr. 70

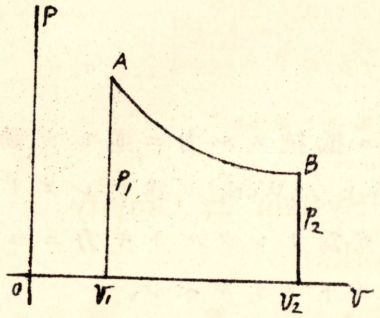
$20 : 50 = 500 : x \quad x = \frac{500 \times 50}{20} = 1250$ gr

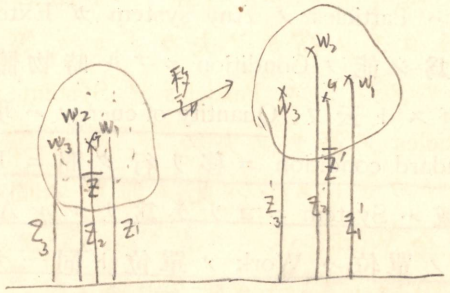
$\frac{1250 \times 50}{2} = \frac{62500}{2} = 31250$

$W = \int_{V_1}^{V_2} p\, dV \qquad PV = \text{const}$

$= \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} k \qquad p = \frac{k}{V}$

$= k \log_e V = P_1 V_1 \log_e \frac{V_2}{V_1}$





移動ニ依リテナサルル仕事（重力ニ逆フテ）

$W = w_1(z_1' - z_1) + w_2(z_2' - z_2) + w_3(z_3' - z_3) + \cdots$
$= w_1 z_1' + w_2 z_2' + w_3 z_3' + \cdots - (w_1 z_1 + w_2 z_2 + w_3 z_3 + \cdots)$
$= \bar{z}' \Sigma W - \bar{z} \Sigma W = \Sigma W(\bar{z}' - \bar{z})$

仕事ハ重心ガ $\bar{z}$ カラ $\bar{z}'$ ニ移リタルト考ヘラレル

2. 7 feet square ノ底面ノ Rectangular tank アリ、又 6 feet ノ Diametre ノ Cylindrical tank アリ、後者ノ底面ハ前者ノ底面ヨリモ 20 feet 上ニアリ、最初空虚ナリシ Cylindrical tank ヘ Rectangular tank ヨリ水ヲ汲ミ上ゲ Cylindrical tank ハ底面ヨリ 9 feet ノ高サ迄充タサレタリ、此ノ水ヲ汲ミ上グルニ際シ Weight ニ逆ヒテ爲サレタル Work ヲ求メヨ、但シ Rectangular tank ニ殘レル水ノ水面ハ其ノ底面ヨリ 2 feet ニアリ、又水 1 cubic foot ノ重量ヲ 62·5 pounds トス、

五二、Energy.

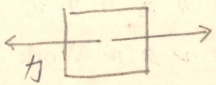
物體ガ其ノ運動ニ抵抗スル力ニ逆ヒテ動キシトキ物體ニヨリテ力ニ逆ヒテ Work ガ爲サレタリト云フ、即チ物體ニヨリ Work ガ爲サレタルトキ力ニヨリ Negative Work ガ爲サレタルコトトナルベシ、

一物體或ハ Particles ノ Any system ガ External forces ニ逆テ Work ヲ爲シ能フ Condition ニアル時物體或ハ System ハ Energy ヲ有スト云フ、Quantity of energy ハ現在ノ Condition ヨリ Standard condition ニ移リ行ク間ニ External forces ニ逆テ物體或ハ System ニヨリテ爲サルル Amount of work ナリ、Energy ノ單位ハ Work ノ單位ト同一ナリ、

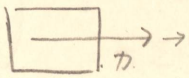
五三、Kinetic energy.

