

海軍機關學校

理化學教科書力

學

卷之一

生徒第二學年

昭和四年五月



昭和四年五月

海軍機關學校長 山下巍八郎

本書ニ依リ力學ヲ修得スヘシ

第六版	昭和四年五月	全	全	岡本元治郎
第五版	大正十三年十二月	全	全	高木二郎
第四版	大正十年七月	全	全	玉井五岳
第三版	大正七年六月	全	全	玉井五岳
第二版	大正五年六月	全	全	松井喜三郎
第一版	大正二年七月	教官	海軍教授	松井喜三郎
發行年月				

本書二冊凡小學大新編六

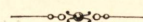
昭和四年五月

海軍對開學對策 山本

# 力 學

## 卷 之 一

### 目 次



	頁
第一編 STATICS .. .. .	I
第一章 緒論 .. .. .	I
一、力 .. .. .	I
二、剛體 .. .. .	2
三、Statics .. .. .	2
四、Vector quantity .. .. .	2
五、Parallelogram of Forces .. .. .	3
六、力ノ Moment .. .. .	5
七、Couple .. .. .	7
第二章 衆力ノ合成及ビ其ノ釣合ノ 條件 .. .. .	10
八、一直線上ノ衆力ノ合成 .. .. .	10
九、一直線上ノ衆力ノ釣合 .. .. .	10
一〇、一點ヲ通ジテ作用セル一平面上ノ衆力 ノ合成 .. .. .	10
一一、一點ヲ通ジテ作用セル一平面上ノ衆力 ノ釣合 .. .. .	13

一二、	一平面上ノ平行力ノ合成	16
一三、	一平面上ノ平行力ノ釣合	23
一四、	一點ニ會セザル且ツ平行ナラザル一平面上ノ衆力ノ合成	26
一五、	一點ニ會セザル且ツ平行ナラザル衆力ノ釣合	30
一六、	一點ヲ通ジテ作用シ一平面上ニアラザル衆力ノ合成	34
一七、	一點ヲ通ジテ作用シ一平面上ニアラザル衆力ノ釣合	35
一八、	一平面上ニアラザル平行力ノ合成	36
一九、	一平面上ニアラザル平行力ノ釣合	37
二〇、	Couple ノ合成	38
二一、	一點ニ會セザル、平行ナラザル、一平面上ニアラザル衆力ノ合成	39
二二、	一點ニ會セザル、平行ナラザル、一平面上ニアラザル衆力ノ釣合	41
二三、	總括	42
第三章	摩擦	55
二四、	摩擦	55
第四章	重心	60
二五、	平行力ノ System ノ Centroid	60
二六、	重心	61

二七、	重力ノ作用ヲ受ケ静止セル物體	68
二八、	Stability	69
第二編	KINETICS	71
第五章	KINEMATICS	71
二九、	Displacement	71
三〇、	Velocity	71
三一、	Relative velocity	73
三二、	Velocity-time diagram	75
三三、	Acceleration	76
三四、	Rectilinear motion	76
三五、	運動點ノ Angular motion	79
三六、	Curvilinear motion ノ Acceleration	81
三七、	Simple harmonic motion	84
三八、	Projectile	88
第六章	剛體ノ運動	91
三九、	運動ノ法則	91
四〇、	力ノ單位	92
四一、	Law of universal gravitation	93
四二、	Centripetal force	94
四三、	Centre of mass	96
四四、	Motion of centre of mass	97
四五、	Translation	98

四六、	Rotation	..	..	..	..	..	100
四七、	Moment of inertia	..	..	..	..	..	101
四八、	Axle reactions	..	..	..	..	..	103
四九、	Work	..	..	..	..	..	105
五〇、	Work diagram	..	..	..	..	..	109
五一、	Particles ノ System = Gravity = ヨリ 爲サル						
	ル Work	..	..	..	..	..	110
五二、	Energy	..	..	..	..	..	111
五三、	Kinetic energy	..	..	..	..	..	111
五四、	Rigid system = 對スル Work ト Energy ト						
	ノ Principle	..	..	..	..	..	114
五五、	Potential energy	..	..	..	..	..	116
五六、	Conservation of energy	..	..	..	..	..	117
五七、	機械ノ Efficiency 及 ビ Power	..	..	..	..	..	118

# 力學

## 卷之一

### 第一編

### STATICS.

#### 第一章

#### 諸論

#### 一、力、

力ハ其ノ大サト方向ト *Line of action* 上ノ一點トヲ與  
 フレバ定マル、而シテ其ノ方向ト大サトハ直線ニ鏃ヲ  
 附シテ表ハサル、其ノ直線ハ力ノ方向ニ平行ニ引カレ、  
 之ニ鏃ガ附セラレテ方向ノ Sense ガ示サレ、其ノ直線  
 ノ長サニヨリテ力ノ大サガ表ハサル、例ヘバ物體 M ニ  
 大サ F ナル力ガ直線 OX ニ沿ヒテ O ヨリ X ノ方向ヘ  
 働ケリトス、OX ニ平行ナル直線 AB ヲ畫キ、Sense ヲ示  
 ス爲メニ適當ニ鏃ヲ附スレバ是ニヨリテ力ノ方向ガ  
 表ハサレ、其ノ大サハ AB ノ長サニヨツテ表ハサル、力  
 一單位ヲ長サ m ヲ以テ表ハスモノトスレバ大サ F ヲ  
 表ハスベキ AB ノ長サハ  $Fm$  ナリ、

NEW method

1. 外力、働カキガアヲサレバ、状態ヲカク  
external force

運動、自體ヲ變ズルモノヲカク

一定速度ノ直線運動ヲトスト運動、自體ハ變ズ

速度 方向ヲ變ズルハ運動、自體ヲ變ズ

有體ヲ變ズルニハ力、知ヲ用ス

力作 → 速度ヲ變ズ → 加速度ヲ生ズ

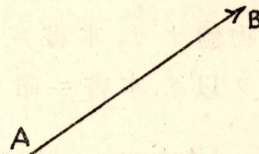
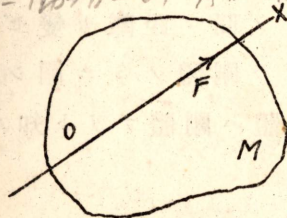
absolute motion ハ測レ知ラス

relative motion, シテ知リ得ベシ

コトヲトハスヲ知ラザルニカラス

運動、常ニ External force = 依テナリ

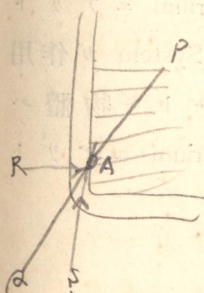
A = 依テカニシテ A カ働カキカ = アラス



(A) ← → (B) ガ互ニ引合ハスルハ 作用 = 反作用

ナド  $f = ma$  ナリ、互ニ近ズクモノ、大ナルモノハ 引キテ、小ナルモノハ 引カレテ、大ナルモノニ近ズク

Velocity カキトハ、如ク切線 tangential force = 抵抗テナリ



A = 依テカニシテ wall, pressure 等ニテアリ

此トキ 運動スルハ (依テカニシテ) 不都合ヲ生ズ

此トキ 運動人 A = 働カキ motion

external force = 依テカニシテアリカテ wall 上 A = 及ボ「ス」カニ依テテ 運動スル

力ノ大サヲ測ルベキ單位トシテ Pound, Ton, Kilogramme 等ヲ用フ、1 pound ノ力トハ Mass 1 pound ノ物體ノ重量ニ等シキ大サノ力ナリ、1 ton ノ力トハ Mass 1 ton ノ物體ノ重量ニ等シキ大サノ力ナリ、1 kilogramme ノ力トハ Mass 1 kilogramme ノ物體ノ重量ニ等シキ大サノ力ナリ、  
 カヲ加フルニ 形、大サヲ 變ゼナシ。

### 二、剛體、

剛體ハ如何ナル力ノ作用ヲ受クルモ其ノ物體ヲ組織セル Particles ノ任意ノ二ツノ間ノ距離ガ變ゼザル所ノ物體ナリ、本書ニ於テハ專ラ剛體ノミニ關シテ述ブルヲ以テ、本書ニ謂フ所ノ物體ハ剛體ナリト知ルベシ、

### 三、Statics. engineer 方面ニ關スル

物體ガ衆力ノ或ル System ノ作用ヲ受クレバ其ノ運動狀態ヲ變ズルカ、又ハ Equilibrium ニアリ、運動狀態ノ變ゼラレル場合ハ Mechanics ノ内ノ Kinetics ナル項目ノ下ニ論ゼラレ、Equilibrium ハ Statics ナル項目ノ下ニ論ゼラル、物體ガ衆力ノ或ル System ノ作用ヲ受ケテ Equilibrium ニアルトキ、是等ノ衆力ガ亦 Equilibrium ニアリト云フ、例ヘバ靜止セル物體ニ衆力ノ或ル System ガ作用シテ猶ホ其ノ物體ガ靜止ノ狀態ニアルトキ物體ハ Equilibrium ニアリト云ヒ、亦衆力ガ Equilibrium ニアリト云フ、

### 四、Vector quantity.

力ノ如ク大サト方向トヲ有スル量ヲ Vector quantity ト

力ハ 大サ } 方向 } 力ハ direction specify せん。

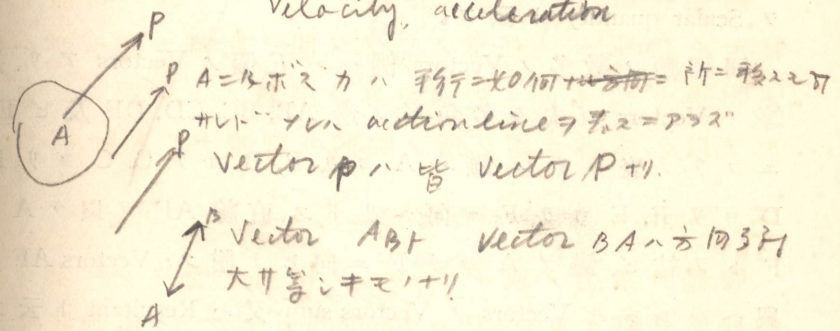
方向 direction (sense 方向)

大サ magnitude } 方向 sense } 力ハ specify せん  
 line of action

action line, point of application 力ノ direction = 平行ナリ  
 直線, point of application, action line 上ノ任意ノ  
 上ニトルモ 等シキ

Vector ----- magnitude & direction ヲ有スル  
 力、大サ、方向 = ヲリテ specify せん

Velocity, acceleration



mass --- 1kg } 力ハ 1kg  
 force --- 1kg }

mass --- 1kg } 地球ノ 引力ヲ force として  
 force --- weight

1kg, 質量ハ 水ノ 最大ノ 密度ヲ 有スルモノニ 等シ  
 最大密度 1g/cm<sup>3</sup> 水ノ 1kg 質量  
 不便ヲ 生ズル  
 副標準的 = 作リ 銅ヲ unit mass として

meter 地球ノ 半径 (北極ト 赤道ト 間ノ 距離) 1/40000000 71 meter



云フ、鏃ヲ附シタル直線ニヨリテ之ヲ表ハスコトヲ得、其ノ直線ハ其ノ Vector quantity ノ方向ニ平行ニ引カレ、鏃ニヨリ其ノ Sense ガ表ハサレ、其ノ大サハ其ノ直線ノ長サニヨリテ表ハサル、前節ノ圖ニ示セル Vector ヲ Vector AB ト呼ブ、Vector AB ト Vector BA トハ其ノ大サ等シク方向反對ナリ、

物體ノ容積ノ如ク大サノミニテ Specify セラルル量ヲ Scalar quantity ト云フ、

同種類ノ數多ノ Vectors 例ヘバ五個ノ Vectors アリ、是等ノ Vectors ガ夫々多角形ノ邊 AB, BC, CD, DE 及ビ EF ニヨリテ表ハサレ、鏃ハ A ヲリ B, B ヲリ C, C ヲリ D, D ヲリ E, E ヲリ F ニ向ヘリトス、直線 AF ヲ以テ A ト F トヲ結び、鏃ヲ A ヲリ F ニ向ヒテ附ス、Vectors AF ヲ與ヘラレタル Vectors ノ Vectors sum 又ハ Resultant ト云フ、多角形 ABCDEF ヲ Vector polygon ト云フ、

### 五、Parallelogram of Forces.

ニツノ Concurrent forces アリ、其ノ大サヲ夫々  $F_1, F_2$  トシ、Action lines ヲ夫々 PL, PM トシ、OA ヲ以テ力  $F_1$  ノ Vector トシ、AC 或ハ OB ヲ以テ力  $F_2$  ノ Vector トス、Vector OC ハ Vector OA ト Vector AC 或ハ OB トノ Vector sum ナリ、

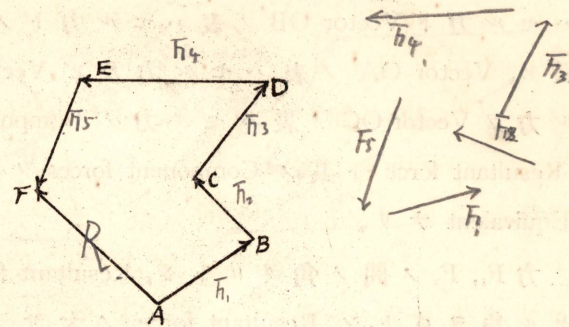
ニツノ Concurrent forces  $F_1, F_2$  ガ同時ニ一物體ニ働キテ生ズル Effect ハ Vector OC ニヨリテ表ハサルベキ一ツノ力ガ P 點ヲ通ジテ其ノ物體ニ働キテ生ズル Effect  $F_1, F_2$  ガ一物ニ働ク物體ニ  $F_1, F_2$  / vector sum ヲ magnitude & direction トシ、 $F_1, F_2$  ト concurrent ナリ

$|kg, mas = \text{重さ}$  地球引カヲ  $|kg, rts = \text{重さ}$   
引カハ位置ニ依リテ変ル 普通 緯度  $45^\circ$  海面上ニ於テ  
地球引カヲ單位トス

二、gravitational unit 重力單位

dyn --- absolute unit 絶対單位

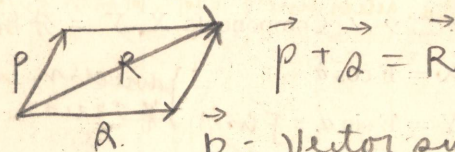
1gr. カハ 980.6 dynes 1 カナリ



AF --- vector sum resultant

Vector sum, vector, 順序ニ關係セズ  
通常ニ一定ノ方向ニ於テ

ABCDE F ヲ Vector, 多角形トス



$R = \text{vector sum, geometrical sum.}$

$P, Q$  ヲ  $R$  の component トス

$R$  ヲ  $P, Q$  の resultant トス

ト同一ナリ、

上述ノ事ハ通常 Law of the parallelogram of forces トシテ知ラルモノニシテ平行四邊形 OACB ヲ Parallelogram of forces ト云フ、Vector OC ノ表ハセルカヲ Vector OA ノ表ハセルカト Vector OB ノ表ハセルカトノ Resultant force ト云ヒ、Vector OA ノ表ハセルカ及ビ Vector OB ノ表ハセルカヲ Vector OC ノ表ハセルカノ Component forces ト云フ、Resultant force ト其ノ Component forces ノ System トハ互ニ Equivalent ナリ、

二力  $F_1, F_2$  ノ間ノ角ヲ  $\theta$  トシ、Resultant force ガ力  $F_1$  トナセル角ヲ  $\phi$  トシ、Resultant force ノ大サヲ  $R$  トスレバ Resultant force ノ大サト方向トハ次式ニテ定メラル、

$$\begin{cases} R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \theta} \\ \tan \phi = \frac{F_2 \sin \theta}{F_1 + F_2 \cos \theta} \end{cases}$$

*action line* ヲアウベキヲ  $F_1, F_2$  ト concurrent.

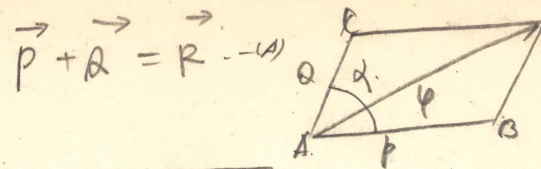
一ツノカヲ是ト Equivalent ナル Component forces ニ分解スルニ、其ノ Component forces ハ幾組モアリ、一ツノ力  $F$  ヲ互ニ直角ナル二ツノ Components  $X, Y$  ニ分解スレバ

$$\begin{cases} X = F \cos \alpha \\ Y = F \sin \alpha = F \sin \beta \end{cases}$$

*direction cosine* ヲ 算ジテモ +  $\alpha$ .

[例一] 二ツノ Concurrent forces  $F_1, F_2$  アリ、 $F_1=20$  lbs.,  $F_2=30$  lbs., 其ノ間ノ角  $\theta=65^\circ$ , 是等二力ノ Resultant ノ大サ  $R$ , 及ビ Resultant ガ  $F_1$  ナルカトナセル角  $\phi$  ヲ求ムレバ

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \theta} \\ &= \sqrt{20^2 + 30^2 + 2 \times 20 \times 30 \times \cos 65^\circ} \\ &= 42.5 \text{ lbs.} \end{aligned}$$

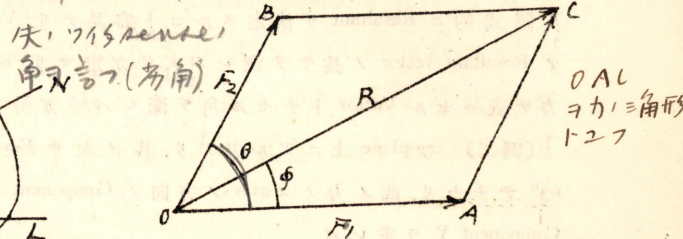
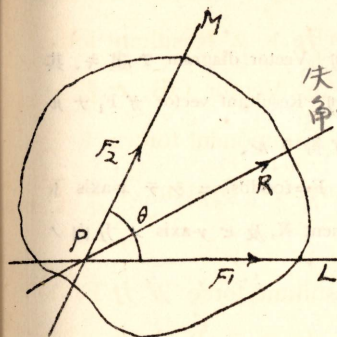


$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R} \quad \dots (A)$$

$$(B) \dots \begin{cases} R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha} \\ \phi = \tan^{-1} \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} \end{cases}$$

(A) 1 (B) 1 同式ヲ用テ  
(A) 1 vector 式 (B) 1 三角式

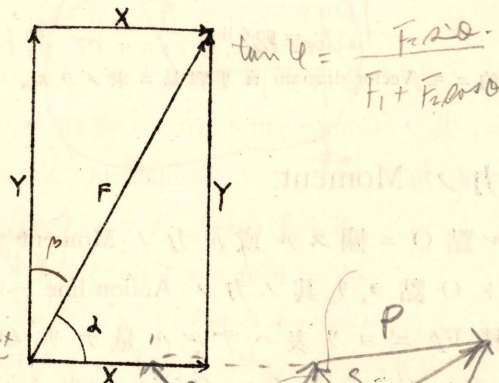
ニツノ vector ノ角トハ ( $F_1, F_2$  間ノ角)  $\theta$    
ニツツテ ( $\angle OAC$ ) 角トシ



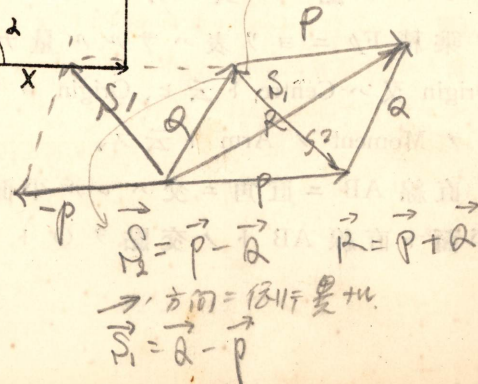
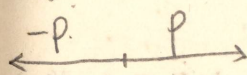
$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \angle OAC$$

$\cos \angle OAC = -\cos \alpha$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha}$$



大サ等シ方向反  
対ニ vector  
一符号ヲ付シテ



力 學

$$\begin{aligned} \cos \phi &= \frac{F_1 + F_2 \cos \theta}{R} \\ &= \frac{20 + 30 \cos 65^\circ}{42.5} \\ &= 0.7689 \\ \phi &= 39^\circ 40' \end{aligned}$$

圖式的 = Resultant を決定スルコト容易ナリ、Vector diagram を畫キ、其ノ Resultant vector ノ長サヲ測レバ大サガ定マリ、Resultant vector ガ  $F_1$  ナル力ヲ表ハセル Vector トナセル角ヲ測レバ  $\phi$  ガ得ラル、

[例二]  $xy$ -plane 上ニアル力アリ、其ノ大サ  $F=100$  lbs. ニシテ  $x$ -axis ト  $65^\circ$  ナナセリ、此ノ力ノ  $x$ -axis ノ方向ノ Component X、及ビ  $y$ -axis ノ方向ノ Component Y ヲ求レバ

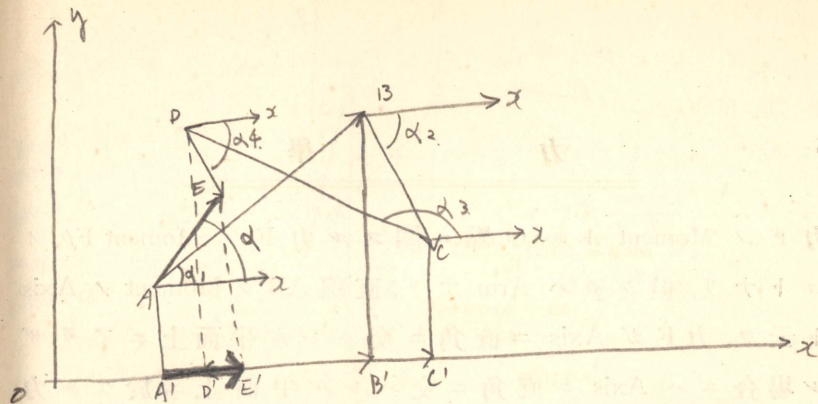
$$\begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ &= 100 \cos 65^\circ \\ &= 42.3 \text{ 磅} \\ Y &= F \sin \alpha \\ &= 100 \sin 65^\circ \\ &= 90.6 \text{ lbs.} \end{aligned}$$

圖式的 = モ Vector diagram ヨリ容易ニ求メラル、

六、力ノ Moment.