I. Kinetic energy of a particle.

運動ヲナセル Particle ハ其ノ運動ニ逆ヒ力ガ働ケル時、其ノ力ニ逆テ Displacement ヲナス、即チ運動ヲナセル Particle ハ Work ヲ爲シ能フ、即チ運動ヲ爲セル Particle ハ Energy ヲ有ス、斯クノ如ク運動ニ基ケル Energy ヲ Kinetic



運動 此ノ時物体ガ仕事ヲナシ即チ力ガ負仕事ヲナス



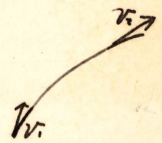
→ 運動 力ガ物体ニ仕事ヲナス

物体ガ力ニ逆フテ仕事ヲナシ得ル condition ニアルモノヲ energy ヲ有ストコロ.

Quantity 現在 condition カラ standard condition ニ移ル間, 仕事ノ量ヲ以テ測ル.

kinetic energy

i) particle, K. E.



$P \xrightarrow{v_1}$ 力ガ P ニ作用 $W = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$

P ガナス仕事 $W' = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2)$ $v_2 = 0$ ヲ standard condition トスル.

$W' = \frac{1}{2} m v_1^2$ … 仕事ヲ負ト得.

abs unit $\frac{1}{2} m v^2$ … kinetic energy m: pound. v ft/sec

gravitational unit $\frac{1}{2} \frac{W}{g} v^2$ ft-pound ft poundal

energy ト云フ、Particle ノ Kinetic energy ハ Particle ガ現在ノ Speed ヨリ静止ニ至ル迄ニ抵抗力ニ逆テ爲シ能フ Work ノ總額ニテ表サル、

Mass m ナル Particle ノ Speed ガ v_1 ヨリ v_2 トナル迄ニ、之ニ働ケル諸力ニヨリテ爲サレタル Work ハ既ニ知ル如ク次式ニテ與ヘラル、

$$\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

故ニ Particle ニヨリテ此ノ間ニ爲サレタル Work ハ

$$\frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2)$$

$v_2 = 0$ トスレバ

$$\frac{1}{2}mv_1^2$$

故ニ Mass m pounds, Speed v feet per second ノ Particle ガ其ノ Speed 零トナル迄ニ諸力ニ逆テ爲シ能フ Work ハ

$$\frac{1}{2}mv^2 \text{ foot-poundals}$$

或ハ $$\frac{1}{2}\frac{m}{g}v^2 \text{ foot-pounds}$$

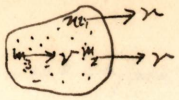
此ノ量ハ即チ Mass m Pounds, Speed v feet per second ノ Particle ガ有スル Kinetic energy ナリ、m ガ Grammes, v ガ Centimetres per second ナル時上式ハ夫々 Ergs, 及ビ Gramme-centimetres ニテ表サレタルモノナリ、

II. Kinetic energy of rigid system.

(*a*) Translation.

Translation ニ於テ總テノ Particles ハ Velocity 相等シキヲ

ii) rigid system



a) translation

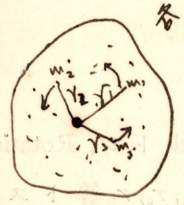
$$KE = \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \cdots\cdots$$

$$= \frac{1}{2}\sum m v^2 = \frac{1}{2}v^2 \sum m = \frac{1}{2}Mv^2$$

gravit unit

$$KE = \frac{1}{2}\frac{M}{g}v^2.$$

b) Rotation



各particle ω ノ角速度. $v = r\omega$.

$$KE = \frac{1}{2}m_1(r_1\omega)^2 + \frac{1}{2}m_2(r_2\omega)^2 + \frac{1}{2}m_3(r_3\omega)^3 + \cdots$$

$$= \frac{1}{2}\sum m(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \cdots)\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2\underbrace{(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots\cdots)}_{\text{moment of Inertia}}$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2 I = \frac{1}{2}M \cdot K^2\omega^2.$$

N. R. P. M トセバ $KE = \frac{1}{2}Mk^2\left(\frac{N \times 2\pi}{60}\right)^2$.

以テ System ノ Total kinetic energy ハ

$$\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \frac{1}{2}m_3v^2 + \ldots\ldots = \frac{1}{2}Mv^2$$

但シ M ハ Total mass ナリ、Gravitational unit ニテ

$$\frac{1}{2}\frac{M}{g}v^2$$

(*b*) Rotation.

Angular velocity ヲ ω radians per second トシ、Rotation ノ Axis ヨリ Particles ニ至ル距離ヲ夫々 r_1, r_2, r_3 等トスレバ System ノ Kinetic energy ハ

$$\frac{1}{2}m_1(r_1\omega)^2 + \frac{1}{2}m_2(r_2\omega)^2 + \frac{1}{2}m_3(r_3\omega)^2 + \ldots\ldots$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots\ldots)$$

$$= \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mx^2\omega^2$$

但シ I ハ Rotation ノ Axis ニ關スル物體ノ Moment of inertia ナリ、x ハ其ノ Radius of gyration ナリ、Gravitational unit ニテ

$$\frac{1}{2}\frac{I}{g}\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{M}{g}x^2\omega^2$$

Angular velocity ヲ N Revolutions per minute トスレバ

$$\frac{1}{2}\frac{M}{g}x^2\left(\frac{2\pi N}{60}\right)^2$$

練習問題

1. Mass 20 grammes ノ物體ガ 100 centimetres per second ノ Speed ヲ以テ動ケル時ノ Kinetic energy ヲ求メヨ、

(1). $m = 20$ gr. $v = 100$ cm/sec.

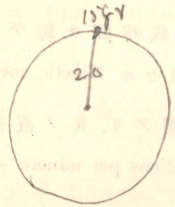
$KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^4 = 10^5$ erg.

(2) Weight 2 tons $= 20 \times 112$ lbs $= 2240$ lbs.

$v = 2$ ft/sec. mass 2240 lbs.

$KE = \frac{1}{2}\,2240 \times 2)^2 = 4480$ ft-poundal

③



80. R. P S $\longrightarrow$ 120 R. P.S

80 R. P. S $\cdots$ $2\pi \times 80 \times 20$ cm/sec $= v_1$

120 " $2\pi \times 120 \times 20$ cm/sec $= v_2$

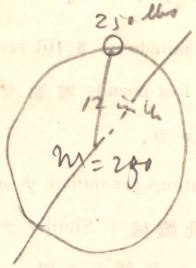
$KE = \frac{1}{2}15\,(v_2^2 - v_1^2) = 4\pi^2 \times 20^2 \times \frac{15}{2}\,(120^2 - 80^2)$

$= 2\pi^2 \times 400 \times 15\,(14400 - 6400) = 2\pi^2 \times 600 \times 15 \times 8000$

$= 95 \times 10^7$ erg $= 95$ joule

$= 0.967 \times 10^7$ gr-cm $= 9.67$ kg-meter

④



$KE = \frac{1}{2}I\,(w_2^2 - w_1^2)$

$I = k^2 m$

$k^2 = \frac{\int_{-a}^{a}\frac{1}{2}\pi y^2 dx}{\int_{-a}^{a}\pi y^2 dx} = \frac{1}{2}\frac{\int_{-a}^{a} y^2 dx}{\int_{-a}^{a} y^2 dx} = \frac{1}{2}\frac{\int_{-a}^{a}(a^2 - x^2)^2 dx}{\frac{4}{3}\pi a^2}$

$= \frac{2}{5}a^2$

$\therefore I = \frac{2}{5}a^2 \times 250 = 100\,a^2 = 100 \times 144 = 14400$

$\therefore KE = \frac{1}{2} \times 7200\,(\frac{2}{3} \times 2\pi)^2 = \frac{7200 \times 16\pi^2}{9}$

$= 265000$ ft lbs

40 R. P M $= \frac{2}{3}$ R.P.S $= 22083 \cdots$ ft lbs

2. Weight 2 tons ノ物體ガ 2 feet per second ノ Speed ヲ以テ動ケル時ノ Kinetic energy ヲ求メヨ、

3. 半徑 20 centimetres ノ圓運動ヲナセル Mass 15 grammes ノ Particle アリ、其ノ Velocity 80 revolutions per secod ナリ、或時間ヲ經テ Velocity ハ 120 revolutions per second トナレリ、此ノ時間ニ增加セル Kinetic energy ヲ求メヨ、

4. 直徑 12 inches, Weight 250 pounds ノ球體アリ、其ノ直徑ヲ Axis トシテ Rotation ヲナセリ、Angular velocity 40 revolutions per minute ナル時ニ有スル所ノ Kinetic energy ヲ求メヨ、