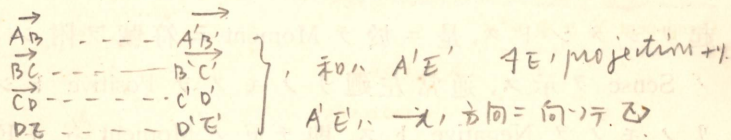
或ル點  $O$  = 關スル或ル力ノ Moment トハ其ノ力ノ大サ  $F$  ト  $O$  點ヨリ其ノ力ノ Action line へノ垂直距離  $\rho$  トノ乘積  $F\rho$  ニヨリ表ハサル量ナリ、 $O$  點ヲ Moment ノ Origin 又ハ Centre ト云ヒ、Origin ヨリ Action line へノ距離  $\rho$  ヲ Moment ノ Arm ト云フ、

直線  $AB$  = 直角ニ交ハレル平面上ニ力  $F$  アリ、其ノ平面ト直線  $AB$  トノ交點ヲ  $O$  トス、直線  $AB$  = 關スル

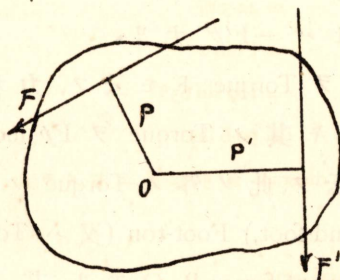


OX 上ニ投影スル  $AB, BC, CD, DE$ 、vector、orthogonal projection  
ヲ加スルハ (正射写)

多クノ Vectors、任意ノ方向ニテ其ノ projection、和 (algebraic sum) resultant、其ノ方向 = 投影ノ projection = 等シ



- $AB$  —  $V_1$
- $BC$  —  $V_2$
- $CD$  —  $V_3$
- $DE$  —  $V_4$
- $AE$  —  $R$



$$V_1 \cos \alpha_1 + V_2 \cos \alpha_2 + V_3 \cos \alpha_3 + V_4 \cos \alpha_4 = R \cos \alpha$$

$$\sum V_i \cos \alpha_i = R \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = 1$$

projection component = 1

0y, 方向 = 正ニヨリ

力  $F$  ノ Moment トハ  $O$  點ニ關スル力  $F$  ノ Moment  $Fp$  ノ  
 コトナリ、但シ  $p$  ハ Arm ナリ、直線  $AB$  ヲ Moment ノ Axis  
 ト云フ、力  $F$  ガ Axis ニ直角ニ交ハレル平面上ニアラザ  
 ル場合ニハ Axis ニ直角ニ交ハレル平面上ニ於ケル力  
 $F$  ノ分力  $F'$  ノ Moment ヲ以テ其ノ Axis (ニ關スル  $F$  ノ  
 Moment トス、力ノ Moment ハ Origin 又ハ Axis ニ對シ廻轉  
 Originヲ選ルハ Momentハ同ク廻轉モトスルナリ、  
 セントスル Tendency ヲ Measure スルモノナリ、

圖ニ於テ力  $F$  ハ Axis ニ對シ左廻リノ廻轉ヲ起サシ  
 メントシ、力  $F'$  ハ同一ノ Axis ニ對シ右廻リノ廻轉ヲ  
 起サシメントス、是ニ於テ Moment ニ符號ヲ附シテ廻轉  
 ノ Sense ヲ示ス、通常左廻リノモノヲ Positive トシ、右廻  
 リノモノヲ Negative トス、即チ  $F$  ノ Moment ハ  $+Fp$  ニシ  
 テ、 $F'$  ノ Moment ハ  $-F'p'$  ナリ、

力ノ Moment ヲ Torque トモ云フ、力ガ  $F$  pounds, Arm ガ  
 $p$  inches ナルトキ其ノ Torque ヲ  $Fp$  inch-pounds (又ハ  $Fp$   
 pound-inches) ト云フ、此ノ外ノ Torque ノ單位トシテ Foot-  
 pound (又ハ Pound-foot,) Foot-ton (又ハ Ton-foot) 等アリ、

二ツノ Concurrent forces  $P, Q$  アリ、其ノ Resultant ヲ  $R$  ト  
 ス、是等二力ノ平面上ノ任意ノ點ヲ  $O$  トス、 $O$  點ニ關  
 スル  $P, Q$  ノ Moments ノ代數和ハ  $R$  ノ其ノ點  $O$  ニ關ス  
 ル Moment ニ等シ、即チ  $P, Q, R$  ノ  $O$  點ニ關スル Moments  
 ノ Arm ヲ夫々  $p, q, r$  トスレバ

$$Pp + Qq = Rr.$$

$A$  點ヲ共通ノ Point of application トシ、 $AB, AC, AD$  ヲ  
 夫々  $P, Q, R$  ノ Action lines ナリトシ、且ツ夫々ノ Vectors

Direction cosines 方向餘弦

$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$   
 $\cos \alpha = \frac{x}{r}$   
 $\cos \beta = \frac{y}{r}$   
 $\cos \gamma = \frac{z}{r}$   
 $r^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$   
 $\cos \alpha = \frac{x_1 - x_2}{r}$   
 $\cos \beta = \frac{y_1 - y_2}{r}$   
 $\cos \gamma = \frac{z_1 - z_2}{r}$   
 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

ヲ表ハセルモノトス、OトAトヲ結ブ、OAヲ $l$ トス、是等ノ力ノ平面上ニ於テ直線KAヲ引キ、OAトA點ニテ直角ニ交ハラシム、AB、AC、ADガAKトナセル角ヲ夫々 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\theta$ トス、然ルトキ

$$P \cos \alpha + Q \cos \beta = R \cos \theta.$$

$l$ ヲ上式ノ兩邊ニ乗ズレバ

$$Pl \cos \alpha + Ql \cos \beta = Rl \cos \theta.$$

然ルニ

$$l \cos \alpha = p, \quad l \cos \beta = q, \quad l \cos \theta = r.$$

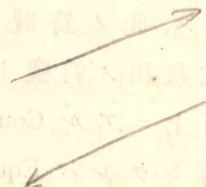
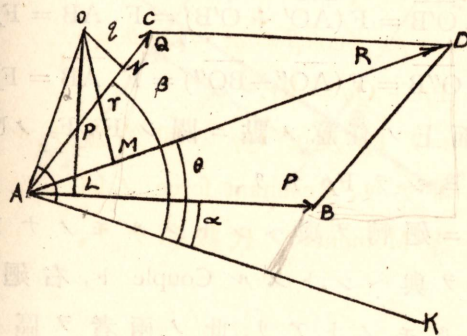
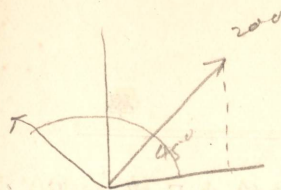
$$\therefore Pp + Qq = Rr.$$

O點ノ位置ニヨリ  $Pp$  及ビ  $Qq$  ハ同符號ナルコトアリ、異符號ナルコトアリ、Resultant force ノ同一ノ點ニ關スル Moment ハ是等 Moments ノ代數和ナリ、

## 七、Couple.

大サ等シク、方向反對ニシテ、同一直線上ニアラザル二ツノ力ヨリ成ル Pair ヲ Couple ト云フ、是等二力ノ平面上ノ任意ノ點ニ關シ是等二力ノ Moments ノ代數和ハ一定ニシテ、其ノ價ハ其ノ一力ノ大サト二力ノ Action lines 間ノ距離トノ乘積ニ等シ、此ノ乘積ヲ Couple ノ Moment ト云ヒ、Action lines 間ノ距離ヲ Couple ノ Arm ト云フ、

$F_1$ 、 $F_2$  ヲ Couple ヲ成セル二ツノ力トス、其ノ Action lines 間ノ距離ヲ  $p$  トス、 $F_1$ 、 $F_2$  ノ横ハレル平面上ノ任意ノ點ヲ O トス、O ヲヨリ Action lines へ引ケル垂線ヲ OAB



トス、A、Bハ夫々此ノ直線ト  $F_1$  及ビ  $F_2$  ノ Action lines  
トノ交點ナリ、O 點ニ關シ  $F_1, F_2$  ノ Moments ノ代數和ヲ  
求ムレバ

$$-F_1 \cdot \overline{OA} + F_2 \cdot \overline{OB} = F(\overline{OB} - \overline{OA}) = F \cdot \overline{AB} = Fp.$$

但シ  $F_1 = F_2 = F$

$F_1, F_2$  ノ平面上ノ任意ノ點  $O'$  及ビ  $O''$  ノ如キ位置ニアル  
點ニ關シ  $F_1, F_2$  ノ Moments ノ代數和ヲ作レバ、夫々

$$F_1 \cdot \overline{AO'} + F_2 \cdot \overline{O'B} = F(\overline{AO'} + \overline{O'B}) = F \cdot \overline{AB} = Fp$$

$$F_1 \cdot \overline{AO''} - F_2 \cdot \overline{O''B} = F(\overline{AO''} - \overline{BO''}) = F \cdot \overline{AB} = Fp.$$

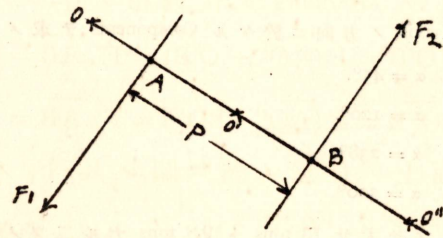
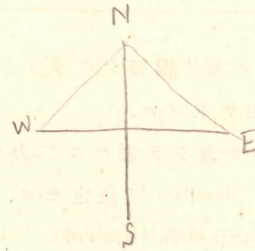
即チ  $F_1, F_2$  ノ平面上ノ任意ノ點ニ關シ  $F_1, F_2$  ノ Moments  
ノ代數和ハ一定ニシテ  $Fp$  ナリ、

Couple ハ物體ニ廻轉ヲ與ヘントスルモノナリ、而シ  
テ左廻リノ廻轉ヲ與ヘントスル Couple ト、右廻リノ廻  
轉ヲ與ヘントスルモノトアリ、此ノ兩者ヲ區別シテ  
Moment ニ符號ヲ附ス、左廻リノモノヲ Positive トシ、右  
廻リノモノヲ Neagative トナス、此ノ符號ハ前述セル  
Couple ノ二力ノ Moments ノ代數和ノ符號ト一致ス、

同一平面上又ハ平行平面上ニアル Couple ハ其等ノ  
Moments ノ大サ及ビ符號ガ等シケレバ Equivalent ナリ、

練習問題

1. ABCD ハ正方形ナリ、對角線 AC, BD ナ引ク、正方形ノ面ハ水平面  
ナリトス、Vector AC ガ東方ヘ働ケル5 斤ノ力ヲ表ハシ、Vector BD ガ北方  
ヘ働ケル5 斤ノ力ヲ表ハセルモノトスレバ Vectors AD, DC, BA ハ如何ナル  
力ヲ表ハセルカ、



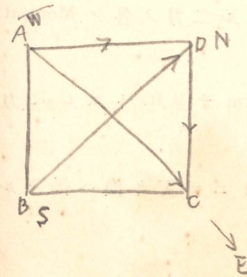
Handwritten calculations:  

$$\frac{3}{2} \sqrt{5}$$

$$\frac{42}{2} = 21$$

$$\frac{243}{469}$$

$$\frac{1329}{59100}$$



AD ----- magnitude  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  direction North east  
 DC ----- " " 東南  
 BA ----- " " 西北

2. ニツノ Vectors アリ、其ノ大サ相等シクシテツナリ、其ノ間ノ角  $60^\circ$  ナリ、是等ニツノ Vectors ノ和ヲ求メヨ、

3. P, Q ハ物體 M ノ一 點 O ヲ通シテ働ケルニカナリ、是等ニカノ間ノ角  $\theta$  トス、次ノ各ノ場合ノ Resultant ヲ決定セヨ、

(a)  $P = 125$  pounds,  $Q = 50$  pounds,  $\theta = 110^\circ$ .

(b)  $P = 25$  grammes,  $Q = 36$  grammes,  $\theta = 63^\circ 20'$ .

4. OX, OY ハ直角ニ交ハレル Co-ordinates ノ Axes ナリ、XY 平面上ニアリテ X-axis ト  $\alpha$  ナル角ヲナセル力アリ、其ノ大サ F ナリ、次ノ各ノ場合ニ於ケル X-axis 及ビ Y-axis ノ方向ニ於ケル Components ヲ求メヨ、

(a)  $F = 200$  pounds,  $\alpha = 45^\circ$ .

(b)  $F = 200$  pounds,  $\alpha = 120^\circ$ .

(c)  $F = 200$  pounds,  $\alpha = 238^\circ$ .

(d)  $F = 200$  pounds.  $\alpha = 300^\circ$ .

5. 20 tons ノ力アリ、之ヲ大サ 13 tons ト 9.8 tons ナルニツノ Components ニ分タントス、是等 Components ノ方向如何、

6. 150 kilogrammes ノ力アリ、之ヲ一分力ハ與ヘラレタルカト  $20^\circ$  ノ角ヲナスモノトシ、他ノ一分力ハ其ノ大サヲ最小ナラシムル様ニ分タントス、是等二分力ヲ決定セヨ、

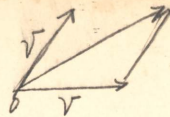
7. ABCD ハ  $6\frac{1}{2}$  feet ノ邊ヲ有スル正方形ナリ、 $P=5$  tons ハ A ヨリ D ニ向ヒテ働キ、 $Q=3\frac{1}{2}$  tons ハ A ヨリ B ニ向ヒテ働ケリ、其ノ Resultant ノ C 點ニ關スル Moment ヲ求メヨ、

8.  $60^\circ$  ノ角ヲ以テ交ハレルニカ 18 pounds, 12 pounds ノ Resultant ノ Action line ノ位置ヲ定メヨ、又 Resultant ノ Action line 上ニテ共通ノ Point of application ヨリ 4 feet 隔タレル點ニ關シ與ヘラレタルニカノ各ノ Moment ヲ求メヨ、

9. Moment ガ 6750 ft-lbs. ナル Couple アリ、Arm 9 ft. トスレバ力ノ大サ幾何ナルカ、

10. 一ツノ力ヲ他ノ一カト一ツノ Couple トニテ置き換ヘ得ラルルコトヲ示セ、

(2)



vector sum =  $R = \sqrt{v^2 + a^2 + 2va \cos \theta}$

$R = \sqrt{v^2 + a^2 + 2va \cos \theta}$   $R = \sqrt{2v^2 + 2v^2 \cos 60^\circ}$

$\therefore R = v \sqrt{2(1 + \frac{1}{2})} = \sqrt{3} v = 1.732 v$

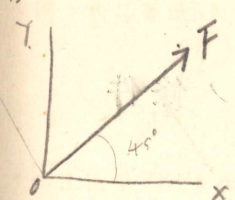
$\theta = 30^\circ$

(3)

$R_1 = \sqrt{125^2 + 50^2 + 2 \times 125 \times 50 \times \cos 110^\circ} = \sqrt{17125 - 2 \times 6250 \times 0.342} = 109.1 \dots$

$R_2 = \sqrt{25^2 + 36^2 + 2 \times 25 \times 36 \times \cos 63^\circ 20'} = \sqrt{625 + 1300 \times 2 \times 25 \times 36 \times 0.449} = 45.2 \dots$

(4)



$x \dots 200 \cos 45^\circ = 141.44 = \frac{200}{\sqrt{2}}$

$y \dots 200 \sin 45^\circ = 141.44 = \frac{200}{\sqrt{2}}$

$x \dots F \cos 60^\circ = 200 \times \frac{1}{2} = 100$

$y \dots F \sin 60^\circ = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 173.2$

$x \dots F \cos 58^\circ = 200 \times 0.53 = 106$

$y \dots F \sin 58^\circ = 200 \times 0.848 = 169.6$

(5)

$x \dots F \cos 300^\circ = 200 \cos 60^\circ = 100$

$y \dots F \sin 300^\circ = 200 \sin 60^\circ = -173.2$

Component 1 + 2 成分  $R = \sqrt{13^2 + 9.8^2} = 16.0 = \frac{400 - 265.04}{2 \times 13 \times 9.8}$

$= \frac{134.96}{13 \times 19.6} = 0.532$

$\theta = 51^\circ 20'$

$\sin \theta = \frac{13 + 9.8 \cos \theta}{20} = \frac{13 + 9.8 \times 0.532}{20} = 0.3458 \theta = 20^\circ 10'$

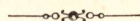
$\theta = 51^\circ 20' - 20^\circ 10' = 31^\circ 10'$

(6)

Diagram showing a square ABCD with forces P and Q acting from vertex A towards vertices D and B respectively. The resultant force R is shown acting from A towards the center of the square. The diagram includes various geometric lines and angles to illustrate the vector addition and the resulting moment about point C.

## 第二章

## 衆力ノ合成及ビ其ノ釣合ノ條件



## 八、一直線上ノ衆力ノ合成、

$F_1, F_2, F_3$  等ガ同一ノ Action line 上ニアルトキ Resultant R ハ次ノ式ニテ定メラル

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \dots \\ = \Sigma F.$$

但シ  $\Sigma F$  ハ  $F_1, F_2, F_3$  等ノ内一方へ向ヘルモノヲ Positive トシ、他方へ向ヘルモノヲ Negative トセル代數和ナリ、 $\Sigma F$  ノ符號ニヨリ Resultant ノ方向ハ定マル、

## 九、一直線上ノ衆力ノ釣合、

一直線上ノ衆力ガ釣合ヘルトキ

$$\Sigma F = 0.$$

## \*一〇、一點ヲ通シテ作用セル一平面上ノ衆力ノ合成、

1° Graphical composition.

AB, BC, CD, DE ヲ與ヘラレタル諸力ノ Vectors トシ Action lines ヲ夫々  $ab, bc, cd, de$  トス、O 點ヲ共通ノ Point of application トス、Parallelogram of forces ノ法則ニヨリ AB,



BC ノ表ハセルニ力ノ Resultant ノ Vector ハ AC ニシテ、  
 其ノ Action line ハ O ヲ通ジ AC ニ平行セル線  $ac$  ナリ、  
 Vectors AC ト CD トノ Vectors sum AD ハ Vectors AC, CD  
 ノ表ハセルニ力ノ Resultant 即チ Vectors AB, BC, CD ノ  
 表ハセル三力ノ Resultant ヲ表ハス、其ノ Action line ハ O  
 ヲ通ジ AD ニ平行ナル線  $ad$  ナリ、同様ニシテ Vectors  
 AE ハ Vectors AD, DE ノ和即チ Vectors AB, BC, CD, DE  
 ノ和ニシテ與ヘラレタル四ツノ力ノ Resultant ヲ表ハ  
 ス、而シテ其ノ Action line ハ O ヲ通ジ AE ニ平行ナル  
 線  $ae$  ナリ、

2° Algebraic composition.

$F_1, F_2, F_3$  等ヲ與ヘラレタル諸力トシ、是等ノ諸力ノ  
 平面上ニ Rectangular co-ordinate axes ヲ置キ、與ヘラレ  
 タル諸力ヲ兩軸ノ方向ニ分解ス、 $F_{1,x}, F_{2,x}, F_{3,x}$  等ヲ夫々  $F_1,$   
 $F_2, F_3$  等ノ  $x$ -axis ノ方向ノ Component トシ、 $F_{1,y}, F_{2,y}, F_{3,y}$  等  
 ヲ夫々  $F_1, F_2, F_3$  等ノ  $y$ -axis ノ方向ノ Component トス、 $R_x$   
 及ビ  $R_y$  ヲ夫々 Resultant ノ  $x$ -axis 及ビ  $y$ -axis ノ方向ノ  
 Component トス、然ルトキハ  $R_x$  ハ  $F_{1,x}, F_{2,x}, F_{3,x}$  等ノ代數  
 和ヨリ成リ  $R_y$  ハ  $F_{1,y}, F_{2,y}, F_{3,y}$  等ノ代數和ヨリ成ル、即チ

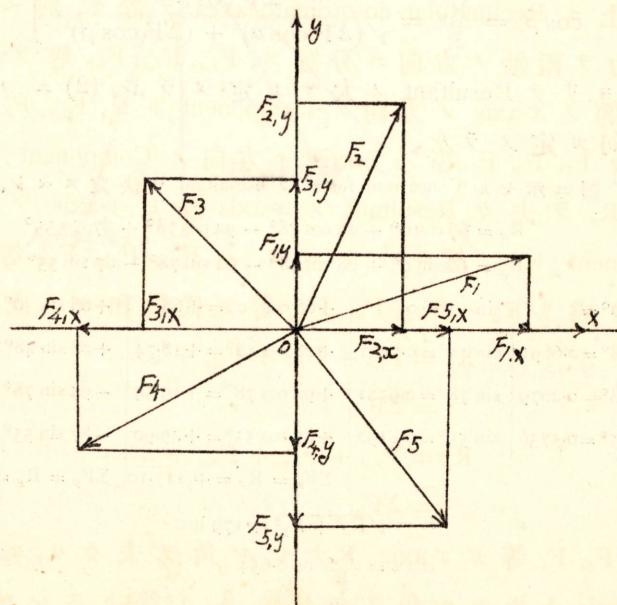
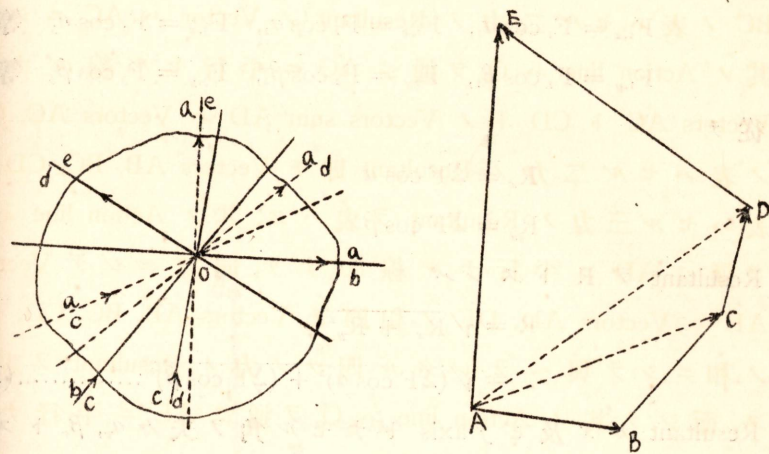
$$R_x = F_{1,x} + F_{2,x} + F_{3,x} + \dots$$

$$= \Sigma F_x$$

$$R_y = F_{1,y} + F_{2,y} + F_{3,y} + \dots$$

$$= \Sigma F_y$$

$F_1, F_2, F_3$  等ガ  $x$ -axis トナセル角ヲ夫々  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  等ト  
 シ、 $y$ -axis トナセル角ヲ夫々  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  等トスレバ



$$F_{1,x} = F_1 \cos \alpha_1, \quad F_{2,x} = F_2 \cos \alpha_2, \quad F_{3,x} = F_3 \cos \alpha_3 \quad \text{等}$$

$$F_{1,y} = F_1 \cos \beta_1, \quad F_{2,y} = F_2 \cos \beta_2, \quad F_{3,y} = F_3 \cos \beta_3 \quad \text{等}$$

從テ

$$R_x = \Sigma F \cos \alpha$$

$$R_y = \Sigma F \cos \beta$$

Resultant フ R トスレバ

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$= \sqrt{(\Sigma F \cos \alpha)^2 + (\Sigma F \cos \beta)^2} \dots\dots\dots (1)$$

Resultant ガ x 及 y-axis トナセル角ヲ夫々  $\alpha_r, \beta_r$  トスレバ

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_r &= \frac{R_x}{R} = \frac{\Sigma F \cos \alpha}{\sqrt{(\Sigma F \cos \alpha)^2 + (\Sigma F \cos \beta)^2}} \\ \cos \beta_r &= \frac{R_y}{R} = \frac{\Sigma F \cos \beta}{\sqrt{(\Sigma F \cos \alpha)^2 + (\Sigma F \cos \beta)^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(1) ニヨリテ Resultant ノ大サガ定メラレ、(2) ニヨリテ其ノ方向ガ定メラル、

〔例〕 圖ニ示セル Concurrent forces ノ Resultant テ決定スベシ、

$$R_x = 68 \cos 0^\circ + 28 \cos 48^\circ - 94 \cos 78^\circ + 87 \cos 55^\circ$$

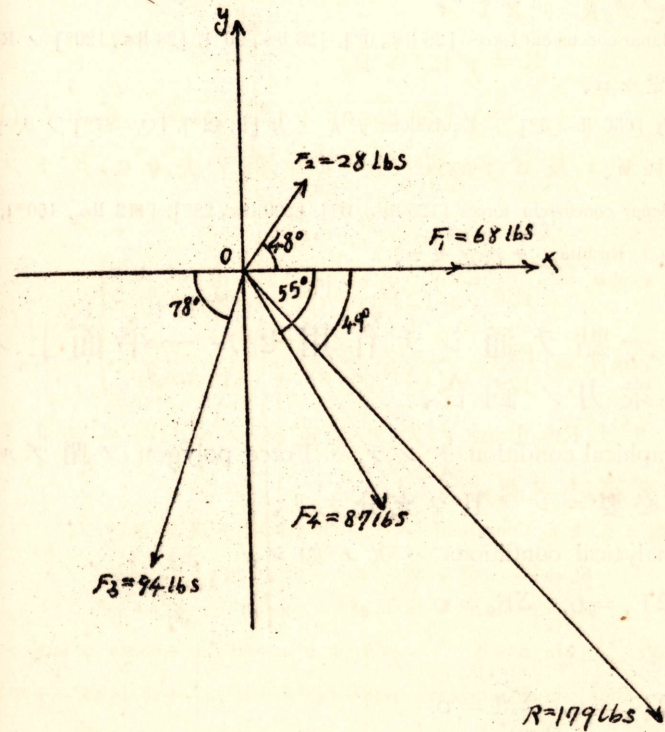
$$R_y = 68 \sin 0^\circ + 28 \sin 48^\circ - 94 \sin 78^\circ - 87 \sin 55^\circ$$

$\cos 0^\circ = 1$	$\sin 0^\circ = 0$	$+68 \cos 0^\circ = +68$	$+68 \sin 0^\circ = 0$
$\cos 48^\circ = 0.6691$	$\sin 48^\circ = 0.7431$	$+28 \cos 48^\circ = +18.74$	$+28 \sin 48^\circ = +20.81$
$\cos 78^\circ = 0.2079$	$\sin 78^\circ = 0.9781$	$+94 \cos 78^\circ = +19.54$	$-94 \sin 78^\circ = -91.94$
$\cos 55^\circ = 0.5736$	$\sin 55^\circ = 0.8192$	$+87 \cos 55^\circ = +49.90$	$-87 \sin 55^\circ = -63.90$
		$\Sigma F_x = R_x = +117.10$	$\Sigma F_y = R_y = -135.03$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \doteq 179 \text{ lbs.}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} \doteq 0.654$$

$$\alpha = 49^\circ.$$



$R_x$  は Positive ニシテ  $R_y$  は Negative ナリ、故ニ角  $\alpha$  は圖ニ示セル如キ角ナリ、 $R$  ノ Action line ハ共通ノ Point of application ヲ通ズ、

練習問題

次ニ掲クル問題ニ於テ例ヘバ [28 lbs., 120°] トアルハ力ノ大サ 28 lbs. ニシテ其ノ Vector ガ或ル一定方向トナセル角ガ Counter-clockwise ニ測ラレテ 120° ナリトノ意味ナリ、

1. Coplanar concurrent forces [28 lbs., 0°], [28 lbs., 90°], [28 lbs., 120°] ノ Resultant ヲ決定セヨ、
2. 一力 [650 lbs., 0°] ト Equivalent ナルニ力 [P, 42°], [Q, -87°] ノ大サ P, Q ヲ決定セヨ、
3. Coplanar concurrent forces [125 lbs., 0°], [230 lbs., 28°], [112 lbs., 160°], [85 lbs., 230°] ノ Resultant ヲ決定セヨ、

一、一點ヲ通シテ作用セル一平面上ノ衆力ノ釣合、

1° Graphical condition トシテハ Force polygon ノ閉ヅルコトガ必要ニシテ且ツ充分ナリ、

2° Analytical conditions ハ次ノ如シ、

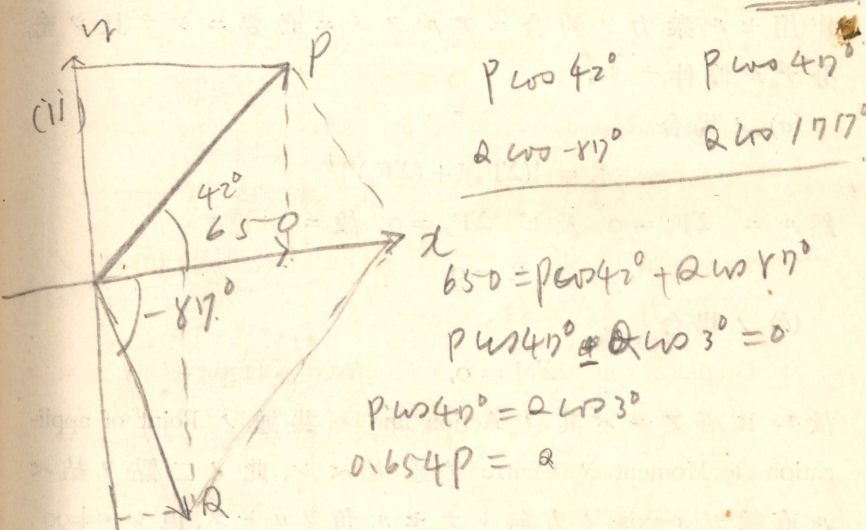
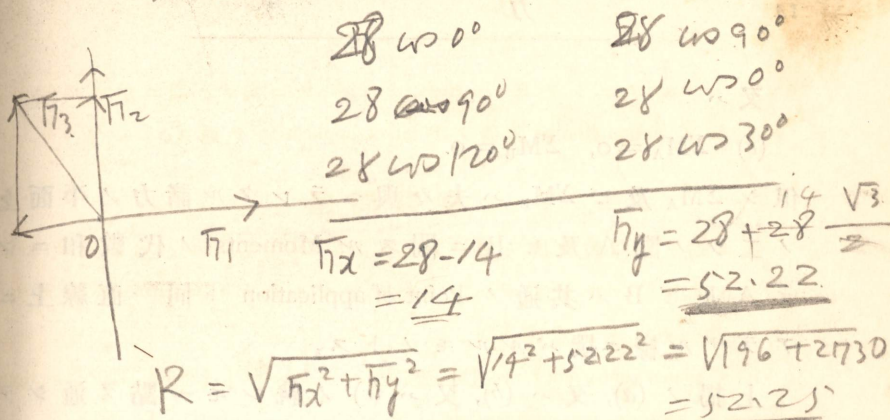
(a)  $\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0.$