又此ノ球體ガ其ノ中心ヨリ 9 inches ノ距離ニアル直線ヲ Axis トシ、40 revolutions per minute ノ Speed ヲ以テ Rotation ヲナセル場合其ノ Kinetic energy ハ幾何ナルカ、

5. 直徑 6 inches ノ Cylinder アリ、其ノ Mass 500 pounds ナリ、Cylinder ノ Axis ヲ Rotation ノ Axis トシテ廻轉セリ、其ノ Speed ガ 750 revolutions per miniute ナル時、其ノ Kinetic energy ハ幾何ナルカ、但シ此ノ場合 Radius of gyration ヲ x トシ、Cylinder ノ半徑ヲ a トスレバ $x^2=\frac{1}{2}a^2$ ナリトス、

6. Fly-wheel ガ其ノ Speed ヲ 99 revolution per minute ヨリ 101 revolutions per minute 迄增加セル爲ニ Stored energy ヲ 500,000 foot-pounds 增加セリトスレバ此ノ Fly-wheel ノ Moment of inertia ハ幾何ナルカ、

7. 或機械ガ其ノ Main shaft ノ Speed 100 revolutions per minute ナル時 Kinetic energy トシテ 3000,000 foot-pounds ヲ貯蓄セリ、此機械ト Similar ナル機械アリ、其ノ Dimensions ハ 20 per cent 大ナリ、材料モ各部夫々同一ナリ、此ノ機械ガ 70 revolutions per minute ヲ以テ運轉セル時ノ Kinetic energy ヲ求メヨ、

五四、Rigid system ニ對スル Work ト Energy トノ principle.

Particle ノ Mass ヲ m トシ、最初及ビ最終ノ Speed ヲ夫

$k'^2 = k^2 + c^2$

$= \frac{2}{5}\frac{1}{6} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{10} + \frac{9}{16} = \frac{12+45}{80} = \frac{53}{80}$

$I = 250 \times \frac{53}{80} = \frac{1325}{8} = 165.5$

$\therefore KE = \frac{1}{2}\, 165.5 \left(\frac{4^2}{9} \times 4\pi^2\right) = 165.5 \times \frac{8\pi^2}{9}$

$= 165.5 \times 8.71 = 1440$ ft-lbs $= 45$ ft-lbs.

(5)

$I = k^2 m = \frac{1}{2}a^2 m = \frac{1}{2}\, 500 \times \frac{1}{16} = \frac{125}{8}$

750 R.P.M $= \frac{75}{8}$ R.P.S. $\omega = \frac{75 \times 2\pi}{5} = \frac{75\pi}{3}$

$KE = \frac{1}{2} \times \frac{125}{8} \times \frac{75^2\pi^2}{9} = \frac{125 \times 75^2 \pi^2}{36 \times 6} = \frac{193}{6} \times 10^3$ ft pounds

$= 48.25 \times 10^3$

(6)

$KE = 500{,}000 = \frac{1}{2}\frac{I}{g}\left[\frac{101\pi}{30} - \left(\frac{33}{10}\pi\right)^2\right]$

$= \frac{1}{2}\frac{I}{g}\left[(10.1)^2 - (10.35)^2\right]$

$= \frac{1}{2}\frac{I}{g}\left[112 - 107.2\right]$

$= \frac{1}{2}\frac{I}{g}\left[4.8\right] = \frac{I\, 2.4}{g}$

$\therefore I = \frac{5 \times 10^5 \times 32.2}{2.4} = 19.15 \times 10^5$ ft pounds

(7)

$KE = 3 \times 10^6$ ft lbs $= \frac{1}{2}\frac{m}{g}v^2 = \frac{1}{2}\frac{m}{g}r^2\omega^2$

9.66×10^6 ft pounds $= \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = m r^2 \left(\frac{25}{3}\right)^2 2\pi^2$

$= m r^2 \frac{25}{9} \times 2\pi^2$

20% 大ナレバ $\therefore m r^2 = \frac{96.1 \times 9 \times 10^6}{50\pi^2} = \frac{96.6 \times 9 \times 2 \times 10^4}{\pi^2}$

$(1.2)^3 m r^2 = MR^2 = \frac{1750 \times 10^4}{\pi^2} \times 1730$

$\therefore KE = \frac{1}{2} MR^2 \times \left(\frac{7}{10} \times 2\pi\right)^2 \times \frac{1750 \times 10^4}{\pi^2} \times 1730$

ft lbs

$= \frac{1}{2}\frac{1750 \times 1730}{\pi^2} \times 10^2 \times \frac{\pi^2}{10^4} = 3200010$

$= 99.94 \times 10^7 = 9940000 = 32 \times 10^7$ ft pounds

々 v_1, v_2 トスレバ其ノ運動ノ間ニ Particle ニ働ケル諸力ニヨリテ爲サレタル Work ハ

$$\int_{s_1}^{s_2} F\cos\theta\, ds = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

然ルニ上式ノ右邊ハ Particle ノ Kinetic energy ノ增加ナリ、故ニ一ツノ Particle ニ於テハ其ノ Particle ニ爲サレタル Work ダケ其ノ Energy ヲ增加ス、又 Particle ニヨリテ Work ガ爲サレタル時其ノ Work ダケ其ノ Energy ヲ減ズ、

Rigid system ニ於テハ其ノ System ニ爲サレタル Total work ダケ其ノ System ノ Kinetic energy ヲ增加シ、其ノ System ニヨリテ爲サレタル Work ダケ其ノ Kinetic energy ヲ減ズ、

Translation ニ於テ其ノ Rigid system ニ External forces ニヨリテ爲サレタル Work ヲ W トシ、Total mass ヲ M トシ、最初及ビ最終ノ Speed ヲ v_1, v_2 トスレバ

$$W = \frac{1}{2}M(v_2^2 - v_1^2)$$

W ガ Foot-pounds ニテ與ヘラレ、M ガ Pounds ニテ與ヘラレタルトキ

$$W = \frac{1}{2}\frac{M}{g}(v_2^2 - v_1^2),$$

Rotation ニ於テ External forces ニヨリ爲サレタル Work ヲ W トシ、Angular velocity ノ最初及最終ノ値ヲ夫々 ω_1, ω_2 トスレバ

$$W = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

W ガ Gravitational unit ナルトキ

Work and energy.

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F\cos\theta\, ds = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$KE = \frac{1}{2}mv_2^2$

$KE = \frac{1}{2}mv_1^2$

$\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$ ∴ K.E. increasement (decre) ヲ表ス.

$v_2 > v_1$ トセバ $\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) > 0$

力ガ仕事ヲナス. 即チ此レハ K.E. 增加ナリ

$W = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2)$.

Torque ヲ τ トセバ

$W = \tau(\theta_2 - \theta_1) = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2)$.

$$W = \frac{1}{2}\frac{M}{g}(\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

Torque ヲ T トシ、或固定直線ヨリノ Angular displacement ノ最初及ビ最終ノ値ヲ夫々 θ_1, θ_2 トスレバ上記二式ニ相當シテ

$$T(\theta_2 - \theta_1) = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

及ビ

$$T(\theta_2 - \theta_1) = \frac{1}{2}\frac{I}{g}(\omega_2^2 - \omega_1^2).$$

練習問題

1. Weight 10 pounds ノ物體ヲ Gravity ノミノ作用ニヨリ靜止狀態ヨリ自由ニ落下セシメ、之ヲ Mass 10 pounds ノ水ニ受ケシメ、其ノ水ノ溫度ヲ 1°F. 上昇セシムルニハ幾何ノ高サヨリ落下セシムベキカ、

2. Weight 400 pounds ノ物體ガ粗ナル水平表面上ニアリテ、水平ニ對シ 20° 傾ケル力 80 lbs. ニヨリ引カル、Coefficient of friction ハ 0·1 ナリトス、最初ノ 10 feet ノ Displacement ノ後ノ Velocity ヲ求メヨ、但シ Initial velocity ハ零ナリトス、

3. 或 Wheel ノ Weight 400 pounds ニシテ Rotation ノ Axis ニ關スル Radius of gyration 10 inches ナリ、Wheel ガ 100 revolutions per miunte ノ Speed ヲ有スル時之ヲ Drive スル Torque ガ取リ去ラレ、84 廻轉ノ後 Axle friction 並ニ Air resistance ノ爲メ靜止セリ、Resistances ノ Average torque ヲ求メヨ、

五五、Potential energy.