又ハ

(b)  $\Sigma F_x = 0, \Sigma M = 0.$

但シ  $\Sigma M$  ハ 諸力ノ平面上ニテ共通ノ Point of application 以外ノ一點ニ關スル Moment ノ代數和ナルモ、共通ノ Point of application ト Moment ノ Centre トヲ結ベル直線ガ x-axis ノ方向ト直角ナラザル様ニ Moment ノ Centre ヲ撰ブベキモノトス、

(1)  $F_1 = 28 \text{ lbs. } 0^\circ$   
 $F_2 = 28 \text{ lbs. } 90^\circ$   
 $F_3 = 28 \text{ lbs. } 120^\circ$



又ハ

(c)  $\Sigma M_A = 0, \Sigma M_B = 0.$

但シ  $\Sigma M_A$  及ビ  $\Sigma M_B$  ハ夫々與ヘラレタル諸力ノ平面上ノ二ツノ點 A 及ビ B ニ關スル Moments ノ代數和ニシテ A 及ビ B ハ共通ノ Point of application ト同一直線上ニアラザル様ニ撰バルルモノトス、

上掲ノ (a), 又ハ (b), 又ハ (c) ノ孰レモ一點ヲ通シテ作用セル衆力ノ釣合ニアルタメニ必要ニシテ且ツ充分ナル條件ナリ、

(a) ノ場合

$$R = \{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2\}^{\frac{1}{2}}$$

然ルニ  $\Sigma F_x = 0$  及ビ  $\Sigma F_y = 0$  故ニ

$$R = 0$$

(b) ノ場合

$$\Sigma M = 0,$$

故ニ R ガアラバ其ノ Action line ハ共通ノ Point of application ト Moment ノ Centre ヲ通ズベシ、此ノ二點ヲ結ベル直線ガ x-axis ノ方向トナセル角ヲ  $\alpha$  トス、但シ  $\alpha \neq 90^\circ$ ,

$$R_x = R \cos \alpha = \Sigma F_x$$

然ルニ

$$\Sigma F_x = 0$$

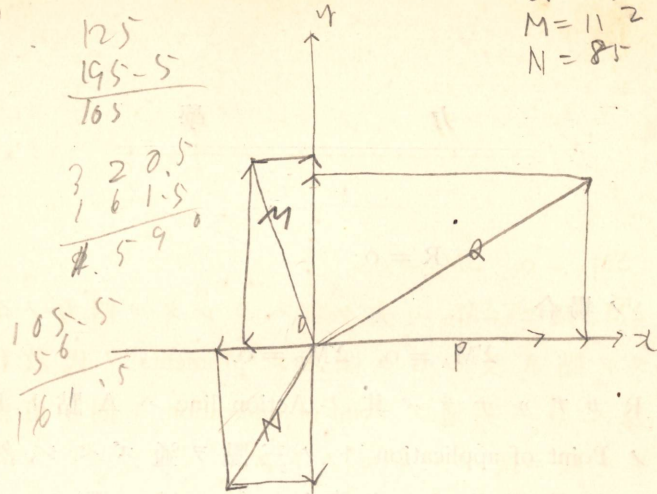
故ニ

$$R \cos \alpha = 0$$

然ルニ

$$\cos \alpha \neq 0$$

(3)



カヲ x, y, component = 分テバ

125	0
$230 \cos 28^\circ$	$230 \sin 28^\circ$
$112 \cos 60^\circ$	$112 \sin 20^\circ$
$85 \cos 230^\circ$	$85 \sin 230^\circ$
$\Sigma F_x = 125 + 230 \times 0.85 - 112 \times 0.15 - 85 \times 0.64$	$\Sigma F_y = 230 \times 0.47 + 112 \times 0.344 - 85 \times 0.717$
$= 173.22$	$= 180 + 38.45 - 60.4$
	$= 153.03$

$$R = \sqrt{173.22^2 + 153.03^2} = \sqrt{5350 + 23400} = 172$$

$$\sin \alpha = \frac{153.03}{172}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ 38.45 \\ \hline 218.45 \\ 65.40 \\ \hline 153.05 \end{array}$$

故ニ

$$R = 0$$

(c) ノ場合

$$\Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0.$$

故ニ R ガアルナラバ其ノ Action line ハ A 點ト B 點ト  
共通ノ Point of application トノ三點ヲ通ズベシ、然ルニ、  
A, B ハ是等三點ガ一直線上ニ無キ様ニ撰バレタル點  
ナリ、故ニ

$$R = 0$$

ナラザル可ラズ、

特別ノ場合トシテ三力ノ釣合、

Concurrent ナル三力 P, Q, R ガ釣合ニアルトキ三力ハ  
同一平面上ニアリテ各力ノ大サハ他ノ二力ノ間ノ角  
ノ正弦ニ比例ス、即チ Q ト R トノ間ノ角ヲ  $\alpha$ , R ト P トノ  
間ノ角ヲ  $\beta$ , P ト Q トノ間ノ角ヲ  $\gamma$  トスレバ

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}$$

而シテ P, Q, R ヲ表ハス Vectors ハ一ツノ三角形ヲ形  
成ス、

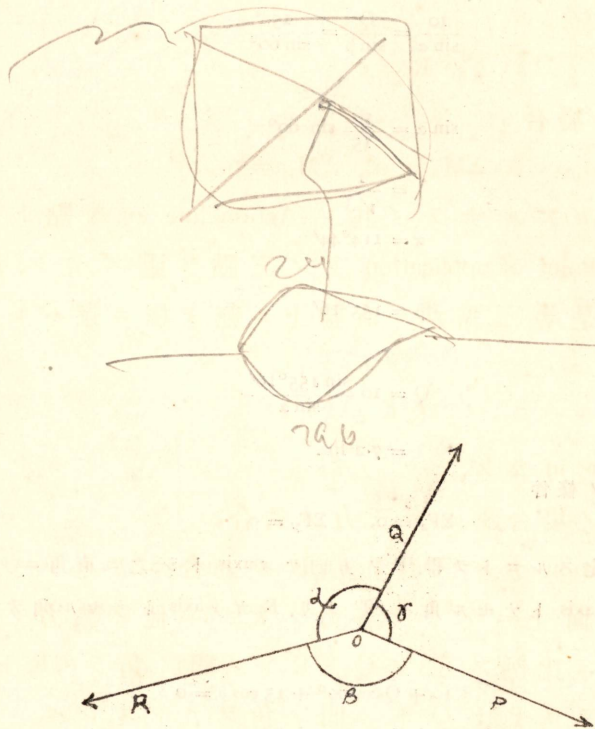
[例] 一點 O ヲ通シテ働ケル三力 P, Q, R ガ釣合ニアリ、P ハ大サ 10  
lbs. ニシテ其ノ方向モ興ヘラレタルモノトス、Q ハ P ト  $60^\circ$  ノ角ヲナシ、  
R ノ大サハ 15 lbs. ナルトキ、Q ノ大サ、及ビ R ノ方向ヲ求メントス、

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}$$

ニ於テ

$$P = 10 \text{ lbs.} \quad R = 15 \text{ lbs.} \quad \gamma = 60^\circ$$

故ニ



$$\frac{10}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{15}{\sin 60^\circ}$$

故 =

$$\sin \alpha = \frac{10}{15} \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\alpha = 114^\circ 44'$$

從ツテ

$$\beta = 155^\circ 16'$$

又

$$Q = 10 \frac{\sin 155^\circ 16'}{\sin \alpha}$$

$$= 7.2 \text{ lbs.}$$

又ハ釣合ノ條件

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0$$

ニヨリ決定スルコトヲ得、Pノ方向ヲ x-axis トシ、之ニ直角ニ y-axis ヲ定ム、Qガ x-axis トナセル角ハ  $60^\circ$  ナリ、Rガ y-axis トナセル角ヲ  $\theta$  トスレバ

$$10 + Q \cos 60^\circ + 15 \cos \theta = 0$$

$$Q \sin 60^\circ + 15 \sin \theta = 0$$

此ノ兩式ヨリ Qト $\theta$ ト定ムルコトヲ得、

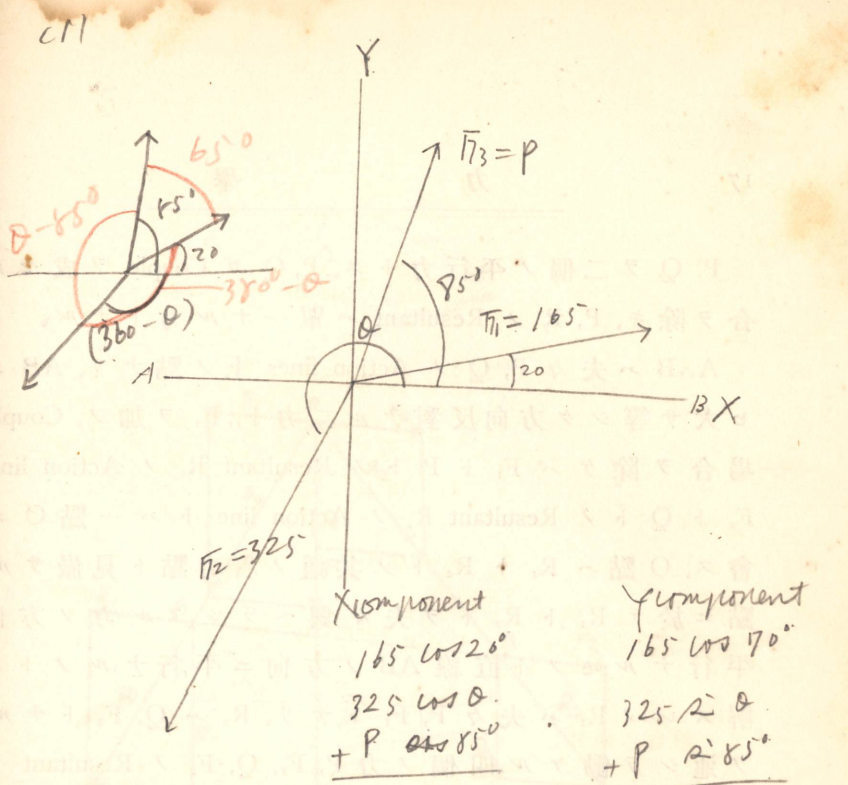
又圖式的ニモ容易ニ決定セラル。

練習問題

1. 三力 [165 lbs.,  $20^\circ$ ], [325 lbs.,  $0^\circ$ ], [P lbs.,  $85^\circ$ ] ガ一點ヲ通ジテ働キ釣合ニアリ、Pト $\theta$ トヲ決定セヨ、
2. Coplanar concurrent forces [26.7 lbs.,  $35^\circ$ ], [44.8 lbs.,  $115^\circ$ ], [P lbs.,  $46^\circ$ ], [Q lbs.,  $136^\circ$ ] ガ釣合ニアリ、P, Qヲ決定セヨ、

一、一平面上ノ平行力ノ合成、

1° 二個ノ平行力ノ合成、



$$\Sigma F_x = 165 \cos 20^\circ + 325 \cos 85^\circ + P \cos 85^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 165 \sin 20^\circ + 325 \sin 85^\circ + P \sin 85^\circ = 0$$

$$0.25 P + 325 \cos 85^\circ = -158.1$$

$$0.996 P + 325 \sin 85^\circ = -56.8$$

$$P + 4 \times 325 \cos 85^\circ = -4 \times 158.1$$

$$P + 325 \sin 85^\circ = -56.8$$

$$325(4 \cos 85^\circ - \sin 85^\circ) = 565.6$$

$$4 \cos 85^\circ - \sin 85^\circ = 1.84 \quad 4 \cos 85^\circ = 1.84 + \sin 85^\circ$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 85^\circ} = 0.46 + \frac{\sin 85^\circ}{4} \quad 1 - \sin^2 85^\circ = 0.46^2 + \frac{\sin^2 85^\circ}{16} + \dots$$

$$\frac{165}{2 \sin(0-85^\circ)} = \frac{325}{2 \sin 65^\circ} = \frac{P}{2 \sin(360-\theta)}$$

$$\frac{165}{2 \sin(0-85^\circ)} = 351.7 \quad 2 \sin(0-85^\circ) = 0.461$$

$$0.461 = 2 \sin 27^\circ \quad \theta = 112^\circ$$

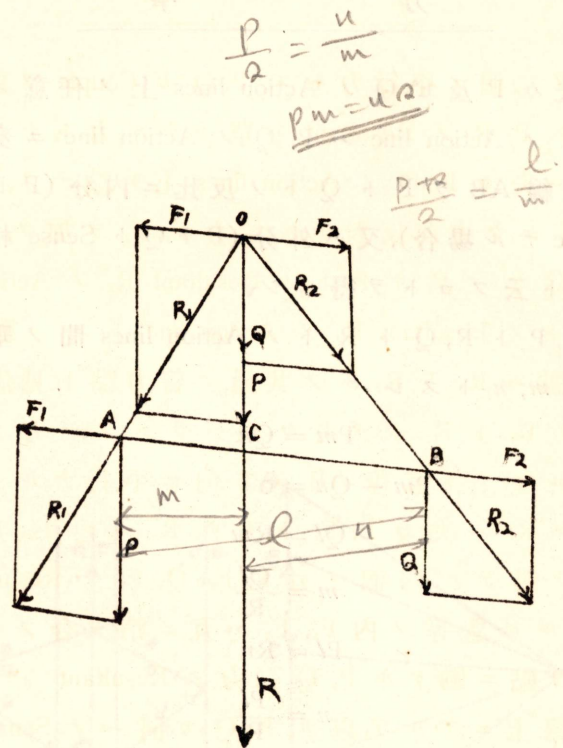
$$535 = \frac{P}{2 \sin 28^\circ} \quad P = 2110 + 18$$

P, Q ヲ二個ノ平行力トス、P, Q ガ Couple ヲ成セル場合ヲ除キ、P, R ノ Resultant ハ單一ナル力トナル、

A, B ハ夫々 P, Q ノ Action lines 上ノ點ナリ、AB ニ沿ヒ大サ等シク方向反對ナル二力  $F_1, F_2$  ヲ加フ、Couple ノ場合ヲ除ケバ  $F_1$  ト P トノ Resultant  $R_1$  ノ Action line ト  $F_2$  ト Q トノ Resultant  $R_2$  ノ Action line トハ一點 O ニテ會ス、O 點ハ  $R_1$  ト  $R_2$  トノ共通ノ着力點ト見做サル、O 點ニ於テ  $R_1$  ト  $R_2$  トヲ夫々與ヘラレタル力ノ方向ニ平行ナルモノト直線 AB ノ方向ニ平行ナルノトニ分解スレバ  $R_1$  ハ夫々 P,  $F_1$  トナリ、 $R_2$  ハ Q,  $F_2$  トナル、O ヲ通シテ働ケル四個ノ力 P,  $F_1$ , Q,  $F_2$  ノ Resultant ヲ R トス、然ルニ是等ノ内  $F_1, F_2$  ハ互ニ消シ合フヲ以テ R ハ即チ O 點ニ働ケル P, Q 二力ノ Resultant トナル、P, Q ハ一直線上ニアルヲ以テ、P, Q ガ同一ノ Sense ナラバ R ノ大サハ P, Q ノ大サノ和ニシテ、R ノ方向ハ P, Q ト全ク同一ナリ、若シ P ト Q トノ Sense 相反セルトキハ R ノ大サハ P, Q ノ大サノ差ニシテ、R ノ方向ハ P, Q ノ内ノ大ナルモノト全ク同一ナリ、然ルニ O 點ニ働ケル P,  $F_1$ , Q,  $F_2$  ノ Resultant ハ  $R_1, R_2$  ノ Resultant ニシテ、 $R_1, R_2$  ノ Resultant ハ夫々 A, B ニ働ケル與ヘラレタル力 P, Q ノ Resultant ナリ、故ニ與ヘラレタル力 P, Q ノ Resultant ハ O 點ヲ通シテ働ケル力 R ナリ、

R ノ Action line ト直線 AB トノ交點ヲ C トスレバ

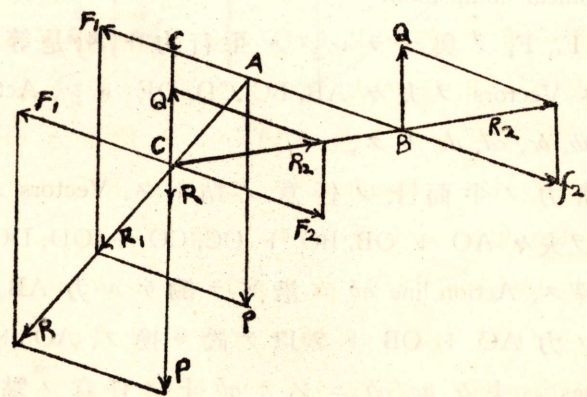
$$\frac{P}{Q} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}$$



$$\frac{P}{Q} = \frac{u}{m}$$

$$Pm = uQ$$

$$\frac{P+Q}{Q} = \frac{l}{m}$$



A, B 夫々 P 及ビ Q ノ Action lines 上ノ任意ノ點ナルヲ以テ R ノ Action line ハ P, Q ノ Action line ニ交ハレル任意ノ直線 AB ヲ P ト Q トノ反比ニ内分 (P ト Q ト同一ノ Sense ナル場合), 又ハ外分 (P ト Q ト Sense 相反セル場合) スト云フコトヲ得ベシ、

P ト Q, P ト R, Q ト R トノ Action lines 間ノ垂直距離ヲ夫々  $l, m, n$  トスレバ

$$Pm = Qn$$

即チ

$$Pm - Qn = 0$$

又

$$Ql = Rm$$

$$m = \frac{Ql}{R}$$

又

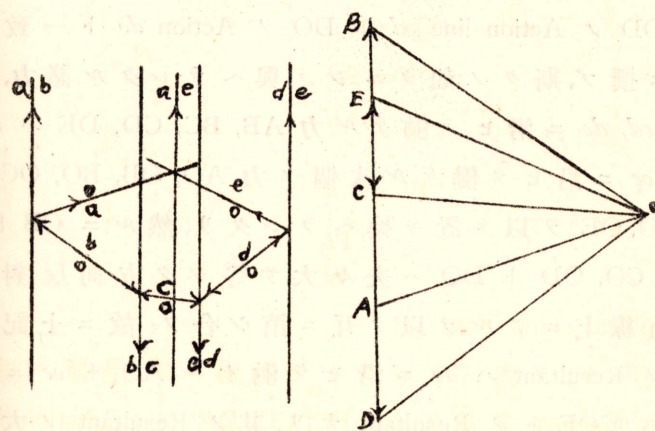
$$Pl = Rn$$

$$n = \frac{Pl}{R}$$

2° Graphical composition.

$F_1, F_2, F_3, F_4$  ヲ與ヘラレタル平行力トス、是等ノ諸力ヲ表ハス Vectors ヲ夫々 AB, BC, CD, DE トシ、Action lines ヲ夫々  $ab, bc, cd, de$  トス、

○ヲ諸力ノ平面上ノ任意ノ點トス、Vectors AB, BC, CD, DE ヲ夫々 AO ト OB, BO ト OC, CO ト OD, DO ト OE トニ分解ス、Action line  $ab$  ニ沿ヒテ働ケル力 AB ノ代リニ二ツノ力 AO ト OB トヲ以テ置キ換フ、AO ト OB ノ Action lines ハ夫々  $ao, ob$  ニシテ  $ab$  上ノ任意ノ點ニテ交ハル、 $bc$  ニ沿ヒテ働ケル力 BC ノ代リニ二ツノ力 BO ト OC トヲ以テ置キ換フ、BO, OC ノ Action line ハ夫々  $bo, oc$

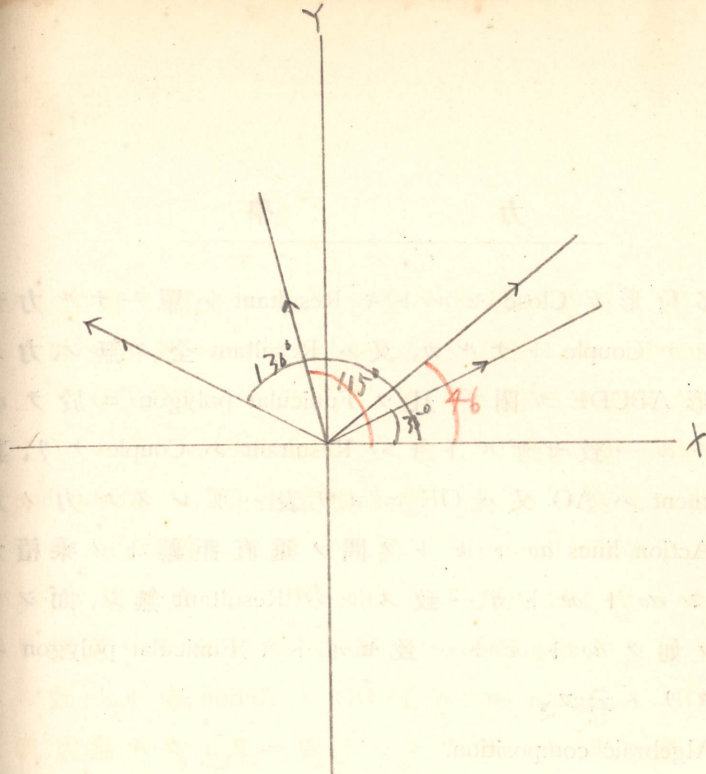




ニシテ  $bc$  ト任意ノ點ニテ交ハル、此ノ交點ヲ便宜上  $OB$  ノ Action line  $ob$  ト  $BO$  ノ Action line  $bo$  ト一致スル如クニ撰ブ、 $cd$  ニ沿ヒテ働ケル力  $CD$  ノ代リニ  $CO, OD$  ノ二力ヲ以テ置キ換フ、此ノ二力ノ Action lines  $co, od$  ハ  $cd$  ト任意ノ點ニテ交ハル、此ノ點ヲ便宜上  $OC$  ノ Action line  $oc$  ト  $CO$  ノ Action line  $co$  ト一致スル如クニ撰ブ、 $de$  ニ沿ヒテ働ケル力  $DE$  ノ代リニ  $DO, OE$  ノ二力ヲ以テス、 $do, oe$  ヲ是等ノ Action lines トス、 $do$  ト  $oe$  ト  $de$  トノ交點ヲ便宜上  $OD$  ノ Action line  $od$  ト  $DO$  ノ Action  $do$  ト一致スル如クニ撰ブ、斯クノ如クニシテ與ヘラレタル諸力、即チ  $ab, bc, cd, de$  ニ沿ヒテ働ケル力  $AB, BC, CD, DE$  ハ  $ao, bo, co, do, oe$  ニ沿ヒテ働ケル八個ノ力  $AO, OB, BO, OC, CO, OD, DO, OE$  ヲ以テ置キ換ヘラレタリ、然ルニ  $OB$  ト  $BO$ 、 $OC$  ト  $CO$ 、 $OD$  ト  $DO$  ハ夫々大サ等シク方向反對ニシテ一直線上ニアルヲ以テ互ニ消シ合フ、故ニ上記八個ノ力ノ Resultant ハ  $ao$  ニ沿ヒテ働ケル  $AO$  ト  $oe$  ニ沿ヒテ働ケル  $OE$  トノ Resultant ナリ、其ノ Resultant ノ大サト方向トハ  $AO$  ト  $OE$  トノ Vector sum  $AE$  ニテ示サル、其ノ Action line ハ  $ao$  ト  $oe$  トノ交點ヲ過ギテ  $AE$  ニ平行ナル線  $ae$  ナリ、即チ與ヘラレタル諸力ノ Resultant ノ Vector ハ  $AE$  ニシテ、Action line ハ  $ae$  ナリ、

○ 點ヲ力ノ多角形  $ABCDE$  ノ Pole ト云ヒ、Action lines  $ao, bo, co, do, eo$  ニヨリ作ラレタル多角形ヲ Funicular polygon ト云フ、

力ノ多角形ニ於テ  $A$  ト  $E$  トガ一致セルトキ、即チ



力ノ多角形ガ Close セルトキ Resultant ハ 單一ナル力ナラズシテ Couple トナルカ、又ハ Resultant 全ク無シ、力ノ多角形 ABCDE ガ閉ヂ、且ツ Funicular polygon ニ於テ  $ao$  ト  $oe$  トガ一致セザルトキハ Resultant ハ Couple ナリ、其ノ Moment ハ AO 又ハ OE ニヨリ表ハサレタル力ノ大サト Action lines  $ao$  ト  $oe$  トノ間ノ垂直距離トノ乗積ナリ、若シ  $ao$  ト  $oe$  トガ一致スレバ Resultant 無シ、而シテ斯克ノ如ク  $ao$  ト  $oe$  ト一致セルトキ Funicular polygon ハ閉ヂタリト云フ、

3° Algebraic composition.