Particles ノ System ニ於テ其ノ現在ノ Relative position ヨリ或他ノ Relative position ニ移リ行カシメントスル Forces

① 1. B.T.U = 778 ft lbs.

10×1 = 10 B.T.U = 7780 ft lbs.

W = 7780 ft

W = mgh = ×10×32.2×h.

= 10h×g = 5h ft pdls

h = 7780/10 = 778.1

②

80×cos 20° = 99.1

Friction = 400×0.1 = 40.

resultant F = 99.1 − 40 = 39.1

32.2×39.1 = mα = 32.2×39.1 = 400α

∴ α = 1200/400 = 3.15 ft/sec²

10 = ½αt² t² = 20/3.15 = 6.35 t = 2.51

∴ v = 3.15×2.51 = 7.95

③ Weight 400 lbs Radius of gyr = 5/6 ft

10/6 = 5/3 R.P.S. = ω₁

T.(θ₂ − θ₁) = ½ I (ω₂² − ω₁²)

T (84×2π) = ½×(5/6)²×400×25×4π²/9

T×168π = ½×25/36×400×100π²/9

= 25×10⁶π/162 = T×168

∴ T = 25×10⁶π/(162×168) = 25×40²π/27200 = 9.2

= 27.8 ft-poundal

$at^2 + gt^2 = 2gt^2$

$S = at^2 + vt$

$h_1 = gt = \frac{S - gt^2}{t} = \frac{\quad}{\quad}$

ガ其ノ System ノ Particles 相互ノ間ニ存在セル時其ノ System ハ Energy ヲ有ス、例ヘバ Compressed spiral spring ハ Particles 相互ノ間ニ Natural form ニ復セントスル Tendency ヲ常ニ有ス、而シテ Compressed spiral spring ハ Nutural form ニナル迄ニ External work ヲ爲シ能フ、即チ Compressed spiral spring ハ Energy ヲ有ス、又高處ニアル物體ハ地球トノ Attraction ノ爲ニ常ニ低處ニ移ラントスル Tendency アリ、而シテ物體ガ低處ニ移リ行ク間ニ External forces ニ逆テ Work ヲ爲シ能フ、即チ物體ト地球トヨリ成ル System ハ Energy ヲ有ス、是等ノ Energy ハ Particles ノ Relative position ノ變化ノ Possibility ニ關係スルモノニシテ Potential energy ト云フ、Potential energy ノ量ハ現在ノ Relative position ヨリ Standard ノ Position ヘ移リ行ク間ニ External forces ニ逆テ爲シ能フ所ノ Work ノ量ナリ、或物體ノ Weight W pounds ニシテ其ノ Centre of gravity ガ或 Datum plane ヨリ h feet 上ニアル時其ノ物體ノ Potential energy, 嚴密ニ云ヘバ物體ト地球トノ System ノ Potential energy ハ W h foot-pounds ナリ、

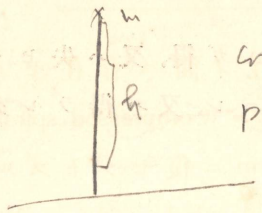
五六、 Conservation of energy.

Kinetic energy ト Potential energy トヲ Mechanical energy ト云フ、Energy ノ他ノ Form トシテ Heat energy 等アリ、

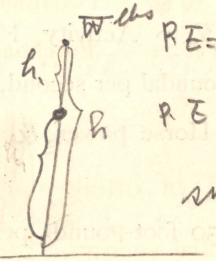
物體ノ或 System ノ Eenergy ハ、他ノ System ヨリ Energy ヲ受取リ、又ハ他ノ System ニヨリ Energy ヲ取去ラルルニアラザレハ、從令其ノ Form ヲ變ズルトモ、其ノ總量

Potential energy

或 in relative position ニ力ガ働キ居ル relative position ニ移ルトキ energy ニ有スルコト.