與ヘラレタル諸力ヲ  $F_1, F_2, F_3$  等トシ其ノ Resultant ヲ R トスレバ

$$R = \Sigma F$$

但シ  $\Sigma F$  ハ力ノ一方ヘ向ヘルモノヲ Positive, 他方ヘ向ヘルモノヲ Negative トセル力ノ大サノ代數和ニシテ、R ノ方向ハ  $\Sigma F$  ノ符號ニヨリテ定マル、

Action line ノ位置ヲ定ムルニハ諸力ノ平面上ノ任意ノ點 O ニ關スル諸力ノ Moment ノ代數和  $\Sigma M$  ヲ計算スベシ、R ノ此ノ點ニ關スル Moment ノ Arm ヲ  $a$  トスレバ

$$Ra = \Sigma M$$

$$a = \frac{\Sigma M}{R}$$

R ノ Action line ハ與ヘラレタル力ノ方向ニ平行ニシテ、O 點ヨリ  $a$  ナル距離ニ、Moment  $Ra$  ガ  $\Sigma M$  ト同符號ト

ナルベキ側ニアリ、

$\Sigma F = 0$  ニシテ  $\Sigma M \neq 0$  ナレバ Resultant ハ Couple ニシテ其ノ Moment ハ  $\Sigma M$  ナリ、

〔例一〕 圖ニ示セル平行力ノ Resultant チ定メントス、

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = 3 \text{ tons,} \\ F_4 = 3.5 \text{ tons} \end{array} \right\} \text{上方へ,} \quad \left. \begin{array}{l} F_2 = 2 \text{ tons,} \\ F_3 = 2.5 \text{ tons} \end{array} \right\} \text{下方へ}$$

$$l_1 = 10 \text{ feet,} \quad l_2 = 8 \text{ feet,} \quad l_3 = 14 \text{ feet.}$$

Graphical composition ハ次ノ如シ、圖ニ於テ  $\frac{1''}{16}$  ハ  $1'$  チ表ハシ、 $\frac{1''}{2}$  ハ 1 ton チ示ス、

與ヘラレタル力  $F_1, F_2, F_3, F_4$  ハ夫々 Vector AB, BC, CD, DE ニテ表ハサレ、Action lines ハ夫々  $ab, bc, cd, de$  ナリ、力ノ多角形 ABCDE ニ於テ Vector AE ハ Resultant ノ大サト方向トチ與フ、AE ノ長サヲ測リテ其ノ大サ 2 tons ナルコトガ知ラル、其ノ方向ハ上方ヘ向ヘリ、Action line チ定ムル爲メニ任意ノ點 O チ Pole トシ、A, B, C, D, E ト O トチ結ビ、 $ab$  上ノ任意ノ點ヲ通シ AO 及ビ BO ニ平行ニ夫々  $ao, bo$  チ引キ  $bo$  ト  $bc$  トノ交點ヲ通シ CO ニ平行ニ  $co$  チ引ク、追テ斯クノ如クシテ Funicular polygon チ得、 $ao$  ト  $co$  トノ交點ヲ通シ與ヘラレタル諸力ノ方向ニ平行ニ  $ea$  チ引ケバ之ガ Resultant ノ Action line ナリ、 $F_1$  ノ Action line  $ab$  ヨリノ距離ヲ測レバ  $23'6''$  ナルコトガ知ラル、

計算ニヨリ Resultant チ定ムルニハ次ノ如クナス、 $F_1, F_4$  ノ方向ノモノチ Positive トスレバ

$$R = 3 - 2 - 2.5 + 3.5 = +2 \text{ tons}$$

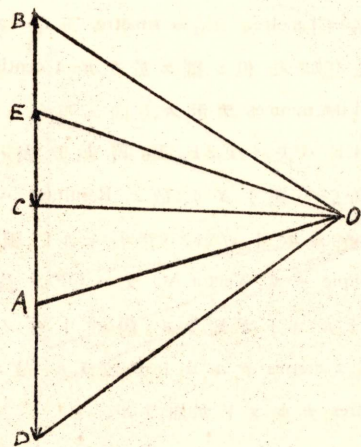
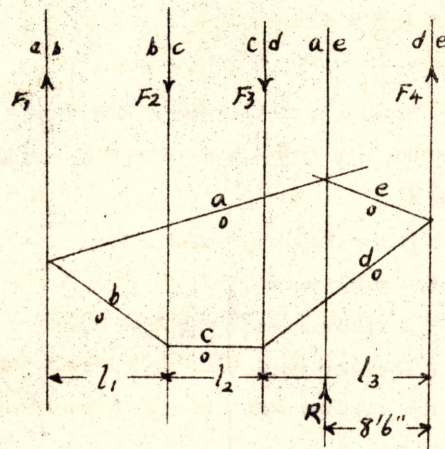
即チ Resultant ハ大サ 2 tons ニシテ  $F_1, F_4$  ト同方向ニアリ、 $F_1$  ノ Action line 上ノ點ニ關スル Moment ノ和ヲ求ムレバ

$$\Sigma M = -2 \times 10 - 2.5 \times 18 + 3.5 \times 32 = +47 \text{ ton-feet.}$$

Resultant ノ Moment ノ Arm チ  $a$  トスレバ

$$a = \frac{47}{2} = 23.5 = 23'6''$$

R ガ上方ニ向ヒ、 $\Sigma M$  ガ Positive 即チ Counter-clockwise ノモノナルヲ以テ



Resultant の Action line は  $F_1$  の Action line より右方へ  $23'6''$  の距離ニアリ、  
若シ  $\Sigma M$  を  $F_1$  の Action line ノ點ニ關スル Moment トスレバ

$$\Sigma M = -3 \times 32 + 2 \times 22 + 2.5 \times 14 = -17 \text{ ton-feet.}$$

R ノ Moment ノ Arm チ  $a$  トスレバ

$$a = \frac{17}{2} = 8.5 = 8'6''$$

R へ上方ニ向ヒ、 $\Sigma M$  へ Negative、即チ Clockwise ノモノナルヲ以テ R ノ  
Action line は  $F_1$  の Action line より左方へ  $8'6''$  ニアリ、是ハ勿論前ニ求メ  
タル Line ノ位置ト一致ス、

〔例二〕 圖ニ示セル平行力ノ Resultant チ求メントス、

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = 30 \text{ kilogrammes,} \\ F_3 = 15 \text{ kilogrammes,} \\ F_5 = 10 \text{ kilogrammes,} \end{array} \right\} \text{下方へ,}$$

$$\left. \begin{array}{l} F_2 = 10 \text{ kilogrammes,} \\ F_4 = 45 \text{ kilogrammes,} \end{array} \right\} \text{上方へ,}$$

$$l_1 = 2 \text{ metre, } l_2 = 1 \text{ metre, } l_3 = 1 \text{ metre, } l_4 = 2 \text{ metres.}$$

Graphical composition は次ノ如シ、但シ圖ニ於ケル 1 centimetre は 1 metre  
ヲ表ハシ、又力ノ大サ 10 kilogrammes チ示ス、

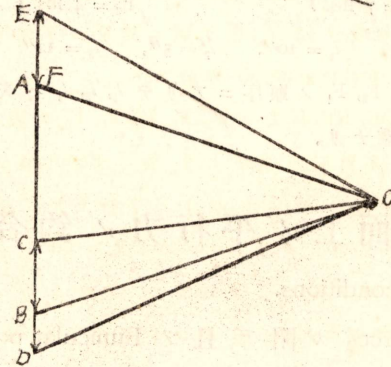
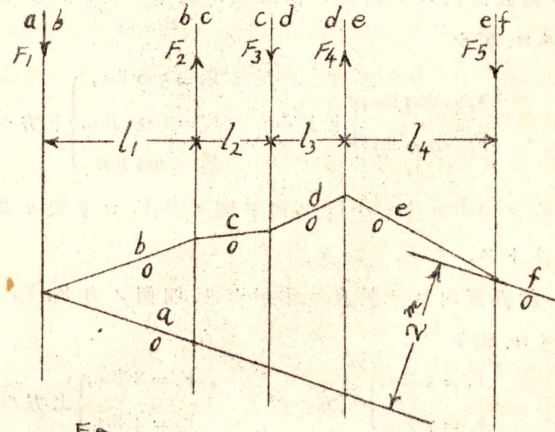
Vectors AB, BC, CD, DE, EF は夫々  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$  チ表ハス、A ト F ト  
ハ一致セリ、即チ力ノ多角形ハ閉チタリ、故ニ Resultant は單一ナル力ナ  
ラズ、Funicular polygon チ畫ケバ  $ao$  ト  $of$  トハ平行セル二線トナル、故ニ此  
ノ System ノ Resultant は Couple ナリ、Vector AO 又ハ OF ノ長サヲ測リテ其  
ノ大サガ 47.5 kilogrammes ナルコトガ知ラル、尙  $ao$  ト  $of$  ノ距離ヲ測リテ  
Couple ノ Moment ノ Arm ガ 2 metres ナルコトガ知ラル、故ニ Couple ノ Mo-  
ment は +95 kilogramme-metres ナルコトガ知ラル、

計算ニテ定ムルニハ、上方へ向ヘル力チ Positive トシ、R チ求ムレバ

$$R = -30 + 10 - 15 + 45 - 10 = 0$$

$F_1$  ノ Action line 上ノ點ニ關シ Moment ノ和ヲ求ムレバ

$$\begin{aligned} \Sigma M &= 10 \times 2 - 15 \times 3 + 45 \times 4 - 10 \times 6 \\ &= +95 \text{ kilogramme-metres.} \end{aligned}$$



練習問題

1. ニツノ平行力アリ、Action lines ノ距離 18 inches ナリ、力ノ大サハ 5 pounds ト 7 pounds トナリ、同一ノ Sense ナル場合ノ Resultant 及ビ Sense 相反セル場合ノ Resultant チ求メヨ、

2. 同一鉛直面内ニテ鉛直ニ作用セル五個ノ力  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$  ノ Resultant チ定メヨ、但シ

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = 600 \text{ lbs.} \\ F_4 = 700 \text{ lbs.} \end{array} \right\} \text{上方へ,} \quad \left. \begin{array}{l} F_2 = 500 \text{ lbs.} \\ F_3 = 1000 \text{ lbs.} \\ F_5 = 400 \text{ lbs.} \end{array} \right\} \text{下方へ,}$$

$F_2, F_3, F_4, F_5$  ノ Action line ハ  $F_1$  ノ同シ測ニテ  $F_1$  ヨリ夫々 3', 8', 12', 15' ノ距離ニアリトス、

3. 同一鉛直面内ニテ鉛直ニ作用セリ、四個ノ力  $F_1, F_2, F_3, F_4$  ノ Resultant チ定メヨ、但シ

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = 5 \text{ lbs.} \\ F_4 = 7 \text{ lbs.} \end{array} \right\} \text{下方へ,} \quad \left. \begin{array}{l} F_2 = 8 \text{ lbs.} \\ F_3 = 4 \text{ lbs.} \end{array} \right\} \text{上方へ,}$$

$$l_1 = 10'', \quad l_2 = 5'', \quad l_3 = 12''$$

Action line ハ  $F_1, F_2, F_3, F_4$  ノ順序ニアリテ  $l_1, l_2, l_3$  ハ夫々  $F_1$  ト  $F_2, F_2$  ト  $F_3, F_3$  ト  $F_4$  ノ間ノ距離ナリ、

一三、一平面上ノ平行力ノ釣合、

1° Graphical conditions.

Polygon of forces ガ閉チ、且ツ Funicular polygon ガ閉ヅレ

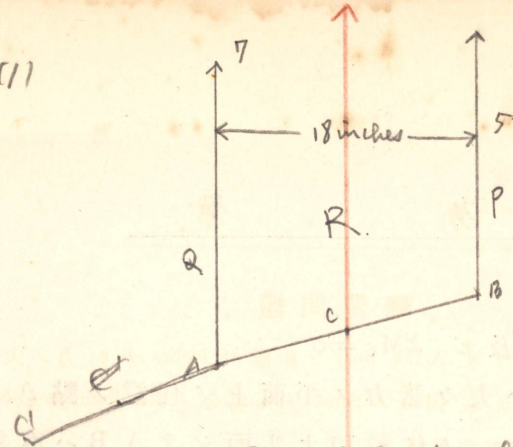
バ System ハ釣合ニアリ、

2° Algebraic conditions.

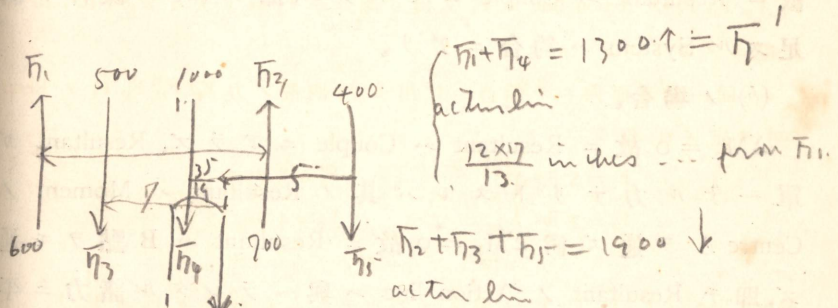
(a)  $\Sigma F = 0$  及ビ  $\Sigma M = 0$

但シ  $\Sigma F$  ハ諸力ノ代数和ニシテ、 $\Sigma M$  ハ諸力ノ平面上ノ任意ノ點ニ關スル諸力ノ Moment ノ代数和ナリ、

(1)



同方向ナリトス  $R = p + q$  action line. P, Q 上ニ在ルニ夫  
 ABヲ結ビ  $AB \parallel C$   $\frac{AC}{CB} = \frac{5}{17}$  是合スルニ通シ  $PQ = 7$   
 行ル  
 反方向ナリ  $R = p - q = 2 = 17$   $\frac{AC'}{BC'} = \frac{5}{17}$  是合スルニ通シ  $C'$ ヲ  
 通シ 此ノ同方向 = 609



$$\left. \begin{array}{l} F_1 + F_4 = 1300 \uparrow = F' \\ \text{action line} \\ \frac{12 \times 17}{13} \text{ inches from } F_1 \end{array} \right\}$$

$$F_2 + F_3 + F_5 = 1900 \downarrow \text{ action line}$$

$$F_3 + F_5 = 7 \times \frac{16}{14} = 5 \dots F'$$

$$F' + F_3 = 7 \times \frac{5}{19} = \frac{35}{19}$$

$$F_b'' = F_2 + F_3 + F_5 = 1900 \downarrow \quad 5 + \frac{35}{19} \text{ from } F_5$$

$$F'' \text{ or } F'' = 600 \downarrow \quad F' + F'' = 15 - 5 - \frac{35}{19} - \frac{12 \times 17}{13}$$

$$= 10 - 1.84 - 6.46 = 1.70$$

$$1.7 \times \frac{19}{32} = 1.1 \text{ from } F_1 \quad 7.561 \text{ ft} = 7$$

$F_1$  上ニ 600 10 11

又ハ

(b)  $\sum F_A = 0$  及ビ  $\sum M_B = 0$

但シ  $\sum M_A, \sum M_B$  ハ夫々諸力ノ平面上ノ任意ノ點 A, 及ビ B = 關スル Moments ノ代數和ナリ、而シテ A, B ハ直線 AB ガ與ヘラレタル諸力ノ方向ニ平行ナラザル如クニ撰バレタルモノトス、

(a) ノ場合、

$\sum F = 0$ , 故ニ Resultant ハ單一ナル力ニアラズ、 $\sum M = 0$ , 故ニ Resultant ハ Couple ニモアラズ、即チ (a) ノ條件ヲ満足スル System ハ釣合ニアリ、

(b) ノ場合、

$\sum M_A = 0$  故ニ Resultant ハ Couple ニアラズ、Resultant ガ單一ナル力ナリトスレバ其ノ Resultant ハ Moment ノ Centre A ヲ通ズ、尙  $\sum M_B = 0$  故ニ Resultant ハ B 點ヲモ通ズ、即チ Resultant ノ Action line ハ與ヘラレタル諸力ニ平行ナラザル直線 AB トナル、然ルニ平行力ノ Resultant ガ單一ナル力トナルトキハ其ノ力ハ與ヘラレタル平行力ニ平行ナラザル可ラズ、故ニ (b) ノ條件ヲ満足セシムル System ハ釣合ニアリ、

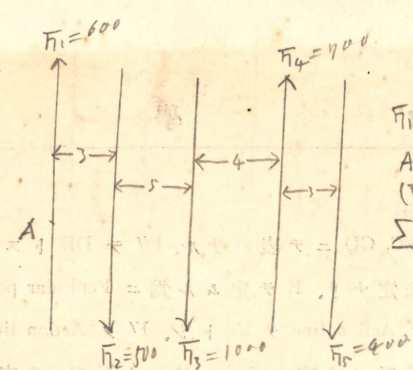
〔例〕 五個ノ平行力  $F_1, F_2, F_3, F', F''$  ガ釣合ニアリ、 $F_1, F_2, F_3$  ハ完全ニ與ヘラレ、 $F', F''$  ハ Action lines ノミ與ヘラレタリ、然ルトキ  $F', F''$  ノ大サト方向ヲ決定セントス、Action lines ノ位置ハ圖ニ示セルガ如シ、

$F_1 = 500 \text{ lbs.}, \quad F_2 = 200 \text{ lbs.}, \quad F_3 = 100 \text{ lbs.},$   
 $l_1 = 5', \quad l_2 = 3', \quad l_3 = 4', \quad l_4 = 2'.$

1° Graphical solution.

Space diagram = 於ケル 4 mm. ハ 1' ヲ表ハシ、Force diagram = 於ケル 6

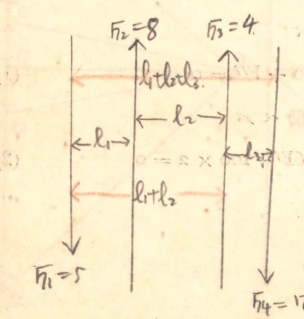
$\sum \vec{F} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5)$



$R = 600 - 500 - 1000 + 700 - 400 = -600.$   
 $\sum M_A = 0 - 3 \times 500 - 8 \times 1000 + 12 \times 700 - 15 \times 400 = -1500 - 8000 + 8400 - 6000 = -7100.$

故ニ Resultant ハ  $R = -600 = \sqrt{}$  右向き、然レテ  $R = -600 = \sqrt{}$  下向き  
 $a = \frac{7100}{600} = 11.833 \dots$   
 A 点ヨリ 右方 = 11.833 cm =  $\sqrt{}$  600 力ニ等シ、下向きニ平行(力)ナル力ナリ

(3)



$R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 8 + 4 + 5 + 17 = 34$   
 $\sum M_A = 0 + 10 \times 8 + 15 \times 4 - 21 \times 17 = 80 + 60 - 357 = -217$

故ニ Resultant ハ single force + 52'  $\sqrt{}$  couple + 11 而シテ moment ハ -49 + 11 平面ハ同一平面

mm. ハ 100 lbs. チ表ハス、

$F_1, F_2, F_3$  ハ Vectors AB, BC, CD ニテ表ハサル、 $F''$  チ DE トスレバ  $F'$  ハ EA トナル、但シ E 點ハ未定ナリ、E チ定ムル爲ニ Funicular polygon ガ閉ヅベキ條件ヲ用フ、 $F''$  ノ Action line チ  $de$  トシ、 $F'$  ノ Action line チ  $ea$  トス、Action line  $do$  ガ  $de$  ト M 點ニテ交ハリ、 $ao$  ガ  $ae$  ト N 點ニテ交ハル、M ト N トヲ結ビ、MN ニ平行ニ Pole O チ通シテ直線ヲ引ケバ直線 AB ト E ニ交ハル、是ニ由テ E 點ハ定マル、 $F''$  ノ大サハ DE ニシテ下方ヘ向ヒ、 $F'$  ハ EA ニテ表ハサレ上方ヘ向フ、DE 及ビ EA ノ長サヲ測リテ  $F''$  及ビ  $F'$  ノ大サガ夫々 500 lbs., 900 lbs. ナルコトガ知ラル、

2° Algebraic solution.

(a) ノ條件ヲ用フレバ

$$\Sigma F = 0, \quad \Sigma M = 0.$$

$F', F''$  チ上方ニ向ヘルモノト假定スレバ

$$\Sigma F = -500 + 200 + F' - 100 + F'' = 0 \quad (1)$$

Moment ノ Centre チ  $F''$  ノ Action line 上ニ撰ベバ

$$\Sigma M = 500 \times 14 - 200 \times 9 - 6F' + 100 \times 2 = 0 \quad (2)$$

(2) ヨリ

$$F' = 900 \text{ lbs.}$$

此ノ  $F'$  ノ値ヲ (1) ニ用井テ

$$F'' = -500 \text{ lbs.}$$

$F''$  ガ Negative ナルハ下方ニ向ヘルナリ、

(b) ノ條件ヲ用フレバ

$$\Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0.$$

Moment ノ Centre チ  $F'$  ノ Action line 上ニ撰ビテ

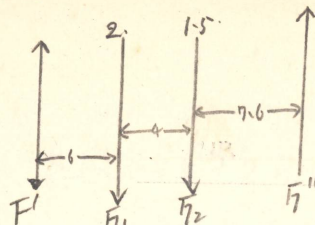
$$\Sigma M_A = 500 \times 8 - 200 \times 3 - 100 \times 4 + 6F'' = 0$$

Centre チ  $F''$  ノ Action line 上ニ撰ビテ

$$\Sigma M_B = 500 \times 14 - 200 \times 9 - 6F' + 100 \times 2 = 0.$$

是等ノ兩式ヲ解キテ前記ノ答ヲ得ベシ、

26頁 117



$F_1, F_2, F_3, F''$  ガ釣合フシトスル

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + F'' = 0 \quad \text{上方(+)} \text{トス}$$

$$F_1 + F_2 = 2 + 1.5 \dots (1)$$

又  $F_1$  上ニ 負  $F_3$  取ルルハ  $p = 1$  取ルル  
moment ハ 0 上  $F''$  取ルルハ 0

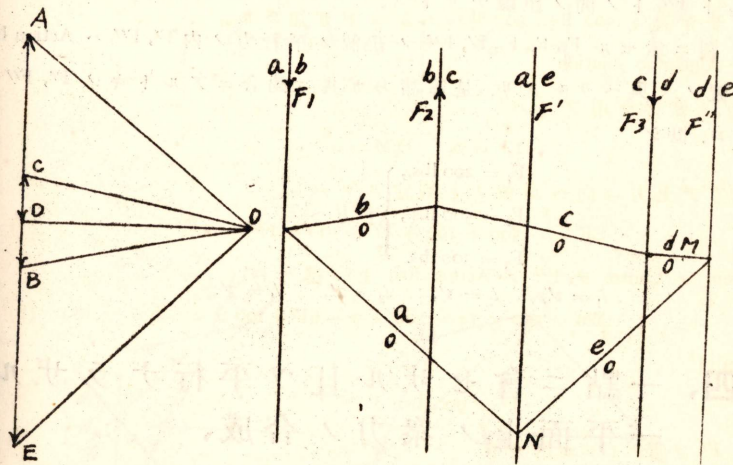
$$6 \times 2 + 1.5 \times 10 = 17.6 F''$$

$$F'' = \frac{12 + 15}{17.6} = \frac{27}{17.6} = 1.54$$

$$F_1 = 3.5 - 1.54 = 1.96$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= 1.96 \\ F_2 &= 1.54 \end{aligned} \right\} \text{上方} = \text{向}$$

$F''$  下



練習問題

1. 同一鉛直面内ニテ鉛直ニ作用セル四個ノ平行力  $F_1, F_2, F', F''$  ガ釣合ニアルタメニ  $F', F''$  チ如何ニ定ムベキカ、但シ

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= 2 \text{ tons} \\ F_2 &= 1.5 \text{ tons} \end{aligned} \right\} \text{下方へ}$$

$$l_1 = 6', \quad l_2 = 4', \quad l_3 = 7'6''$$

Action lines  $F', F_1, F_2, F''$  ノ順序ニアリテ  $l_1, l_2, l_3$  ハ夫々  $F'$  ト  $F_1, F_1$  ト  $F_2, F_2$  ト  $F''$  トノ間ノ距離ナリトス、

2. 圖ニ示セル  $F_1, F_2, F_3, F', F''$  ノ五個ノ平行力ノ内  $F', F''$  ハ Action line ノ位置ノミ與ヘラレタリ、是等諸力ガ共ニ釣合ニアルトキノ  $F', F''$  チ定メヨ、但シ

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= 200 \text{ lbs.} \\ F_2 &= 500 \text{ lbs.} \\ F_3 &= 300 \text{ lbs.} \end{aligned} \right\} \text{下方へ}$$

$$l_1 = 2', \quad l_2 = 1', \quad l_3 = 2', \quad l_4 = 3'$$

一四、一點ニ會セザル且ツ平行ナラザル一平面上ノ衆力ノ合成、

1° Graphical composition.

AB, BC, CD, DE, EF ヲ與ヘラレタル諸力ノ Vectors トシ、 $ab, bc, cd, de, ef$  ヲ夫々 Action line トス、AB ト BC トノ Resultant ハ AC ニシテ其ノ Action line ハ  $ab$  ト  $bc$  トノ交點ヲ過ギテ AD ニ平行セル  $ac$  ナリ、AC ト CD トノ Resultant ハ AD ニシテ其ノ Action line ハ  $ac$  ト  $cd$  トノ交點ヲ過ギテ AD ニ平行セル  $ad$  ナリ、追テ斯克ノ如クニシテ與ヘラレタル諸力ノ Resultant vector AF 及ビ其ノ Action line  $af$  ヲ得ベシ、

$$\bar{h}_1 + \bar{h}_2 + \bar{h}_3 + \bar{h}' + \bar{h}'' = 0$$

$$\bar{h}' + \bar{h}'' = \bar{h}_1 + \bar{h}_2 + \bar{h}_3 = 200 + 500 + 300 = 1000$$

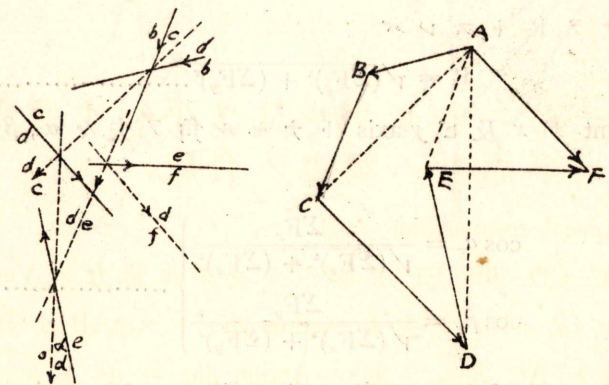
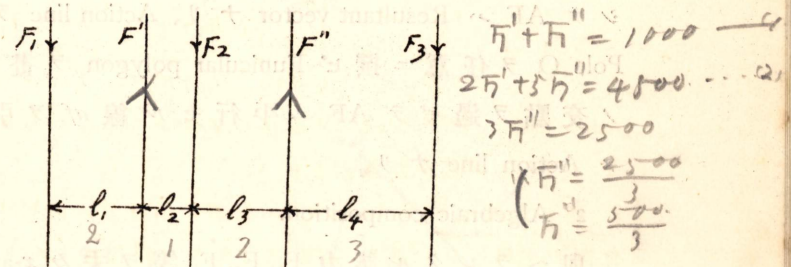
$\bar{h}', \bar{h}''$  上方ニ 1000 lbs の力ヲ加フベキナリ

$$\Sigma MA = 0 + 2\bar{h}' + 2\bar{h}_2 + 5\bar{h}'' + 10\bar{h}_3 = 0$$

$$2\bar{h}' + 5\bar{h}'' - 3\bar{h}_2 - 10\bar{h}_3 = 0$$

$$2\bar{h}' + 5\bar{h}'' = 3\bar{h}_2 + 10\bar{h}_3$$

$$= 3 \times 500 + 10 \times 300 = 4500$$





Action lines ノ交點ガ限リアル紙面上ニ求メ得ザル場合ニハ平行力ノ場合ノ如ク Funicular polygon ヲ用フベシ、AB, BC, CD, DE, EF ハ與ヘラレタル諸力ノ Vectors ニシテ AF ハ Resultant vector ナリ、Action line ヲ定ムルニハ Pole O ヲ任意ニ撰ビ Funicular polygon ヲ畫キ  $ao$  ト  $of$  トノ交點ヲ過ギテ AF ニ平行セル線  $af$  ヲ引ケバ之ガ其ノ Action line ナリ、

2° Algebraic composition.

與ヘラレタル諸力  $F_1, F_2, F_3$  等ヲ夫々  $x$ -axis 及ビ  $y$ -axis ノ方向ノ Components ニ分解ス、 $x$ -axis ノ方向ニ於ケル是等諸力ノ Components ノ Algebraic sum ヲ  $\Sigma F_x$  トシ、 $y$ -axis ノ方向ノ Components ノ Algebraic sum ヲ  $\Sigma F_y$  トス、Resultant ノ大サヲ R トスレバ

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \dots \dots \dots (1)$$

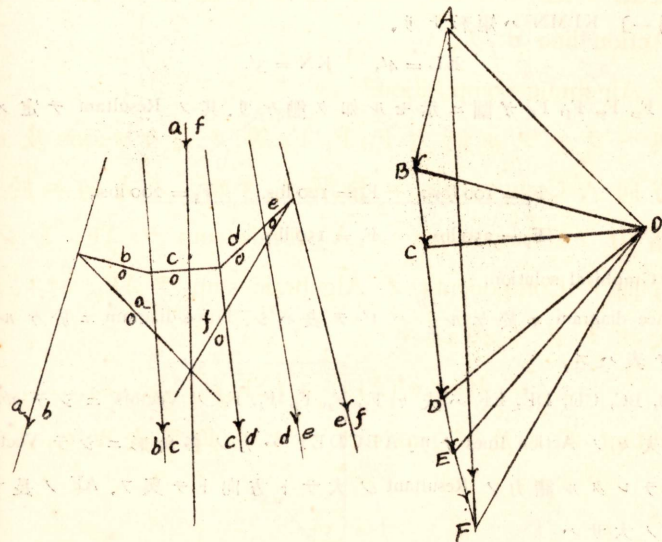
Resultant ガ  $x$  及ビ  $y$ -axis トナセル角ヲ夫々  $\alpha_r, \beta_r$  トスレバ

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_r &= \frac{\Sigma F_x}{\sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}} \\ \cos \beta_r &= \frac{\Sigma F_y}{\sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

諸力ノ平面上ノ任意ノ點ニ關スル Moments ノ代數和ヲ  $\Sigma M$  トシ、此ノ點ニ關スル Resultant ノ Moment ノ Arm ヲ  $a$  トスレバ

$$a = \frac{\Sigma M}{R} \dots \dots \dots (3)$$

(1), (2) ニヨリ Resultant ノ大サト方向ト定マリ、(3) ニ



ヨリテ Action line モ定マル、但シ Resultant ノ Moment ノ  
 符號ガ  $\Sigma M$  ノ符號ト一致スル如クニ  $a$  ヲ取ルベシ、  
 若シモ

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma M \neq 0$$

然ルトキ Resultant ハ單一ナル力ナラズ、Couple ナリ、其  
 ノ Moment ハ  $\Sigma M$  ナリ、

[例一] KLMN ハ矩形ナリ、

$$KL = 4', \quad KN = 3'$$

$F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$  ガ圖ニ示セル如ク働ケリ、其ノ Resultant ヲ定メントス、  
 但シ

$$F_1 = 100 \text{ lbs.}, \quad F_2 = 120 \text{ lbs.}, \quad F_3 = 200 \text{ lbs.},$$

$$F_4 = 250 \text{ lbs.}, \quad F_5 = 150 \text{ lbs.}$$

1° Graphical solution.

Space diagram ニ於ケル  $\frac{1''}{2}$  ハ  $1'$  ヲ表ハシ、Force diagram ニ於ケル  $\frac{1''}{10}$  ハ 10  
 lbs. ヲ表ハス、

AB, BC, CD, DE, EF ハ夫々  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$  ノ Vectors ニシテ  $ab, bc, cd, de,$   
 $ef$  ハ夫々ノ Action lines ナリ、ABCDEF ハ力ノ多角形ニシテ Vectors AF ハ  
 與ヘラレタル諸力ノ Resultant ノ大サト方向トヲ與フ、AF ノ長サヲ測リ  
 テ其ノ大サハ

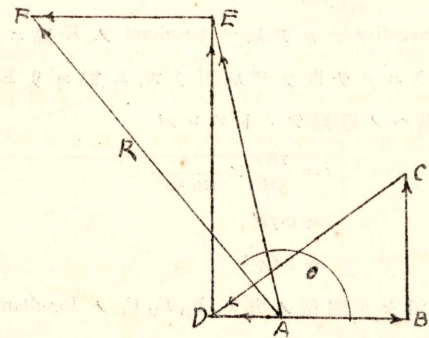
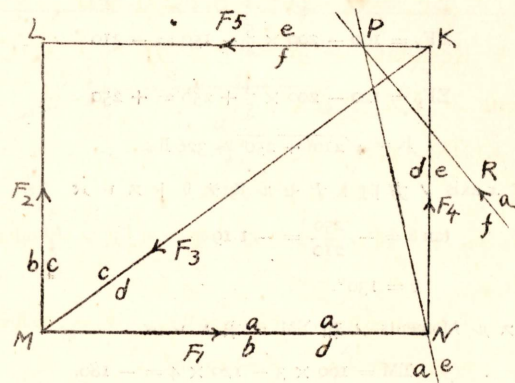
$$R = 326 \text{ lbs.}$$

ナルコトガ知ラレ、AB ト AF トノ間ノ角ヲ測レバ

$$\theta = 130^\circ$$

ナリ、

$F_1, F_2, F_3$  ハ一點ヲ通ジテ作用シ、其ノ Resultant vector ハ AD ナリ、M 點  
 ヲ通ジ AD ニ平行ナル線ハ AD ノ Action line  $ad$  ナリ、(此ノ例ニテ  $ad$  ハ  
 $ab$  ト一致セリ)、AD ト DE トノ Resultant AE ノ Action line ハ  $ad$  ト  $de$  トノ  
 交點 N ヲ通ジ AE ニ平行ナル線  $ae$  ナリ、AE ト EF トノ Resultant AF ノ  
 Action line ハ  $ae$  ト  $ef$  トノ交點 P ヲ通ジ AF ニ平行ナル線  $af$  ナリ、此ノ



線ハ求ムル所ノ Resultant R ノ Action line ナリ、RP ノ長サハ大略 8.5' ナリ、

2° Algebraic solution.

x 及 y-axis チ夫々  $F_1, F_2$  ノ方向ニ平行ニ取リテ

$$\Sigma F_x = 100 - 200 \times \frac{5}{4} - 150 = -210$$

$$\Sigma F_y = 120 - 200 \times \frac{3}{5} + 250 = +250$$

$$R = \sqrt{210^2 + 250^2} \approx 326 \text{ lbs.}$$

Resultant ガ x-axis ノ方向トナセル角ヲ  $\theta$  トスレバ

$$\tan \theta = -\frac{250}{210} = -1.19$$

$$\theta = 130^\circ.$$

K 點ニ關スル Moments ノ和  $\Sigma M$  チ求ムレバ

$$\Sigma M = 100 \times 3 - 120 \times 4 = -180.$$

K 點ニ關スル Resultant ノ Moment ノ Arm チ  $p$  トスレバ

$$p = \frac{180}{326} \approx 0.552'.$$

而シテ  $\Sigma M$  ガ Negative ナルヲ以テ Resultant ノ K 點ニ關スル Moment ガ右廻リトナル如クニ  $p$  チ取ラザル可ラズ、K 點ヨリ Resultant ノ Action line ト LK トノ交點ヘノ距離ヲ  $l$  トスレバ

$$l = \frac{180}{326} \times \frac{1}{\sin 50^\circ}$$

$$\approx 0.72'$$

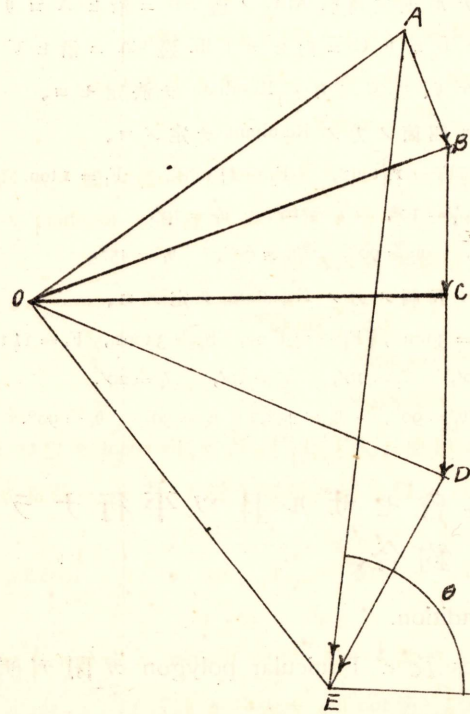
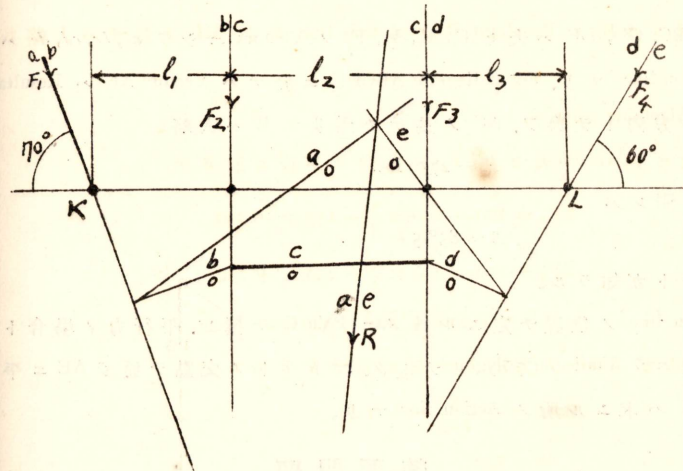
$$= 8.64''$$

〔例二〕 圖ニ示セル四個ノ力  $F_1, F_2, F_3, F_4$  ノ Resultant チ定メントス、KL ハ水平線ニシテ  $F_2, F_3$  ハ鉛直線ニ沿ヒテ働キ、 $F_1, F_4$  ハ鉛直方向ニ對シ 圖ニ示セル如ク傾ケリトス、又

$$F_1 = 500 \text{ lbs.}, \quad F_2 = 600 \text{ lbs.}, \quad F_3 = 800 \text{ lbs.}, \quad F_4 = 1000 \text{ lbs.}$$

$$l_1 = 3', \quad l_2 = 4', \quad l_3 = 3'.$$

Graphical solution ノミヲ試ムベシ、Space diagram ニ於ケル  $\frac{1}{4}''$  ハ  $1'$  チ表ハシ、Force diagram ニテ  $\frac{1}{8}''$  ハ  $100 \text{ lbs.}$  チ表ハセリ、



AB, BC, CD, DE ハ夫々  $F_1, F_2, F_3, F_4$  ノ Vectors ニシテ  $ab, bc, cd, de$  ハ夫々  
ノ Action lines ナリ、Force diagram ABCDE ニ於テハ Vectors AE ハ Resultant ノ  
大サト方向トヲ與フ、AE ノ長サヲ測リテ R ハ大略

$R = 2750 \text{ lbs.}$

又  $\theta$  ヲ測レバ

$\theta = 85^\circ.5$

ナルコトガ知ラル、

Action line ノ位置ヲ定ムル爲メニ Pole O ヲ撰ビ、平行力ノ場合ト同様  
ノ方法ニテ Funicular polygon ヲ畫ク、 $ao$  ト  $eo$  トノ交點ヲ通シ AE ニ平行ナ  
ル線  $ae$  ハ求ムル所ノ Action line ナリ、

練習問題

1. 邊ノ長サ 18" ナル正三角形 ABC ノ邊 AB ニ沿ヒ A ヨリ B ニ向ヒ  
テ 1 lb., 邊 BC ニ沿ヒ B ヨリ C ニ向ヒテ 1 lb. 邊 CA ニ沿ヒ C ヨリ A ニ  
向ヒテ 1 lb. ノ力働ケリ、是等三力ノ Resultant ヲ決定セヨ、

2. 次ノ圖ニ示セル四箇ノ力ノ Resultant ヲ定メヨ、

$F_1 = 1 \text{ tons.}, F_2 = 1\frac{1}{2} \text{ tons.}, F_3 = 1\frac{1}{4} \text{ tons.}, F_4 = 1 \text{ ton.}$

$l_1 = 10', l_2 = 10', l_3 = 10'.$

$\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 90^\circ, \theta_3 = 60^\circ, \theta_4 = 45^\circ.$

3. 次ノ圖ニ示セル五個ノ力ノ Resultant ヲ定メヨ、

$F_1 = 2 \text{ tons.}, F_2 = 3 \text{ tons.}, F_3 = 1\frac{1}{4} \text{ tons.}, F_4 = 3 \text{ tons.}, F_5 = 1\frac{1}{2} \text{ tons.}$

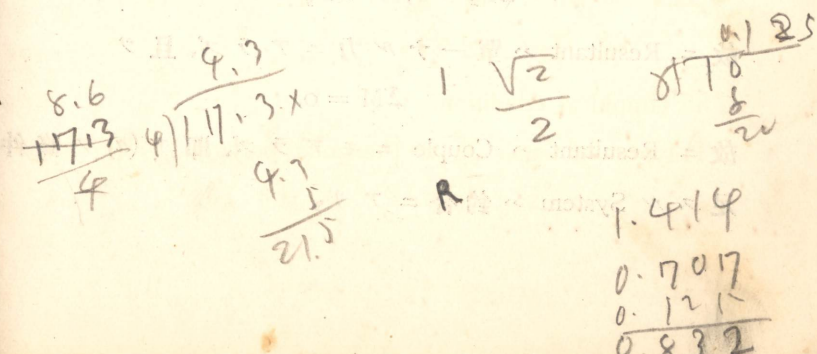
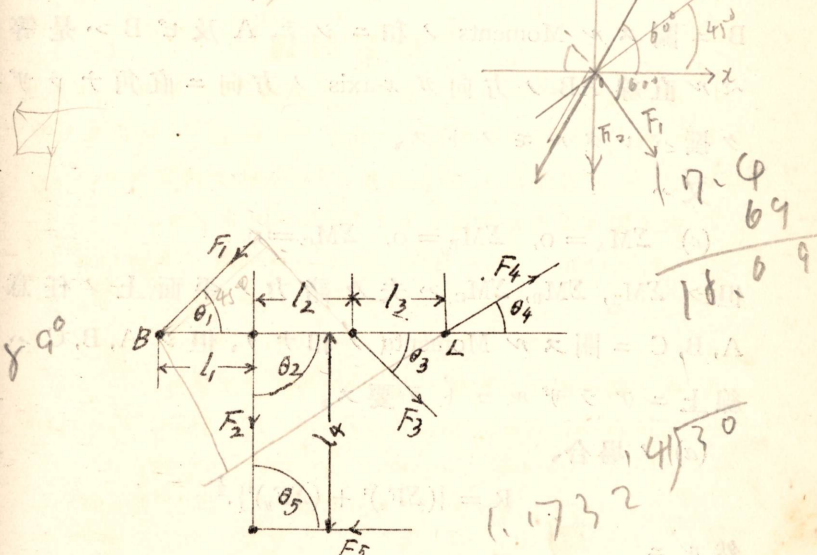
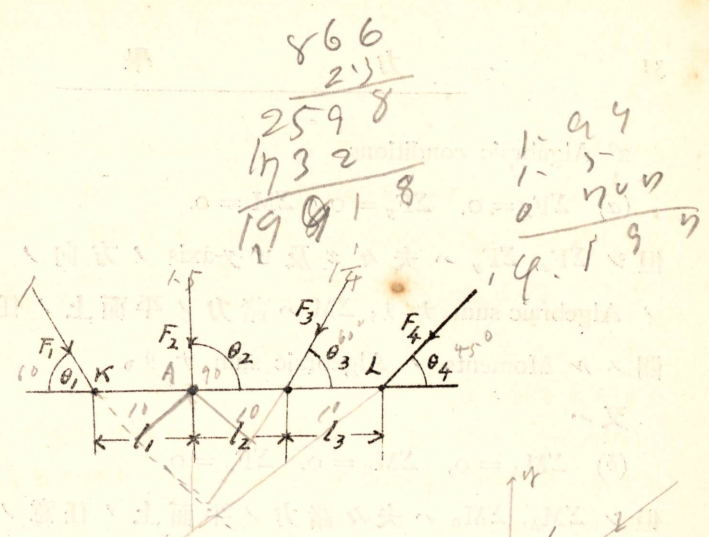
$l_1 = 10', l_2 = 10', l_3 = 10', l_4 = 20'.$

$\theta_1 = 45^\circ, \theta_2 = 90^\circ, \theta_3 = 45^\circ, \theta_4 = 30^\circ, \theta_5 = 90^\circ.$

一五、一點ニ會セザル且ツ平行ナラザル  
衆力ノ釣合、

1° Graphical condition.

Polygon of forces 及ビ Funicular polygon ガ閉チザル可ラ  
ズ、



2° Algebraic conditions.

$$(a) \quad \Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma M = 0.$$

但シ  $\Sigma F_x, \Sigma F_y$  ハ夫々  $x$  及ビ  $y$ -axis ノ方向ノ Components ノ Algebraic sum ナリ、 $\Sigma M$  ハ諸力ノ平面上ノ任意ノ點ニ關スル Moments ノ Algebraic sum ナリ、

又ハ

$$(b) \quad \Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0, \quad \Sigma F_x = 0.$$

但シ  $\Sigma M_A, \Sigma M_B$  ハ夫々諸力ノ平面上ノ任意ノ點 A 及ビ B ニ關スル Moments ノ和ニシテ、A 及ビ B ハ是等ヲ結ベル直線 AB ノ方向ガ  $x$ -axis ノ方向ニ直角ナラザル如ク撰バレタルモノトス、

又ハ

$$(c) \quad \Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0, \quad \Sigma M_C = 0.$$

但シ  $\Sigma M_A, \Sigma M_B, \Sigma M_C$  ハ夫々諸力ノ平面上ノ任意ノ點 A, B, C ニ關スル Moments ノ和ナリ、但シ A, B, C ハ一直線上ニアラザルコトヲ要ス、

(a) ノ場合、

$$R = \{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2\}^{\frac{1}{2}}$$

然ルニ

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0.$$

故ニ Resultant ハ單一ナル力ニアラズ、且ツ

$$\Sigma M = 0.$$

故ニ Resultant ハ Couple ニモアラズ、即チ (a) ノ條件ヲ満足スル System ハ釣合ニアリ、

(b) ノ場合、

$$\Sigma M = 0.$$

故ニ Resultant ハ Couple ニ アラズ、單一ナル力 R ガ Resultant ナリトスレバ

$$\Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0.$$

ナルヲ以テ R ハ A 及 ビ B ヲ通過スベシ、直線 AB ガ x-axis ノ方向トナセル角ヲ  $\alpha$  トスレバ

$$R \cos \alpha = \Sigma F_x = 0.$$

然ルニ

$$\alpha \neq 90^\circ$$

故ニ

$$\cos \alpha \neq 0$$

故ニ

$$R = 0.$$

(c) ノ場合、

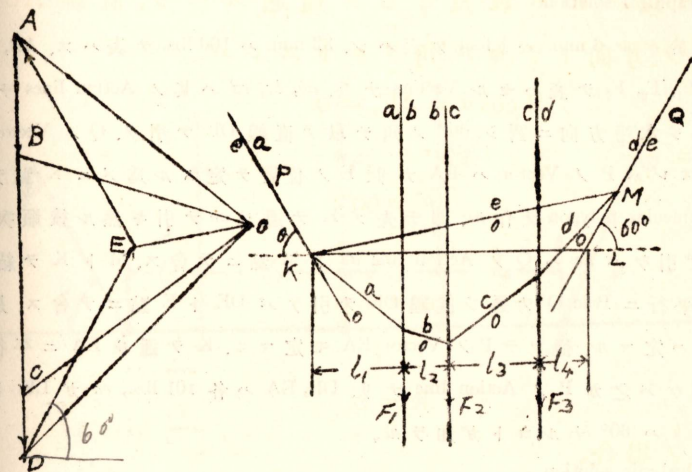
$$\Sigma M = 0.$$

故ニ Resultant ハ Couple ニ アラズ、Resultant ガ單一ナル力 R ナリトスレバ

$$\Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0, \quad \Sigma M_C = 0$$

ナルヲ以テ其ノ Action line ハ A, B, C ノ三點ヲ通過スベキコトナル、然ルニ是等三點ハ一直線上ニ無キ様ニ撰バレタルヲ以テ A, B, C ノ三點ヲ通過スル力ハ存在シ得ズ、即チ Resultant ハ單一ナル力ニモアラズ、

〔例〕 圖ニ示セル如キ  $F_1, F_2, F_3, P, Q$  ノ五個ノ一平面上ノ力ノ System アリテ釣合ニアリ、 $F_1, F_2, F_3$  ハ大サモ方向モ與ヘラレ、鉛直線ニ沿ヒテ働ケル



モノニシテ其ノ直線ノ位置モ知ラレタリ、Pハ其ノ Action line 上ノ一點 Kノミ與ヘラレ、Qハ其ノ Action line ガ L 點ヲ過ギテ、水平直線 KLニ對シ 60° ナセルコトノミ知レタルモノトス、此ノ System ノ Pノ大サト方向、並ニ Qノ大サト其ノ方向ノ Sense トヲ定メントス、

$$F_1 = 50 \text{ lbs.}, \quad F_2 = 100 \text{ lbs.}, \quad F_3 = 25 \text{ lbs.}$$

$$l_1 = 2', \quad l_2 = 1', \quad l_3 = 2', \quad l_4 = 1'.$$

1° Graphical solution.

圖ニ於ケル 6 mm. ハ 1 foot ヲ表ハシ、32 mm. ハ 100 lbs. ヲ表ハス、AB, BC, CDハ  $F_1, F_2, F_3$  ヲ表ハセル Vectors ナリ、 $ab, bc, cd$ ハ其ノ Action lines ナリ、Dヲ通シ水平方向ニ對シ 60°ノ角ヲ以テ直線 DEヲ引ク、Qノ Vectorヲ DEトスレバ Pノ Vectorハ EAナリ、Eノ位置ヲ定ムル爲メニ K點ヲ通シテ Funicular polygonヲ作ル、即チ先ヅ Kヲ通シ  $ao$ ヲ引キ然ル後順次  $bo, co, do$ ヲ引ケバ  $do$ ハ Qノ Action line  $de$ ト M點ニテ會ス、Mト Kヲ結ブ、MKニ平行ニ Pole Oヲ通シ直線 OEヲ引ケバ DEト E點ニテ會ス、是ニ由テ Eハ定マル、從ツテ Pノ Vector EAモ定マル、Kヲ通シ EAニ平行ニ  $ea$ ヲ引ケバ之ガ Pノ Action lineナリ、DE, EAハ各 101 lbs.,  $ea$ ガ LKトナセル角  $\theta$ ハ 60°ナルコトガ知ラル、

2° Algebraic solution.