Cont free mg
potential energy mg h ft/pounds
m h ft/lbs.



$PE = Wh$ $K.E = 0$

$PE = W(h - h_1)$ $KE = \frac{1}{2}\frac{W}{g}2gh_1$

$v^2 = 2gh_1$

sum ハ著化ナシ

ハ Constant ナリ、而シテ System ガ得、又ハ失ヒシ Energy ノ量ハ他ノ System ニヨリ失ハレ、又ハ得ラレタル量ニ等シ、

五七、機械ノ Efficiency, 及ビ Power.

機械ハ物體ノ System ヨリ他ノ物體ノ System ヘ Energy ヲ移スモノナリ、

W ヲ Input トシ W′ ヲ Output トシ W″ ヲ Energy ノ Loss トシ E ヲ機械ノ Energy ノ增加トスレバ

$$W = W' + W'' + E$$

若シ E＝0 ナルトキ

$$W = W' + W''$$

機械ノ Efficiency ヲ μ トスレバ

$$\mu = \frac{W'}{W}$$

機械ガ單位時間ニ幾何ノ Work ヲ爲シ得ルカノ割合ヲ其ノ機械ノ Power 又ハ Activity ト云フ、Power ノ單位ハ Erg per second, Foot-poundal per second, Foot-pound per second 等ナルモ工業上ニハ Horse power 及ビ Watt 又ハ Kilowatt ガ用ヒラル、

1 H. P. = 550 foot-pounds per second.

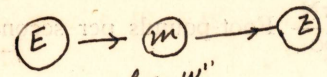
= 33000 foot-pounds per minute.

1 Watt = 10^7 ergs per second.

1 kilowatt = 10^{10} ergs per second.

Rotation ヲナセル物體ノ Angular velocity ガ N revolutions

energy ノ源
E



loss W″

W
input

W′
output

W = W′ + W″ + E.

普通機械ハ cyclic change ナレバ E = 0

∴ W = W′ + W″

efficiency = $\frac{W'}{W}$.

abs unit

erg/sec.

ft-poundal/sec.

grav unit

Kg-meter/sec.

ft-lbs/sec.

Watt.

1 watt = 10^7 erg/sec.

1 K.W = 10^{10} ergs/sec.

horse power.

1 H.P = 550 ft-lbs/sec.

= 33000 ft lbs/sec.

per minute ナル時、Torque ヲ T pound-feet トスレバ Power ハ

$$T\omega = T\frac{2\pi N}{60} \text{ Foot-pounds per second}$$

$$= T\frac{2\pi N}{60} \times \frac{1}{550} \text{ H. P.}$$

練習問題

1 1500 H. P. ヲ出シ得ル Engine ヲ有スル船ガ 20 Knots ノ Speed ヲ以テ航海シツツアリ、然ラバ Total resistance ハ何噸ナルカ、

2. 5 H. P. ノ電動機アリ、Speed 750 R. P. M. ナリ、其ノ Spindle ニ働ケル Torque ヲ求メヨ、

3. Engine 及ビ Pump ニヨリ 5 cu.-ft.-per.-sec. ノ割合ニテ 150 ft. ノ高サニ水ガ引キ揚ゲラル、此ノ Engine 及ビ Pump ノ Effective H. P. ヲ求メヨ、

4. 石炭ヲ $1\frac{1}{2}$ lbs, per H.P. per hour ノ割合ニテ消費スル Steam engine and boiler ノ Combined efficiency ヲ求メヨ、但シ此ノ Coal ノ Calorific value ハ 12500 B. T. U. ナリトス、

① 1500 H·P 20 Knots 1 Knots = 1852

毎時 1852×20 = 37040 metre

毎秒 $\frac{37040}{3600}$ = 10.28 米

1500 H·P = 1500×75 = 112500 kg-mete/sec.

total resist R ~~ton~~

∴ R = 112,500 = 112.5 噸

②

1.5
1.5
7.5
1.5
22.5

$\frac{879}{60}$

239

32.2×12

36.75
6.75
0.75
94.125

四十三
山本

第三學年 力學考査

1) 遠心力ノ意味ヲ述ベヨ

2) 慣性能率ニ関スル重要定理二ツヲ擧ゲ且之ヲ証明セヨ.