(a)ノ條件、

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F = 0$$

ヲ用フレバ

$$\Sigma F_x = -P \cos \theta + Q \cos 60^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = P \sin \theta + Q \sin 60^\circ - 50 - 100 - 25 = 0$$

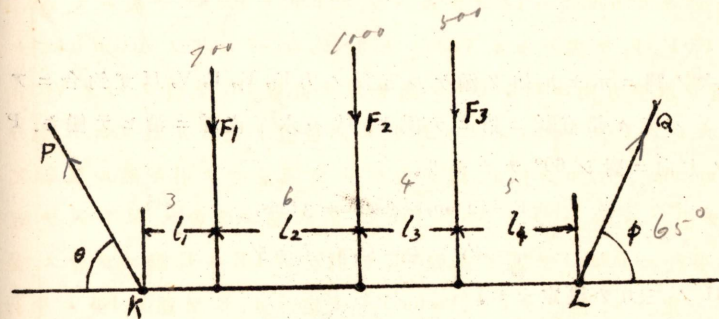
$$\Sigma M_K = 6Q \sin 60^\circ - 2 \times 50 - 3 \times 100 - 5 \times 25 = 0.$$

但シ  $\theta$ ハ LKト Pノ Action lineトノナセル角ナリ、 $x$ -axisハ KLノ方向ニ、 $y$ -axisハ之ニ直角ニアリトス、Momentノ Centreハ Pノ Action line上ノ點 Kナリ、

上記三式ヲ解キテ

$$P = Q = 101 \text{ lbs.}$$

$$\theta = 60^\circ.$$



2100  
9000  
6500  
17600

$P \cos \theta = 97.5$   
 $210 = 1342$

練習問題

1. 次ノ圖ニ示セル如ク働ケル五個ノ力  $F_1, F_2, F_3, P, Q$  ガ釣合ニアリ、

$$F_1 = 700 \text{ lbs.}, \quad F_2 = 1000 \text{ lbs.}, \quad F_3 = 500 \text{ lbs.},$$

$$l_1 = 3', \quad l_2 = 6', \quad l_3 = 4', \quad l_4 = 5',$$

$$\phi = 65^\circ.$$

$F_1, F_2, F_3$  ハ夫々鉛直線ニ沿ヒテ働キ  $Q$  ノ Action line ハ水平直線  $KL$  ニ對シ  $65^\circ$  テナセリ、 $P, Q$  並ニ  $P$  ノ Action line ガ  $KL$  トナセル角  $\theta$  テ決定セヨ、

2. 次ノ圖ニ示セル如ク働ケル五個ノ力  $F_1, F_2, P, V, H$  ガ釣合ニアリ、 $F_1, F_2, V$  ハ夫々鉛直線ニ沿ヒテ働キ、 $H$  ハ水平直線ニ沿ヒテ働キ、 $P$  ハ水平ノ方向ニ對シ  $60^\circ$  テナセリ、

$$F_1 = 2 \text{ ton}, \quad F_2 = 3 \text{ tons},$$

$$l_1 = 4', \quad l_2 = 5', \quad l_3 = 5'.$$

$P, V, H$  ノ三力ヲ決定セヨ、

3. 次ノ圖ニ示セル如ク働ケル五個ノ力  $F_1, F_2, F_3, F', F''$  ガ釣合ニアリ、 $KL$  ハ水平直線ニシテ  $F_2$  ト  $F'$  トハ夫々鉛直線ニ沿ヒテ働ケリ、

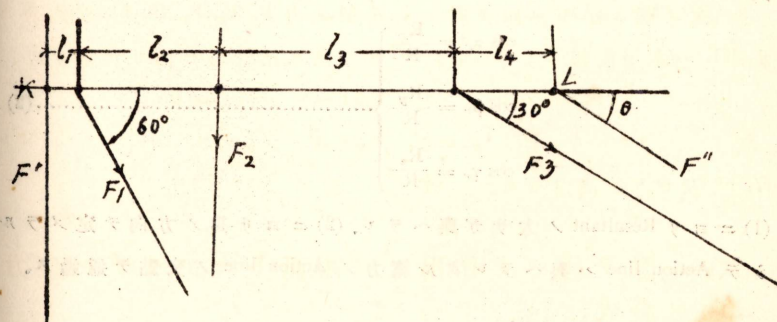
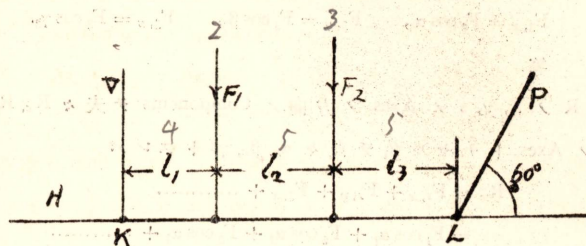
$$F_1 = 200 \text{ lbs.}, \quad F_2 = 150 \text{ lbs.}, \quad F_3 = 500 \text{ lbs.}$$

$$l_1 = \frac{1}{2}', \quad l_2 = 3', \quad l_3 = 5', \quad l_4 = 2'.$$

$F', F''$  及  $\theta$  テ決定セヨ、

六、一點ヲ通ジテ作用シ一平面上ニアラザル衆力ノ合成、

$F_1, F_2, F_3$  等ヲ與ヘラレタル Concurrent forces トス、是等ノ諸力ヲ Rectangular axes  $x, y, z$  ノ方向ニ分解ス、 $F_1, F_2, F_3$  等ノ  $x$ -axis ノ方向ノ Components ヲ夫々  $F_{1,x}, F_{2,x}, F_{3,x}$  等トシ、 $y$ -axis ノ方向ノ Components ヲ夫々  $F_{1,y}, F_{2,y}, F_{3,y}$  等トシ、 $z$ -axis ノ方向ノ Components ヲ夫々  $F_{1,z}, F_{2,z}, F_{3,z}$  ト等ス、 $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  ヲ夫々  $F_1$  ガ  $x, y, z$  ノ Axes トナセル角トス、 $F_2, F_3$  等ニモ同様ノ表示方式ヲ用フルモノトス、





$$\begin{aligned}
 F_{1,x} &= F_1 \cos \alpha_1, & F_{1,y} &= F_1 \cos \beta_1, & F_{1,z} &= F_1 \cos \gamma_1, \\
 F_{2,x} &= F_2 \cos \alpha_2, & F_{2,y} &= F_2 \cos \beta_2, & F_{2,z} &= F_2 \cos \gamma_2, \\
 F_{3,x} &= F_3 \cos \alpha_3, & F_{3,y} &= F_3 \cos \beta_3, & F_{3,z} &= F_3 \cos \gamma_3,
 \end{aligned}$$

等

Resultant R ノ  $x, y, z$  ノ Axes ノ 方向 ノ Components ヲ夫々  $R_x, R_y, R_z$  トシ、R  
ガ是等ノ Axes トナセル角ヲ夫々  $\alpha_r, \beta_r, \gamma_r$  トスレバ

$$\begin{aligned}
 R_x &= F_{1,x} + F_{2,x} + F_{3,x} + \dots \\
 &= F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 \cos \alpha_3 + \dots \\
 &= \Sigma F \cos \alpha.
 \end{aligned}$$

同様ニ

$$\begin{aligned}
 R_y &= \Sigma F \cos \beta \\
 R_z &= \Sigma F \cos \gamma
 \end{aligned}$$

而シテ

$$R = \sqrt{(\Sigma F \cos \alpha)^2 + (\Sigma F \cos \beta)^2 + (\Sigma F \cos \gamma)^2} \dots \dots \dots (1)$$

又

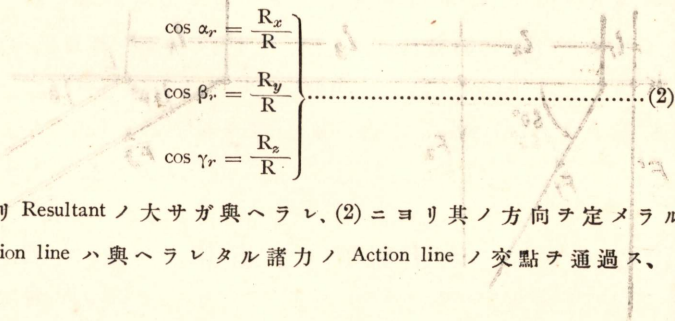
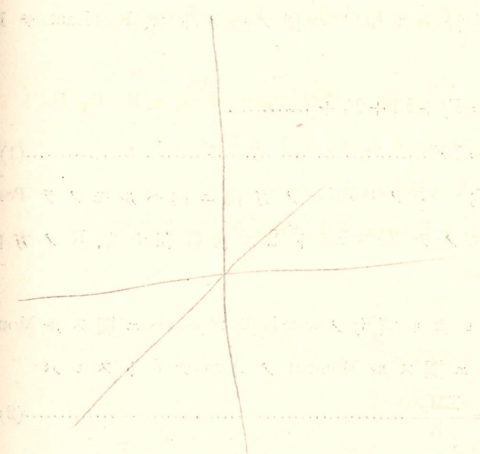
$$\left. \begin{aligned}
 \cos \alpha_r &= \frac{R_x}{R} \\
 \cos \beta_r &= \frac{R_y}{R} \\
 \cos \gamma_r &= \frac{R_z}{R}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

(1) = ヨリ Resultant ノ 大サガ 與ヘラレ、(2) = ヨリ 其ノ 方向ヲ 定メラル、而  
シテ Action line ハ 與ヘラレタル 諸力ノ Action line ノ 交點ヲ 通過ス、

一七、一點ヲ通ジテ作用シ一平面上ニアラザル衆力ノ  
釣合、

此ノ場合ノ釣合條件ハ

$$\begin{aligned}
 \Sigma F_x &= 0 \\
 \Sigma F_y &= 0 \\
 \Sigma F_z &= 0.
 \end{aligned}$$



一八、一平面上ニアラザル平行力ノ合成、

F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub> 等ヲ與ヘラレタル平行力トス、Rectangular axes ノ z-axis ヲ與ヘラレタル諸力ノ方向ニ平行ナル如クニ撰ブモノトス、Resultant ヲ R トスレバ

R = F<sub>1</sub> + F<sub>2</sub> + F<sub>3</sub> + .....  
= ΣF .....(1)

但シ ΣF ハ F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub> 等ノ内 z-axis ノ Positive ノ方向ニ向ヘルモノヲ Positive トシ、之ト反對ノ方向ノモノヲ Negative トセル代數和ナリ、R ノ方向ハ ΣF ノ符號ニテ定マル、

ΣM<sub>x</sub>, ΣM<sub>y</sub> ヲ夫々與ヘラレタル諸力ノ x-axis 及ビ y-axis ニ關スル Moments ノ代數和トス、R ノ x-axis ニ關スル Moment ノ Arm ヲ b トスレバ

b = ΣM<sub>x</sub> / R .....(2)

R ノ此ノ Moments ノ符號ガ ΣM<sub>x</sub> ノ符號ト一致スル如クニ b ハ取ラルベキモノナリ、R ノ y-axis ニ關スル Moment ノ Arm ヲ a トスレバ

a = ΣM<sub>y</sub> / R .....(3)

R ノ此ノ Moment ノ符號ガ ΣM<sub>y</sub> ノ符號ト一致スル如クニ a ハ取ラルベキモノナリ、

(1) ニヨリ Resultant ノ大サト方向トガ定メラレ、(2) ト(3) トニヨリ其ノ Action line ノ位置ガ定メラル、

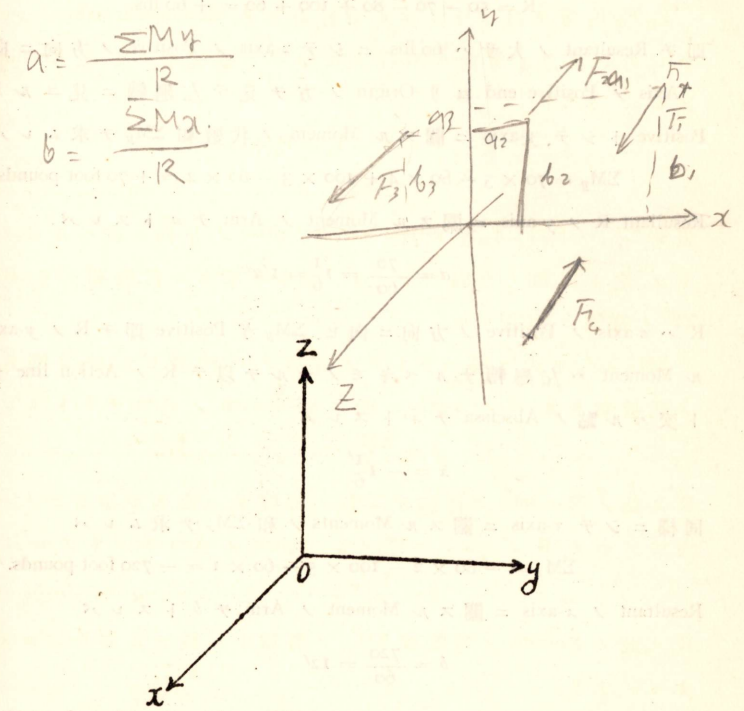
若シ ΣF = 0 ニシテ ΣM<sub>x</sub> ト ΣM<sub>y</sub> トガ共ニ零ナラザレバ Resultant ハ Couple ナリ、

〔例〕 與ヘラレタル諸力ヲ F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub>, F<sub>4</sub>, F<sub>5</sub> トシ、其ノ内 F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub> ハ同一方向ニシテ、F<sub>4</sub>, F<sub>5</sub> ハ是等ト反對方向ニ働ケルモノトス、F<sub>1</sub> ノ方向ヲ z-axis ノ Positive direction トス、P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>4</sub>, P<sub>5</sub> ヲ夫々 F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub> 等ノ Action lines ガ xy-plane ト交ハル點トス、而シテ

- F<sub>1</sub> = + 50 lbs., F<sub>2</sub> = - 70 lbs., F<sub>3</sub> = - 80 lbs.,
- F<sub>4</sub> = + 100 lbs., F<sub>5</sub> = + 60 lbs.
- P<sub>1</sub>(0,0), P<sub>2</sub>(3',0), P<sub>3</sub>(-4,2'), P<sub>4</sub>(-3',-5'), P<sub>5</sub>(2',-1').

ΣF = R

ΣF<sub>x} = F<sub>1}b<sub>1} + F<sub>2}b<sub>2} + F<sub>3}b<sub>3} + ..... (10) 等ト  
ΣF<sub>y} = F<sub>1}a<sub>1} - F<sub>2}a<sub>2} + F<sub>3}a<sub>3} + ..... (11)</sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub>



ナリトス、是等ノ力ノ Resultant を定メントス、

$$R = 50 - 70 - 80 + 100 + 60 = +60 \text{ lbs.}$$

即チ Resultant ノ大サハ 60 lbs. ニシテ  $z$ -axis ノ Positive ノ方向ニ向ヘリ、

Axis ノ Positive end 卽チ Origin ノ方ヲ見テ左廻轉ニ見ユル Moment ヲ Positive トシテ、 $y$ -axis ニ關スル Moment ノ代數和  $\Sigma M_y$  ヲ求ムレバ

$$\Sigma M_y = 70 \times 3 - 80 \times 4 + 100 \times 3 - 60 \times 2 = +70 \text{ foot-pounds.}$$

Resultant  $R$  ノ  $y$ -axis ニ關スル Moment ノ Arm ヲ  $a$  トスレバ

$$a = \frac{70}{60} = 1\frac{1}{6} = 1'2''$$

$R$  ハ  $z$ -axis ノ Positive ノ方向ニ向ヒ、 $\Sigma M_y$  ガ Positive 即チ  $R$  ノ  $y$ -axis ニ關スル Moment ハ左廻轉ナルベキモノナルヲ以テ  $R$  ノ Action line ガ  $xy$ -plane ト交ハル點ノ Abscissa ヲ  $\bar{x}$  トスレバ

$$\bar{x} = -1\frac{1}{6}$$

同様ニシテ  $x$ -axis ニ關スル Moments ノ和  $\Sigma M_x$  ヲ求ムレバ

$$\Sigma M_x = -80 \times 2 - 100 \times 5 - 60 \times 1 = -720 \text{ foot-pounds.}$$

Resultant ノ  $x$ -axis ニ關スル Moment ノ Arm ヲ  $b$  トスレバ

$$b = \frac{720}{60} = 12'$$

$R$  ハ  $z$ -axis ノ Positive ノ方向ニ向ヒ、 $\Sigma M_x$  ハ Negative 即チ右廻轉ノ Moment ナルヲ以テ、 $R$  ノ Action line ト  $xy$ -plane トノ交リノ點ノ Ordinate ハ

$$\bar{y} = -12'$$

即チ Resultant ハ 60 lbs. ニシテ  $F_1$  ト同方向ニシテ、其ノ Action line ハ  $(-1\frac{1}{6} - 12')$  ナル點ニテ  $xy$ -plane ト交ハル、

### 一九、一平面上ニアラザル平行力ノ釣合、

此ノ場合ノ Equilibrium ノ Conditions ハ

$$\Sigma F = 0, \quad \Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_y = 0.$$

何ントナレバ  $\Sigma F = 0$  故ニ Resultant ハ單一ナル力ニアラズ、Resultant ガアルナラバ Couple ナリ、其ノ Couple ハ與ヘラレタル諸力ノ方向即チ  $z$ -axis

ニ平行ナル平面上アリ、而シテ  $\Sigma M_x = 0$  ナルヲ以テ Resultant ノ Couple ハ  $x$ -axis ニ平行ナル平面上ニアリ、又  $\Sigma M_y = 0$  ナルヲ以テ其ノ Couple ハ  $y$ -axis ニ平行ナル平面上ニアリ、故ニ結局 Resultant ノ Couple チ成スベキニ力ハ與ヘラレタル諸力ノ方向ニ平行ナル Balance セル Colinear forces チナスベシ、故ニ Resultant 無シ、

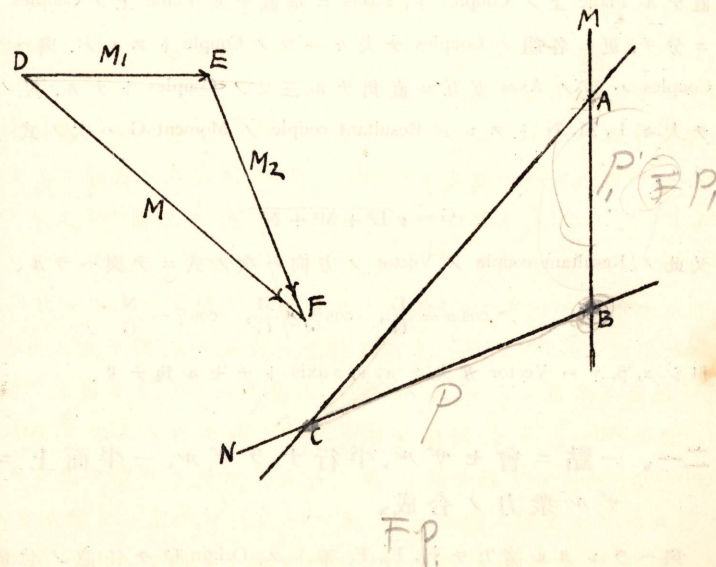
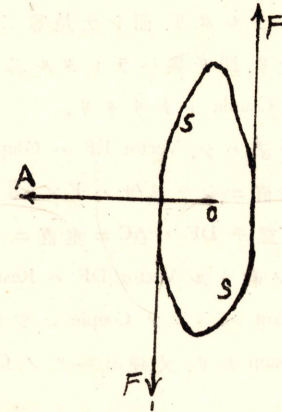
二〇、Couple ノ合成、

同一平面上、又ハ平行ナル平面上ニアリテ、Moment 相等シク、Rotation ノ方向同一ナル二ツノ Couples ハ Equivalent ナリ、是ニ由テ Couple チ次ノ如ク Vector ニテ表ハスコトヲ得、Vector ハ Couple ノ平面ニ垂直ニ畫カレ、其ノ長サハ Moment ノ大サヲ表ハシ、鎌ハ回轉ノ Sense チ示ス、鎌ハ之ヲ附スベキ端ヨリ Couple チ見テ、其ノ Couple ガ左廻轉ニ見ユル如クニ附セラルルモノトス、圖ニ示セル Vector OA ハ SS ナル平面上ノ二力 F, F ヨリ成レル Couple チ示ス、

二ツノ Couples ノ Resultant ハ Couple ニシテ其ノ Vector ハ與ヘラレタル Couples チ表ハセル Vectors ノ和ナリ、

二ツノ Couples ノ平面ガ平行ナラザル場合ニ於テ上掲ノ事柄ハ次ノ如クニシテ證明セラル、

紙面ヲ與ヘラレタル二ツノ Couples ノ Planes ノ交ハリノ直線ト垂直ニ交ハル平面トス、B ハ紙面ト Couples ノ Planes ノ交リノ直線トノ交點ナリ、BM, BN ハ Copules ノ Planes ノ Traces ナリ、 $M_1$  チ平面 BM 上ノ Couple ノ Moment トシ、 $M_2$  チ平面 BN 上ノ Couple ノ Moment トス、 $M_1$  チ力ノ大サ F, Arm  $r_1$  ナル Equivalent ナル Couple ニテ置キ換フ、而シテ其ノ一力 F ノ Action line チ平面 BM, BN ノ交ハリノ直線ト一致セシム、即チ此ノ力 F ハ B チ通ジ紙面ニ垂直ニアリ、此ノ Couple ノ他ノ一力ハ A チ通シテ働ケリトス、但シ  $AB = r_1$  ナリ、同様ニ他ノ Couple  $M_2$  チ力ノ大サ F, Arm  $r_2$  ナル Equivalent couple ニテ置キ換フ、其ノ一力 F チシテ B 點ヲ通ジテ前ノ  $M_1$  ニ屬スル F ト反對ニ働カシメ、他ノ一力ハ C チ通ジテ働カシム、但シ  $BC = r_2$  ナリ、是ニ於テ二ツノ Couples チ成セル四ツノ力ハ A, B, C ノ三



點ヲ通シ紙面ニ垂直ナル平行力ヲナスコトナレリ、其ノ内 B ヲ通シテ働ケルニカハ互ニ消シ合フヲ以テ與ヘラレタル Couples ハ A, C ニ働ケルニカヲ以テ置キ換ヘラレタリ、而シテ是等ニカハ大サ等シク、方向反對ナルヲ以テ Couple ナリ、即チ與ヘラレタルニツノ Couples ノ Resultant ハ  $F \times \overline{AC}$  ナル Moment ノ Couple トナリタリ、

Vector DE ハ Couple  $M_1$  ヲ表ハシ、Vector EF ハ Couple  $M_2$  ヲ表ハセルモノトス、即チ DE ハ AB ニ垂直ニシテ長サハ  $F \times \overline{AB}$  ナリ、EF ハ BC ニ垂直ニシテ長サ  $F \times \overline{BC}$  ナリ、從テ DF ハ AC ニ垂直ニシテ長サ  $F \times \overline{AC}$  ナリ、即チ Vectors DE ト EF トノ和ナル Vector DF ハ Resultant couple ヲ表ハス、數多ノ Couples ノ Resultant ハニツノ Couple ニシテ、其ノ Couple ハ與ヘラレタル Couples ノ Vector sum ナリ、又逆ニ一ツノ Couple ヲ數多ノ Couples ニ分解スルコトヲ得、

數多ノ Couples ノ Resultant ヲ求ムルニハ各 Couple ヲ夫々  $x$ -axis,  $y$ -axis,  $z$ -axis ニ垂直ナル Planes 上ノ三ツノ Component couples ニ分解シ、與ヘラレタル總テノ Couples ヲ  $x$ -axis ニ垂直ナル Plane 上ノ Couples ト、 $y$ -axis ニ垂直ナル Plane 上ノ Couples ト、 $z$ -axis ニ垂直ナル Plane 上ノ Couples トノ三組ニ分チ、更ニ各組ノ Couples ヲ夫々一ツノ Couple トスレバ、與ヘラレタル Couples ハ其ノ Axes ガ互ニ直角ナル三ツノ Couples トナル、其ノ Moments ヲ夫々 L, M, N トスレバ Resultant couple ノ Moment G ハ次ノ式ニテ求メラル、

$$G = \sqrt{L^2 + M^2 + N^2}$$

又此ノ Resultant couple ノ Vector ノ方向ハ次ノ式ニテ與ヘラル、

$$\cos \alpha = \frac{L}{G}, \quad \cos \beta = \frac{M}{G}, \quad \cos \gamma = \frac{N}{G}$$

但シ  $\alpha, \beta, \gamma$  ハ Vector ガ夫々  $x, y, z$ -axis トナセル角ナリ、

## 二一、一點ニ會セザル、平行ナラザル、一平面上ニアラザル衆力ノ合成、

與ヘラレタル諸力ヲ  $F_1, F_2, F_3$  等トス、Origin O ヲ任意ノ位置ニ撰ビ、

互ニ直角ニ交ハレル Coordinate axes ヲ採ル、衆力  $F_1, F_2, F_3$  等ノ作用セル Points ヲ夫々

$$P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2), P_3(x_3, y_3, z_3)$$

等トス、 $F_1$  ヲ夫々  $x, y, z$ -axis ニ平行ナル三ツノ分力  $F_{1,x}, F_{1,y}, F_{1,z}$  トス、 $F_2, F_3$  等モ同様ニ分解セラルルモノトス、C 點ハ  $z$ -axis 上ノ點ニシテ

$$OC = z_1$$

ナリトス、O 點ヲ通ジ、大サ  $F_{1,x}$  ニシテ  $x$ -axis ニ平行シ、而カモ互ニ反對セルニ力ヲ加ヘ、又 C 點ヲ通ジ、大サ  $F_{1,x}$  ニシテ  $x$ -axis ニ平行シ、而カモ互ニ反對セルニ力ヲ加フ、是等四個ノ力ハ二力宛互ニ消シ合ヘル諸力ヨリ成ルヲ以テ  $P_1$  ヲ通シ働ケル力  $F_{1,x}$  ト共ニ是等五個ノ力ハ  $P_1$  ヲ通ジテ働ケル一個ノ力  $F_{1,x}$  ト Equivalent ナリ、而シテ是等五個ノ力ハ一ツノ力ト二ツノ Couples トナル、其ノ一ツノ力ハ O ヲ通ジテ働ケル力ニシテ  $P_1$  ニ働ケル  $F_{1,x}$  ト大サモ、方向モ全ク同一ナリ、二ツノ Couples ノ内一ツハ  $y$ -axis ニ Perpendicular ナル Plane 上ニアリテ其ノ Moment ハ  $F_{1,x} z_1$  ナリ、他ノ一ツハ  $z$ -axis ニ垂直ナル Plane 上ニアリテ其ノ Moment ハ  $-F_{1,x} y_1$  ナリ、同様ニ  $P_1$  ニ働ケル  $F_{1,y}, F_{1,z}$  ハ夫々 O ヲ通ジテ働ケル大サ等シク方向全ク同一ナル一ツカト二ツノ Couples トニヨリ置き換ヘラル、其ノ Couples ハ夫々  $F_{1,y}, x_1, -F_{1,y} z_1$  及ビ  $F_{1,z}, y_1, -F_{1,z} x_1$  ナリ、上記六個ノ Couples ハ更ニ次ノ三ツノ Couples トナル、 $yz$ -plane 上ノ Couple

$$L_1 = F_{1,x} y_1 - F_{1,y} z_1$$

$zx$ -plane 上ノ Couple

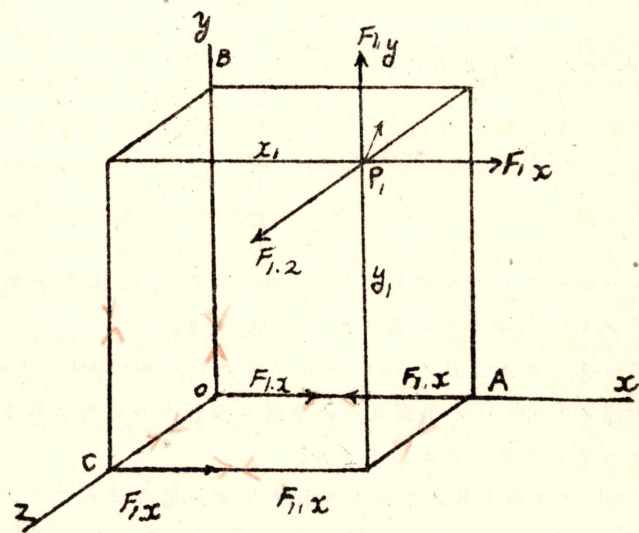
$$M_1 = F_{1,x} z_1 - F_{1,z} x_1$$

$xy$ -plane 上ノ Couple

$$N_1 = F_{1,y} x_1 - F_{1,x} y_1$$

トナル、O ヲ通ジテ働ケル  $F_{1,x}, F_{1,y}, F_{1,z}$  ハ一ツノ力  $F_1$  トナル、斯クノ如クシテ  $P_1$  ニ働ケル  $F_1$  ハ O ヲ通ジテ働ケル一ツノ力  $F_1$ 、或ハ  $F_{1,x}, F_{1,y}, F_{1,z}$  ノ三カト三個ノ Couple  $L_1, M_1, N_1$  トナル、 $F_2, F_3$  等モ同様ニ O ヲ通ズル力ト  $yz, zx, xy$ -plane 上ノ Couples トヲ以テ置き換ヘラル、而シテ是等ノ Couples ハ一ツノ Couple トナルヲ以テ、與ヘラレタル  $F_1, F_2, F_3$  等ノ Resultant ハ任

$$P_1(x_1, y_1, z_1)$$



意ノ點 O ヲ通ズル力

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2 + (\Sigma F_z)^2}$$

ト、一ツノ Couple

$$G = \sqrt{(\Sigma L)^2 + \Sigma(M)^2 + (\Sigma N)^2}$$

トナル、R ノ方向ハ

$$\cos \alpha = \frac{\Sigma F_x}{R}$$

$$\cos \beta = \frac{\Sigma F_y}{R}$$

$$\cos \gamma = \frac{\Sigma F_z}{R}$$

Couple G ノ Vector ノ方向ハ

$$\cos \alpha' = \frac{\Sigma L}{G}$$

$$\cos \beta' = \frac{\Sigma M}{G}$$

$$\cos \gamma' = \frac{\Sigma N}{G}$$

R ハ與ヘラレタル諸力ノ Vector sum ナリ、又 L, M, N ハ與ヘラレタル力 F ノ Coordinate axes ニ關スル Moments ナリ、

與ヘラレタル諸力ノ Vector sum ガ零ナレバ Resultant ハ Couple ナリ、

上述ノ Couple G ノ平面ガ R ノ平面ニ平行セル場合ニ R ト Couple トハ組合ハサレテ單一ナルカトナル、

Couple ノ平面ト R ノ平面ト平行ナラザル場合ニハニツノ一平面上ニアラザルカトナル、何ントナレバ Couple ノ一カヲ R ト交ハル如クナセバ其ノカト R トハ一ツノ力ニ組合ハサル、此ノカト Couple ノ他ノ一カトハ一平面上ニアラザルカナリ、

## 二二、一點ニ會セザル平行ナラザル一平面上ニアラザル衆力ノ釣合、

釣合ノ條件ハ

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0$$

$$\Sigma L = 0, \quad \Sigma M = 0, \quad \Sigma N = 0.$$

## 二、三、總括、

Coplanar forces ノ Resultant.

Collinear,  $R = \Sigma F$

Concurrent,  $R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$

$\cos \alpha = \frac{\Sigma F_x}{R}, \quad \cos \beta = \frac{\Sigma F_y}{R}$

Parallel,  $R = \Sigma F$

$\alpha = \frac{\Sigma M}{R}$

Nonconcurrent nonparallel,

$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$

$\cos \alpha = \frac{\Sigma F_x}{R}, \quad \cos \beta = \frac{\Sigma F_y}{R}$

$\alpha = \frac{\Sigma M}{R}$

Graphical composition = 於テハ Resultant ノ大サト方向トハ與ヘラレタル諸力ノ Vector sum, 即チ Polygon of forces ニテ定マリ、其ノ Action line ノ位置ハ一直線上ノ力ノ場合ニハ與ヘラレタル諸力ノ Action line ト一致シ、一點ニ交ハレル力ニテハ與ヘラレタル諸力ノ Action line ノ交點ヲ通ジ、Resultant force ノ Vector ノ方向ニ平行ナリ、平行力ニテハ Funicular polygon ニテ定メラル、一點ニ會セザル、平行ナラザル力ニテハ Funicular polygon ニヨリテ定ムルカ、又ハ與ヘラレタル諸力ノ内相交ハレル適當ナル二力ノ Resultant ノ Action line ヲ定メ、此ノ Resultant ト其ノ Action line ニ交ハレル、與ヘラレタル諸力ノ内ノ



一力トノ Resultant ノ Action line ヲ定ム、追テ斯克ノ如ク  
 順次ニ得タル所ノ Resultant ト其ノ Resultant ニ交ハレル、  
 與ヘラレタル諸力ノ一力トノ Resultant ノ Action line ヲ  
 定メ、終ニ與ヘラレタル System ノ Resultant ノ Action line  
 ヲ定ム、

Noncoplanor forces ノ Resultant.

Concurrent,

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2 + (\Sigma F_z)^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\Sigma F_x}{R}, \quad \cos \beta = \frac{\Sigma F_y}{R}, \quad \cos \gamma = \frac{\Sigma F_z}{R}$$

Parallel,

$$R = \Sigma F$$

$$a = \frac{\Sigma M_y}{R}, \quad b = \frac{\Sigma M_x}{R}$$

Nonconcurrent nonparallel,

$$R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2 + (\Sigma F_z)^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\Sigma F_x}{R}, \quad \cos \beta = \frac{\Sigma F_y}{R}, \quad \cos \gamma = \frac{\Sigma F_z}{R}$$

$$G = \sqrt{(\Sigma L)^2 + (\Sigma M)^2 + (\Sigma N)^2}$$

$$\cos \alpha' = \frac{\Sigma L}{G}, \quad \cos \beta' = \frac{\Sigma M}{G}, \quad \cos \gamma' = \frac{\Sigma N}{G}$$

但シ

$$L = F_z y - F_y z$$

$$M = F_x z - F_z x$$

$$N = F_y x - F_x y$$

一平面上ノ衆力ノ釣合ノ條件、

Collinear.  $\Sigma F = 0$

Concurrent, (a)  $\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0$

又ハ (b)  $\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma M_A = 0$

但シ Moment ノ Origin A ト共通ノ着力點トヲ結ベル直線ガ  $x$ -axis ノ方向ト直角ナラザルコトヲ得ズ、

又ハ

(c)  $\Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0$

但シ Moment ノ Centres A, B 及ビ共通ノ着力點ノ三點ガ一直線上ニアラザルコトヲ要ス、

Parallel, (a)  $\Sigma F = 0, \quad \Sigma M = 0$

又ハ (b)  $\Sigma F_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0$

但シ Moment ノ Centres A, B ヲ結ベル直線 AB ガ與ヘラレタル諸力ニ平行ナラザルコトヲ要ス、

Nonconcurrent nonparallel,

(a)  $\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma M = 0$

又ハ (b)  $\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0$

但シ A ト B トヲ結ベル直線ガ  $x$ -axis ノ方向ト直角ナラザルコトヲ要ス、

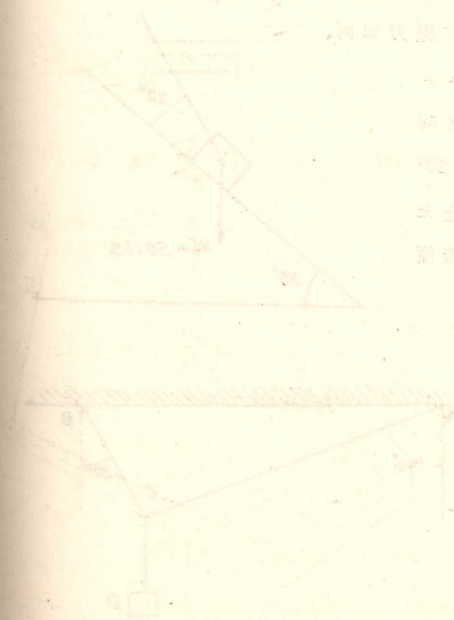
又ハ (c)  $\Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0, \quad \Sigma M_C = 0$

但シ A, B, C ノ三點ガ一直線上ニアラザルコトヲ要ス、

Graphical conditions ハ與ヘラレタル諸力ノ Polygon ガ閉ヅルコト、並ニ平行力及ビ一點ニ會セザル、平行ナラザル力ノ場合ニハ Funicular polygon モ亦閉ヅルコトヲ要ス、

一平面上ニアラザル衆力ノ釣合ノ條件、

Concurrent,  $\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0$



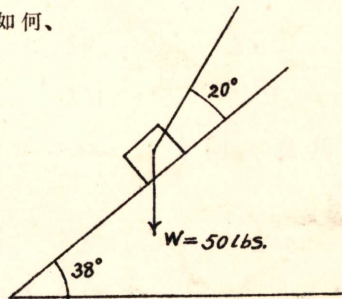
Parallel,  $\Sigma F = 0, \Sigma M_x = 0, \Sigma M_y = 0$   
 Nonconcurrent nonparallel,  
 $\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_z = 0$   
 $\Sigma L = 0, \Sigma M = 0, \Sigma N = 0.$

練習問題

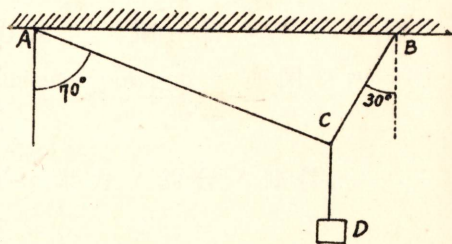
1. 水平ニ對シ  $30^\circ$  ノ傾角ヲナセル磨擦無キ斜面上ニ Weight 100 lbs. ノ物體アリテ斜ニ平行ニ引キ張ラレタル綱ニテ支持セラル、然ルトキ  
 (a) 綱ノ Tension 並ニ斜面ヨリノ Supporting force ヲ求ム、  
 (b) 綱ガ 60 lbs. 迄ノ Pull ニ堪ユルモノトセバ、綱ノ堪ユル範圍内ニテ如何程迄斜面ヲ傾ケ得ルカ、

2. 磨擦無キ斜面上ニ Weight W ナル物體アリ、水平力 P ガ加ヘラレテ静止セリ、斜面ノ水平ニ對スル傾角  $21^\circ 30'$  ナリトスレバ W ト P トノ比如何、又物體ニ斜面ヨリ働ク壓力如何、

3. 水平ニ對シ  $38^\circ$  ノ傾角ヲナセル磨擦無キ斜面上ニ Weight 50 lbs. ノ物體アリ、斜面ニ對シ  $20^\circ$  ノ傾角ヲナセル綱ニヨリ静止セリ、然ラバ綱ノ Tension, 並ニ斜面ヨリ物體ニ働ケル壓力如何、



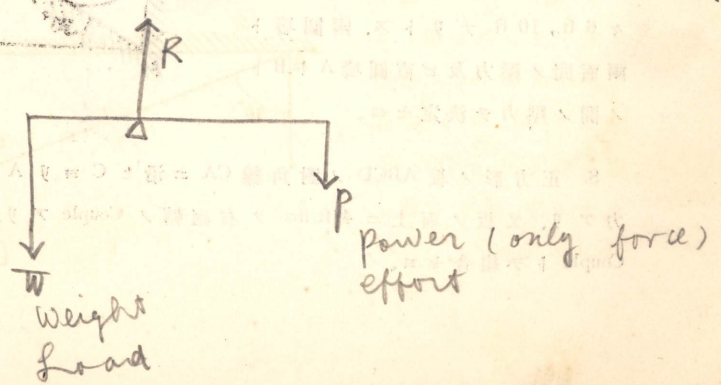
4. 綱 AC, BC ノ端 C ニ附ケラレタル環 C ヲリ Weight 60 lbs. ノ物體懸レリ、AC, BC ハ鉛直線ニ對シ夫々  $70^\circ, 30^\circ$  チナセリ、然ラバ綱ノ Tensions 如何、



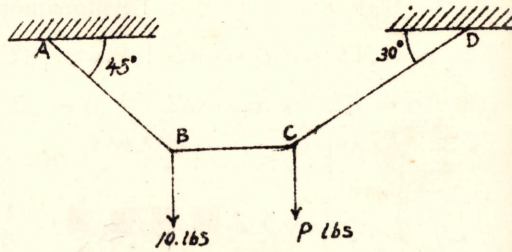
simple machine  
 { Inclined plane 斜面  
 lever 槓杆

Inclined plane { inclined plane  
 Wedge  
 screw

lever { lever  
 wheel and axle  
 Pulley tackle lever

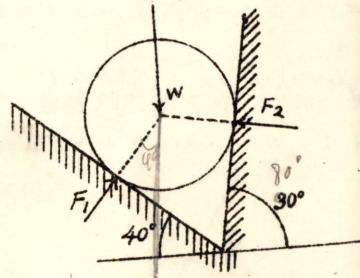


5. String ABCD ノ  
 兩端 A, D ハ固定サ  
 レ、部分 BC ハ水平ニ  
 アリ、AB, CD ノ部分  
 ハ圖ニ示セル如ク  
 水平ノ方向ニ對シ  
 夫々  $45^\circ$ ,  $30^\circ$  ノ角ヲ  
 ナセリ、B 點ニ 10 lbs.

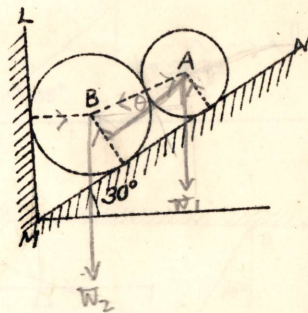


ノ Weight C 點ニ P lbs. ノ Weight 懸レリ、P 並ニ AB, BC, CD ノ各部分ニ  
 於ケル Tensions ヲ定メヨ、

6. ニツノ磨擦無キ斜面ニヨリ  
 作ラレタル Trough ニ横ハレル直  
 圓磗アリ、直圓磗ノ Weight ヲ 100  
 lbs. トシテ各斜面ヨリ直圓磗ニ働  
 ケル力ヲ求メヨ、

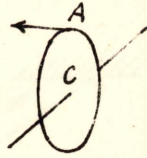


7. A, B ハニツノ磨擦無キ直圓  
 磗ニシテニツノ磨擦無キ水平 LM,  
 MN ニテ支持セラル LM ハ鉛直面  
 ニシテ MN ト水平面ト  $30^\circ$  ノ角ヲ  
 ナセリ、A ノ Weight 200 lbs., B ノ  
 Weight 100 lbs. トス、A, B ノ直徑夫  
 々 6 ft., 10 ft. ナリトス、兩圓磗ト  
 兩面間ノ壓力及ビ直圓磗 A ト B ト  
 ノ間ノ壓力ヲ決定セヨ、



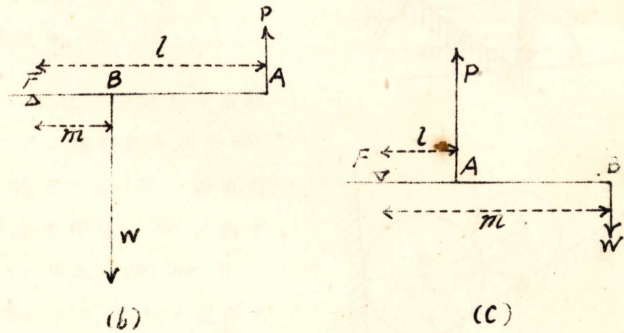
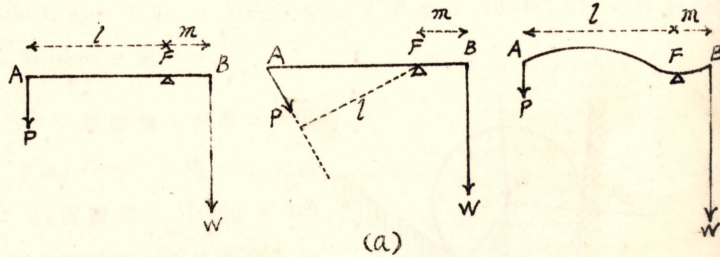
8. 正方形ノ板 ABCD ノ對角線 CA ニ沿ヒ C ヲリ A ニ向ヒ 20 lbs. ノ  
 力アリ、又板ノ面上ニ 4 ft-lbs. ノ右廻轉ノ Couple アリ、此ノ力ト此ノ  
 Couple トヲ組合セヨ、

9. 圖ニ示セル如ク Shaft ノ端ニアル 3 ft. Pulley ニ切線方向ニ 100 lbs. ノ Pull ガ働ケリ、此ノ力ヲ Pulley ノ中心ヲ通ズル一力ト Couple トニ分解セヨ、



10. 圖ニ示セル Levera (a), (b), (c) ニ於テ Resistance (又ハ Weight)  $W$  ト Effort (又ハ Power ト云フ)  $P$  トノ Ratio チ求メヨ、

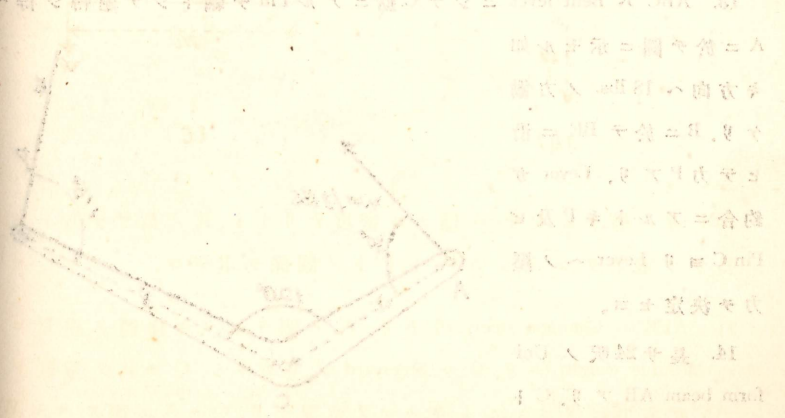
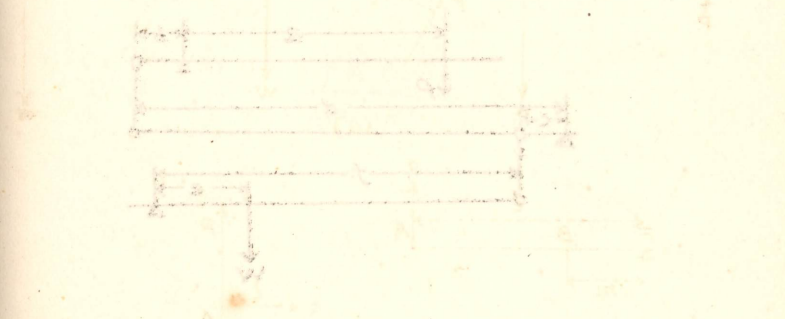
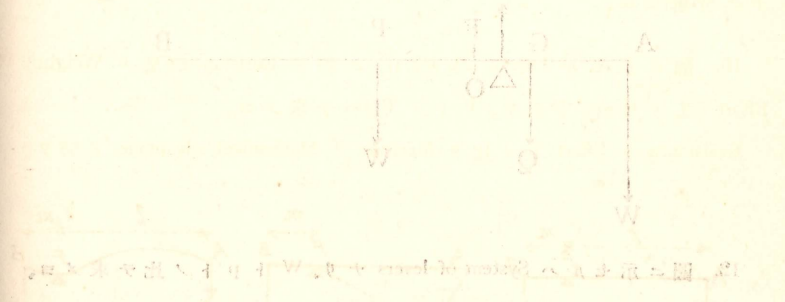
Resistance ト Effort トノ比ヲ Machine ノ Mechanical advantage ト云フ、



ABF ガ一様ナル大サ、一様ナル密度ナリトシ、其ノ長サヲ  $L$  トシ單位ノ長サノ重量ヲ  $w$  トシテ  $W$  ト  $P$  トノ關係ヲ求メヨ、

11. AFB ハ Common steelyard ナリ、 $W$  ハ測ラルベキ物體ノ重量ニシテ  $w$  ハ Movable weight ナリ、 $G$  チ Steeryard ノ重心トシ、 $Q$  チ其ノ重量トス、 $P$  ハ AB ガ水平ニ保タルトキノ  $w$  ノ位置ナリ、 $O$  ハ  $A$  ニ測ルベキ Weight

Handwritten notes in Japanese, including the word '機械' (mechanism) and some calculations.

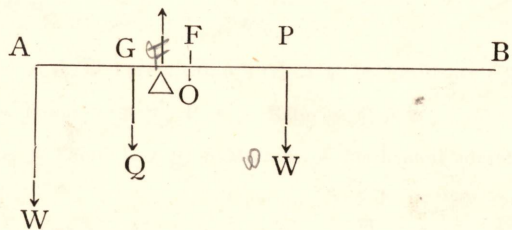


Handwritten notes in Japanese at the bottom of the page.