3) 質量夫々 m_1, m_2 ($m_1 > m_2$) ナル二ツノ質点ヲ滑カナル滑車ニ懸ケタル糸ノ兩端ニ結ブ時ニ質点系ノ重心ノ加速度如何.

4) 7 feet square ノ底面ノ Rectangular tank アリ又 6 feet ノ Diameter ノ Cylindrical tank アリ. 後者ノ底面ハ前者ノ底面セリモ 20 feet 上ニアリ. 最初空虚ナリシ Cylindrical tank ヘ Rectangular tank セリ水ヲ汲ミ上ゲ Cylindrical tank ハ底面ヨリ 9 feet 高サ迄充タサレタリ. 此ノ水ヲ汲ミ上ゲルニ際シ Weight ニ逆ヒテ為サレタル Work ヲ求メヨ.
但シ Rectangular tank ニ殘レル水ノ水面ハ其ノ底面セリ 2 feet ニアリ. 又水 1 cubic foot ノ重量ヲ 62.5 pounds トス.

5) 獨樂ノ心棒ヲ水平ニ支フテ糸ヲ捲キ之ヲ 10 封度重ノ張力ニテ長サ 2 呎丈ケ引離セバ獨樂ハ毎秒何迴轉スル樣ニナルカ
但シ獨樂ハ軸ニ対シテ直径 4 吋質量 3 封度ノ円板ト同一ノ慣性能率ヲ有スルモノトス.

6) 水平軸ノ周リニ自由ニ迴轉シ得ル輪軸アリ其ノ軸(半径 b)ニ糸ヲ捲キテ其端ニ錘ヲ吊ス 車(半径 a)ノ周リニ切線ノ方向ニ力 P ヲ適用セル時輪軸ガ平衡ヲ保ツトセバ力 P ヲ P' ニ減ズルトキノ錘ノ降下ノ加速度ガ

$$\frac{ab(P-P')}{I+P\frac{ab}{g}}$$

ナル事ヲ証セヨ.

但シ輪軸ノ慣性能率ヲ I トス.

郵便はがき

練習艦隊
軍艦
磯風
少尉
同
候補生
山本吐吉
殿

六、二、一〇、午

遊、度々お消息有難いいろいろと偲んではみなしくども讀
ゐへつてをりますお忙しいでやろうに感謝いたします、さてこゝ
に三四日来の準備も整いました。明二十三日出発大
阪にて例の友、山所君に会い書類を預けて天王寺の用件を
了し九時築港より乗船、彼れは渡海がはじめてとんだ感
想やら幼時より蓄積せる維国物語父の故国の土を
踏んでとうとうあらゝと菖蒲としての望！。旅行万事御想
像下さい。私は十月に入ったので今度は非勝し。然し書類
は牧野郡大津村藤村雅氏方に半月間移してきますこの
あいだに従兄が書道が得意なので細字を仕込んで貰ふこ
とにそれがため筆墨用意の出来てをりますまに合ったら
一度通信でもやっておこして下さい。新暮に口私は帰らぬと帰
りますが最勝しでる懐島師範教諭の竹馬の友であら又
学士に、この小学校々歌作詞の依頼に関しての公用出張を
利用し一服せら協会に寄るは国のりぜひらならずでる拙者も愉快
ては一同興業[illegible]清康せり[illegible]仕 早々

郵便はがき

京都府下中舞鶴
海軍機関学校
山本紐吉様

東京府下渋谷町大山六
おの茂五郎方
おの

ち

拝啓 暑熱の候 貴兄の秋風論に嘆き来る候
それ程にまで貴兄の為御便宜御奮励
せられて居られるを存じます 小生も相変らず
元気で居ます 私も今月の四日に帰京致
しました 試験の十二日から始まって居ます 今月全部
試験ですのでとても中々時代の移り眞面目に成ま
せん 毎日のんきにやって居ます 何も体御大切に
敬具