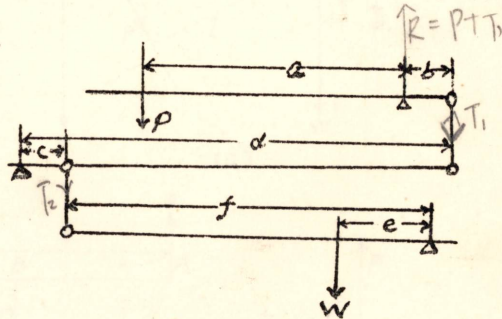
無キ場合 AB ガ水平ニ保タルベキ爲メノ  $w$  ノ位置ナリ、然ルトキ

$$\overline{OP} = \frac{W}{w} \Delta F$$

ナルコトヲ證セヨ、又若シ G ガ Longer arm ニアラバ如何、

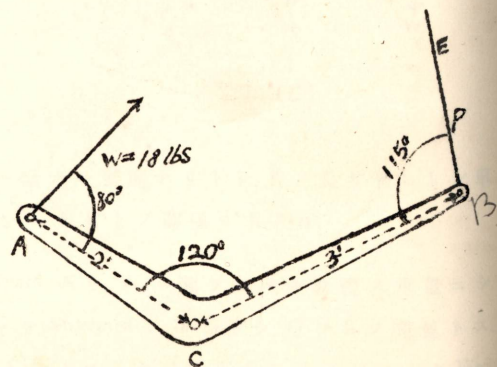


12. 圖ニ示セルハ System of levers ナリ、W ト P トノ比ヲ求メヨ、

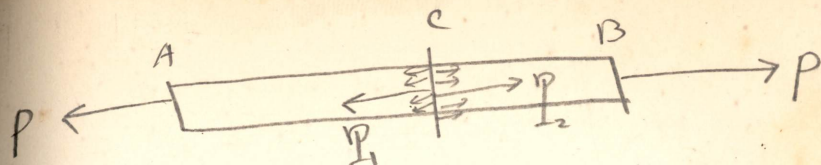


13. ABC ハ Bent lever ニシテ C 點ニアル Pin ヲ軸トシテ廻轉シ得ベシ、

A ニ於テ圖ニ示セル如キ方向へ 18 lbs. ノ力働ケリ、B ニ於テ BE ニ沿ヒテ力 P アリ、Lever ガ釣合ニアルトキ P 及ビ Pin C ヲリ Lever へノ壓力ヲ決定セヨ、



14. 長サ 24 呎ノ Uniform beam AB アリ、C ト



$$\Pi = P_2 = p \cdot \text{stress } P.$$

A -- area of section

$$\frac{P}{A} = p \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ intensity}$$

← tension  
→ compression

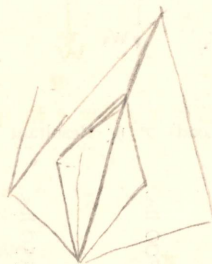
(12)

$$Pa = T_1 b \quad T_1 = \frac{PA}{f}$$

$$T_1 d = T_2 c \quad T_2 = \frac{d}{c} T_1 = \frac{d}{c} \frac{a}{b} P$$

$$T_2 f = W e \quad W = \frac{f}{e} T_2 = \frac{f}{e} \frac{d}{c} \frac{a}{b} P$$

$$\frac{W}{P} = \frac{f d a}{b c e}$$



D トニテ水平ニ支持セラル、C ハ A 端ヨリ 6 呎、D ハ A 端ヨリ 15 呎ニ  
アリ、Beam ノ Weight 200 lbs. トス、

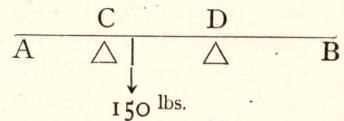
Weight 150 lbs. ノ人ガ C ト D トノ

間ニテ C ヨリ 2 呎ノ位置ニアル

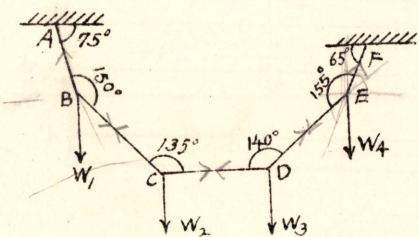
トキ支持點 C 及ビ D ニ於ケル

Reactions テ求メヨ、又此ノ人ガ B

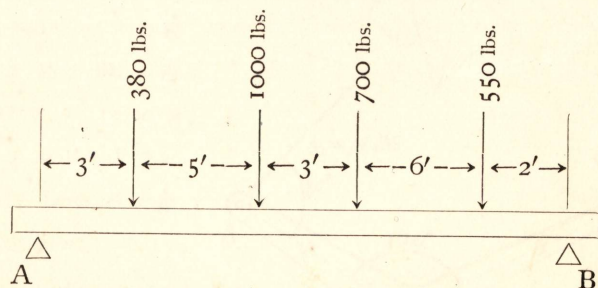
端ニ向ヒ歩ミ行クモノトセバ如何ナル位置ニ到リテ C ニ於ケル Reac-  
tion ハ零トナルカ、



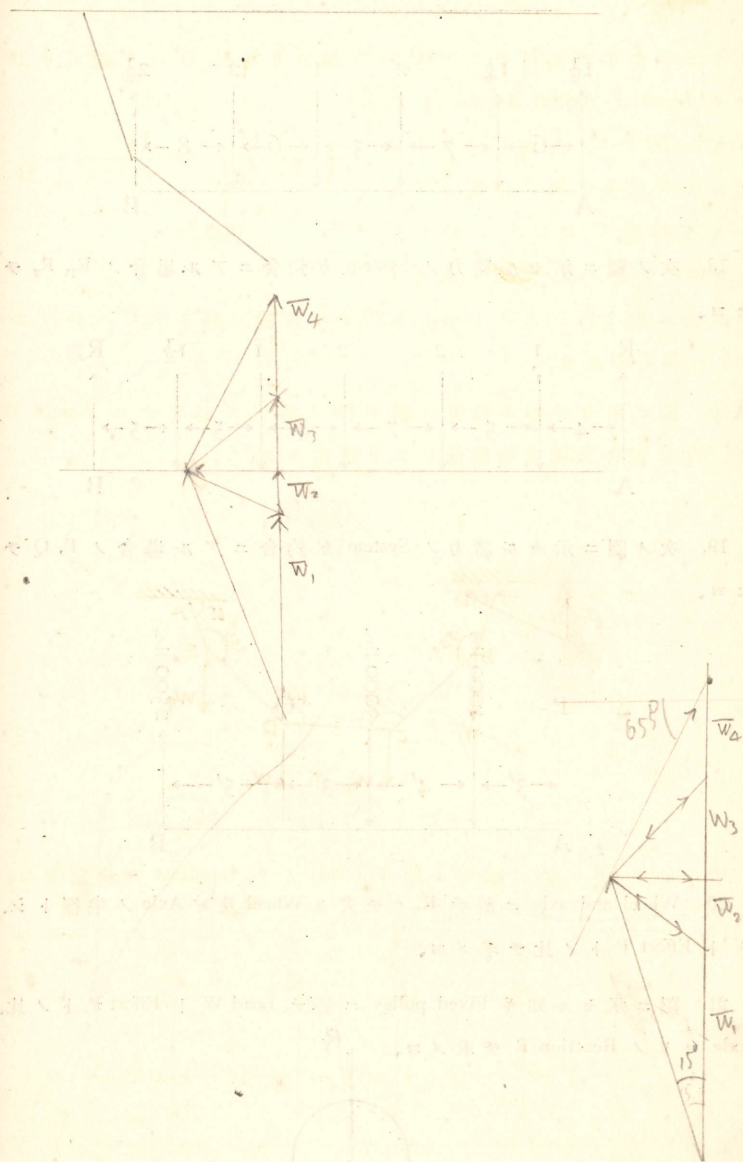
15. 圖ニ示セル如キ位置ニ綱ヲ保ツ爲メニ必要ナル Weight  $W_1, W_2,$   
 $W_3, W_4$  ノ割合ヲ圖式的解法ニヨリ決定セヨ、

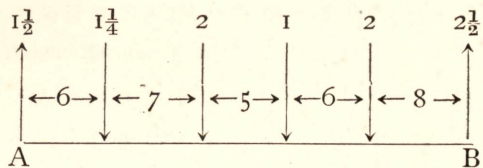


16. Beam AB ニ圖ニ示セル如キ Loads アリ、Resultant テ決定セヨ、

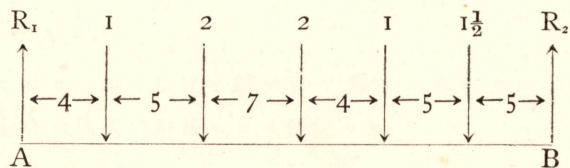


17. 次ノ圖ニ示セル諸力ノ Resultant テ求メヨ、

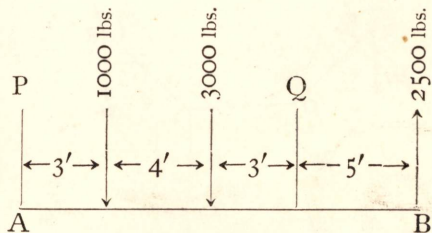




18. 次ノ圖ニ示セル諸力ノ System ガ釣合ニアル場合ノ  $R_1, R_2$  チ決定セヨ、

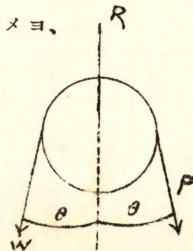


19. 次ノ圖ニ示セル諸力ノ System ガ釣合ニアル場合ノ  $P, Q$  チ決定セヨ、



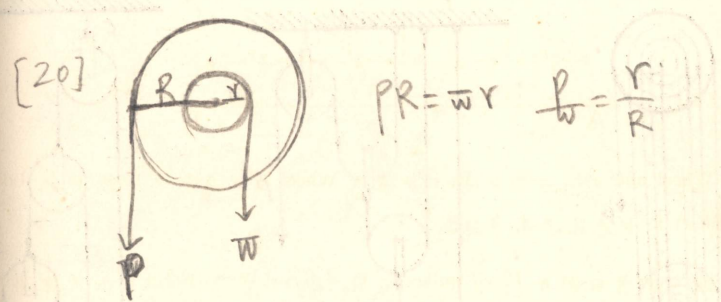
20. Wheel and axle ニ於テ  $R, r$  チ夫々 Wheel 及 Axle ノ半徑トシ、Load  $W$  ト Effort  $P$  トノ比ヲ求メヨ、

21. 圖ニ示セル如キ Fixed pulley ニ於テ Load  $W$  ト Effort  $P$  トノ比、並ニ Axle ヲリノ Reaction  $R$  チ求メヨ、



$P = W$

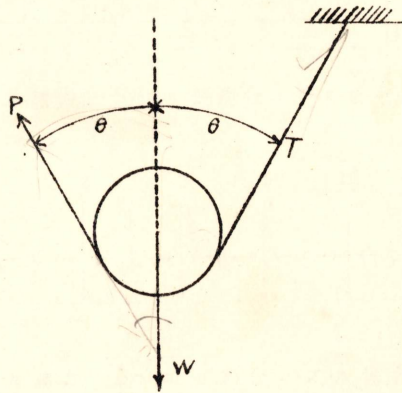
Handwritten text at the top of the right page, partially obscured.



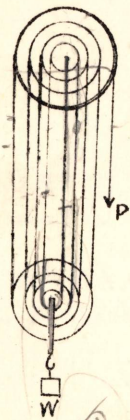
$PR = WR$     $\frac{P}{W} = \frac{r}{R}$



22. 圖ニ示セル Movable pulley ニ於テ Load W ト Effort P トノ關係ヲ求メヨ、

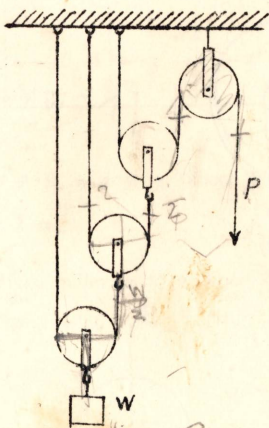


23. 圖ニ示セル Pulleys ノ各 System ニ於テ Load W ト Effort P トノ比ヲ求メヨ、



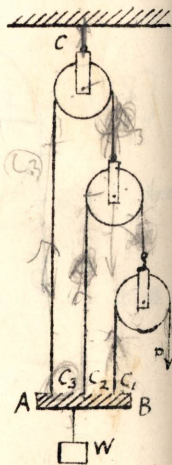
$\frac{W}{P} = 2$

$P = \frac{W}{2}$



$\frac{W}{P} = 2^n$

$P = \frac{W}{8}$



$P = \frac{W}{4}$   
 $(2^n - 1)P = W$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$   
 $= \frac{7}{8}$

$W = C_1 + C_2 + C_3$

$2C_2 = C_3$

$2C_1 = C_2$

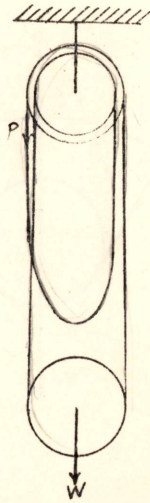
$C_1 = 4C_3$

$C_1 + C_2 + C_3 = W$

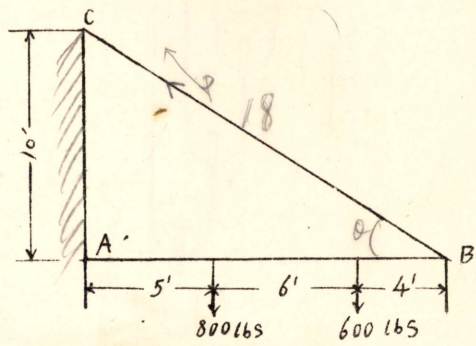
$W = 8P$



24. Weston's differential tackle に於テ Load W ト Effort P トノ比ヲ求メヨ、

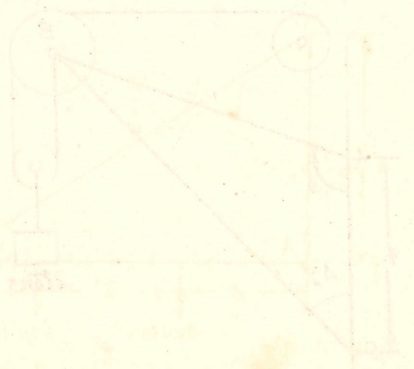


25. 圖ニ示セル Frame ニ於テ BC ニ沿ヒテ働ケル力並ニ A 點ニ働ケル力ノ鉛直分力ト水平分力トヲ決定セヨ、

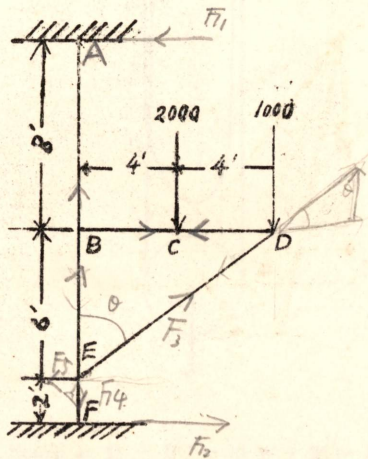


15

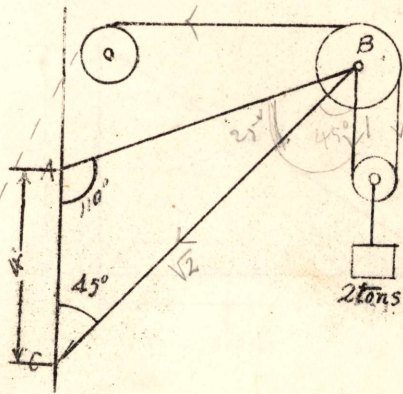
[25]



26. 圖ニ示セル如ク A ト F トニ於テ支持セラレタル Frame ノ C 及ビ D ニ夫々 2000 lbs. 及ビ 1000 lbs. ノ Load アリ、A ニ於ケル Supporting force ハ水平ナリトス; (a) A ニ於ケル Supporting force、並ニ F ニ於ケル Supporting force ノ鉛直及ビ水平方向ノ分力ヲ決定セヨ; (b) Joints E, B, D ニ於ケル諸力ノ鉛直分力及ビ水平分力ヲ決定セヨ; (c) Member DE ニ於ケル Stress ヲ決定セヨ、



27. 圖ニ示セル Crane ニ於テ AB, BC ニ於ケル Stress ヲ決定セヨ、



BA — X 軸  
BD — Y 軸  
non concurrent, non parallel system

$$\sum F_x = F_3 \cos \theta - 3000 = 0$$

$$\sum F_y = F_2 + F_3 \sin \theta - F_1 = 0$$

$$\sum M = F_1 \times 8 + F_2 \times 8 + F_3 \times 6 \sin \theta - (4 \times 2000 + 8 \times 1000) = 0$$

$$\cos \theta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$(1) \quad F_3 \times \frac{3}{5} = 3000 \quad F_3 = 5000$$

$$(2) \quad F_1 = 8 + 5000 \times \frac{4}{5} = F_2 + 4000 \quad F_1 - F_2 = 4000 \quad (4)$$

$$(3) \quad 8 \times F_1 + 8 \times F_2 + 5000 \times \frac{24}{5} = 16000$$

$$F_1 + F_2 = \frac{16000 - 24000}{8} = -1000 \quad (5)$$

$$(4) \text{ and } (5) \quad F_1 = \frac{3000}{2} = 1500 \quad F_2 = -2500$$

A = 3/4 in supporting force 1500

E = 3/4 in 釣合 7500

$$\sum F_x = F_3 \cos \theta = F_4 = 0 \quad F_4 = 3000$$

$$\sum F_y = F_3 \sin \theta - F_5 = 0 \quad F_5 = 4000$$

B 点 = 3/4 in 釣合 7500 鉛直力、F4 = 3000 水平力 4000 →

D = 3/4 in 釣合 7500 鉛直力 3000 ↑ 水平力 4000 ←

F = 3/4 in supporting force 2500 ←  
3000 ↑

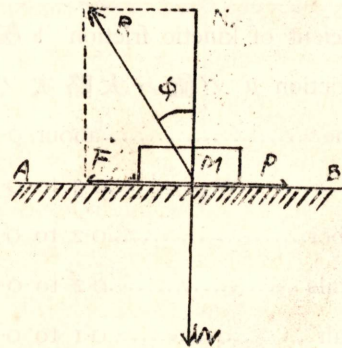
ED, stress 5000.



### 第三章 摩 擦

#### 二四、摩 擦、

物體 M ガ水平表面 AB 上ニ靜止セリトス、此ノ場合物體ハ其ノ Weight  $W$  ト表面ヨリノ Reaction  $R$  トニヨリ釣合ニアリ、Reaction ハ Weight ト大サ等シク方向反對ナリ、物體ニ水平力  $P$  ヲ作用セシメタリトス、 $P$  ガ或ル大サヲ超過セザル範圍内ニテハ物體ハ釣合ヲ維持スベシ、此ノ場合表面ヨリノ Reaction  $R$  ハ  $P$  ト  $W$  トノ Resultant ト大サ等シク方向反對ナリ、 $R$  ノ Normal component 及ビ Tangential component ヲ夫々  $N$ 、 $F'$  トスレバ  $N$ 、 $F'$  ハ夫々  $W$ 、 $P$  ト大サ等シク方向反對ナリ、 $F'$  即チ表面ヨリノ Reaction ノ Tangential component ヲ Friction ト云フ、Friction ハ物體ガ他ノ物體ノ表面ニ沿ヒ Sliding ヲ爲サントスル際ニ起ル所ノ Resistance ニシテ常ニ Sliding ヲ爲サントスル方向ニ反對ニ働ク、 $P$  ヲ更ニ或範圍以上ニ増セバ物體ハ終ニ表面ニ沿ヒテ Sliding ヲ始ムベシ、物體ガ將ニ Sliding ヲ起サントスルトキノ Friction ヲ Limiting static friction ト云フ、Limiting static friction ヲ  $F$  トシ、Normal pressure ヲ  $N$  トスレバ



$$F < N$$

$$F = \mu N$$

$$\frac{F}{N} = \mu$$

$$F = \mu N.$$

接觸セルニ物體ノ材料ガ定マリ接觸面ノ性質ガ定マレバ  $\mu$  ハ Constant ナリ、即チ Friction ハ Normal pressure ニ比例ス、 $\mu$  ヲ Coefficient of static friction ト云フ、又 Friction ハ兩物體ノ接觸面ノ大小ニ關係無シ、

物體ガ Sliding ヲ起セル後ノ Friction ハ Limiting static friction ヨリ小ナリ、Sliding ヲナセルトキノ Friction ヲ Kinetic friction ト云ヒ、其ノ Friction ト Reaction ノ Normal component トノ Ratio  $\mu$  ヲ Coefficient of kinetic friction ト云フ、

● Coefficient of static friction  $\mu$  ノ値ハ大略次ノ如シ、

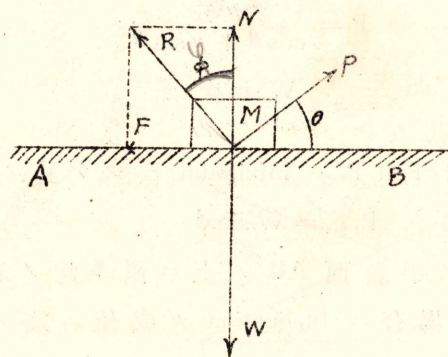
- Timber on stone.....about 0.4
- Iron on stone.....0.3 to 0.7
- Timber on timber.....0.2 to 0.5
- Timber on metals.....0.2 to 0.6
- Metals on metalr.....0.1 to 0.25.

物體ガ將ニ Sliding ヲ起サントスルトキ表面ヨリ物體ニ作用セル Reaction R ハ Limiting friction F ト Normal reaction N トノ Resultant ナリ、R ガ Normal トナセル角ヲ  $\phi$  トス、 $\phi$  ヲ Angle of friction 又ハ Limiting angle of reaction ト云フ、

$$\tan \phi = \frac{F}{N} = \mu.$$

物體 M ニ加ヘラレタル力 P ガ水平ニアラズシテ、其ノ Action line ガ水平ノ方向ニ對シ角  $\theta$  ヲナセルモノト

*N is Weight のアラス"vテ  
Normal component +1*



*R is M の中点より 1) cone (円錐) 2) 即ち 2) cone of friction 2)*

ス、釣合ニ於テ

$$F = P \cos \theta$$

$$N = W - P \sin \theta$$

而シテ

$$F = \mu N$$

故ニ

$$P = \frac{\mu W}{\cos \theta + \mu \sin \theta}$$

$$= \frac{W \sin \phi}{\cos(\theta - \phi)}$$

$\theta = \phi$  ナルトキ Pull P ハ Minimum ニシテ其ノ値ハ

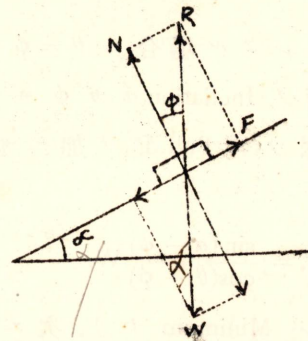
$$P_{\min.} = W \sin \phi$$

物體 M ヲ水平表面 AB ノ上ニ置キ此ノ表面 AB ヲ次第ニ傾クル場合ニ Inclination ガ或値ニ達スル迄ハ物體ハ斜面上ニアリテ釣合ニアリ、表面ニ沿ヘル Weight ノ Component  $W \sin a'$  ハ Friction ト釣合ニアリ、但シ  $a'$  ハ Inclination ナリ、 $a'$  ヲ増セバ  $W \sin a'$  ハ終ニ Limiting friction ニ打テ勝チ Sliding ヲ起スベシ此ノ場合ノ Inclination ヲ  $a$  トス、 $a$  ヲ Angle of repose ト云フ、Angle of repose ハ Angle of friction ニ等シ、

Weights W ノ物體ガ Inclination  $a$  ノ斜面上ニアリテ Pull 又ハ Push P ガ加ヘラレテ釣合ニアリトス、Pull P ニヨリ物體ガ將ニ斜面ニ沿ヒテ引キ上ゲラレントスル場合ノ釣合ニ於テ P ガ斜面トナセル角ヲ  $\theta$  トスレバ

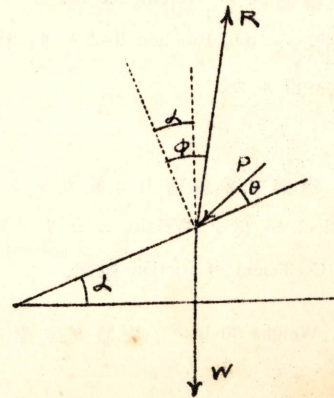
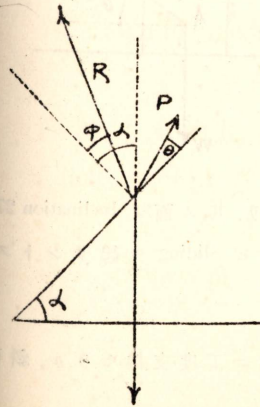
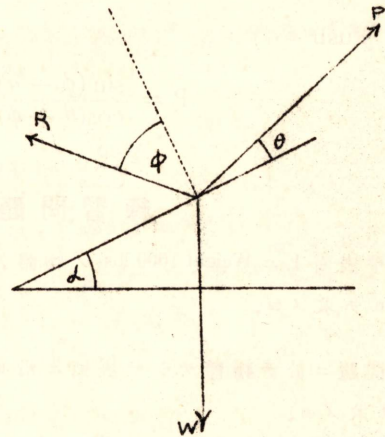
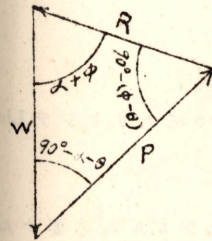
$$P = \frac{\sin(\alpha + \phi)}{\cos(\theta - \phi)} W.$$

面ガ傾斜ヲスルニ水平ナルニ  
friction angle, limiting coefficient of static friction. 相同等シ



斜ニスルニ沿フカ

$\alpha = \phi$ .  $\alpha$  ... angle of Repose  
 $\phi$  ... angle of friction



W,  $\alpha$  及  $\phi$  が與へラレタル場合ニ  $\theta = \phi$  ナルトキ P 之 Minimum トナル、斜面ノ Inclination  $\alpha$  ガ  $\phi$  ヨリ大ナル場合ニハ物體ノ釣合ヲ保ツニ Pull P ヲ加へザル可ラズ、其ノ P ノ値ハ

$$P = \frac{\sin(\alpha - \phi)}{\cos(\theta + \phi)} W.$$

$\theta = -\phi$  ナルトキ P 之 Minimum ナリ、次ニ Inclination  $\alpha$  ガ  $\phi$  ヨリ小ナル場合ニ物體ヲシテ滑リ降ラシムルニ必要ナル Push 之

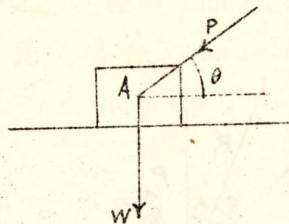
$$P = \frac{\sin(\phi - \alpha)}{\cos(\theta + \phi)} W.$$

練習問題

1. 水平表面上ニ Weight 1000 lbs. ノ物體アリ、 $\mu = 0.25$  ナリトシテ Limiting friction ヲ求メヨ、

2. 前問題ニ於テ物體ヲシテ表面ニ沿ヒテ滑ラシムルニ必要ナル最小ノ力ヲ求メヨ、

3. 物體 A 之 Weight 200 lbs. ナリ、  
 $\theta = 35^\circ$ ,  $\mu = 0.6$ ,  $P = 400$  lbs. ナリ、物體 A 之滑ルカ、



4. 摩擦アル斜面上ニ置カレタル Block アリ、其ノ面ノ Inclination  $27^\circ$  ナリ、Block 之其ノ Weight ニヨリテ將ニ面ニ沿ヒ Sliding ヲ起サントス、然ラバ Coefficient of friction 如何、

5. Weight 30 lbs. ノ物體ガ摩擦アル斜面上ニ丁度支持セラル、斜面ノ

$$\begin{aligned}
 P \cos \theta &= F & P \sin 35^\circ &= \text{力釣合ベキ} \\
 P \sin \theta + W &= N & & \\
 P \cos 35^\circ &= F & & \\
 P \sin 35^\circ + W &= N = \frac{F \cos \theta}{\sin \theta} & & \\
 P \sin 35^\circ + W \sin \theta &= P \cos 35^\circ \cos \theta & & \\
 P \cos (35^\circ - \theta) &= W \sin \theta & \therefore P &= \frac{W \sin \theta}{\cos (35^\circ - \theta)} \\
 \tan \theta &= 0.6 & \theta &= 31^\circ & \therefore P &= 102.2
 \end{aligned}$$



高サハ長サノ  $\frac{2}{3}$  ニシテ Coefficient of friction ハ  $\frac{1}{3}$  ナリ、斜面ニ平行ニ上方  
ヘ働ケル力 P テ以テ此ノ物體ヲ引キ上ゲントス、P ノ大サヲ求メヨ、

6. Inclination  $\alpha$  ナル摩擦アル斜面上ニ Weight W ナル物體アリ、水平ナ  
ル力 P ニヨリテ物體ハ斜面ニ沿ヒ上方ヘ將ニ動カントス、然ルトキ

$$P = W \tan(\alpha + \phi)$$

ナルコトヲ證セヨ、