第四章

重　心

一三、平行力ノ中心 (Centroid of Parallel forces).

剛體内ノ $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$,...... ナル點ニ夫々 F_1, F_2, ... ナルキ同一ノ向ノ平行力ガ作用スル場合 F_1 ト F_2 ノ合力ノ著力點ヲ直線 P_1P_2 上ノ $G_1(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ トスレバ

$$\frac{\bar{x}_1 - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{\bar{y}_1 - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{\bar{z}_1 - z_1}{z_2 - z_1} = \frac{\overline{P_1G_1}}{P_1P_2} = \frac{F_2}{F_1 + F_2}$$

トナル、故ニ

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1F_1 + x_2F_2}{F_1 + F_2}, \quad \bar{y}_1 = \frac{y_1F_1 + y_2F_2}{F_1 + F_2}, \quad \bar{z}_1 = \frac{\bar{z}_1F_1 + z_2F_2}{F_1 + F_2}$$

次ニ $G_1(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ ニ作用スル $F' = F_1 + F_2$ ト F_3 トノ合力ノ著力點ヲ直線 G_1P_3 上ノ $G_2(\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$ トスレバ上ト全ク同樣ニシテ次ノ如クナル、

$$\bar{x}_2 = \frac{\bar{x}_1F' + x_3F_3}{F' + F_3} = \frac{x_1F_1 + x_2F_2 + x_3F_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{y_1F_1 + y_2F_2 + y_3F_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

$$\bar{z}_2 = \frac{z_1F_1 + z_2F_2 + z_3F_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

コノ方法ヲ繰リ返ヘセバ $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$, ... ニ作用

スル多クノ同一ノ向キノ平行力 $F_1, F_2, \ldots\ldots$ ノ合力ハ

$$F=F_1+F_2+\ldots\ldots=\sum F$$

ニシテ方向ハ各力ト同ジク

$$\bar{x}=\frac{x_1F_1+x_2F_2+\ldots\ldots}{F_1+F_2+\ldots\ldots}=\frac{\sum Fx}{\sum F}$$

$$\bar{y}=\frac{\sum Fy}{\sum F}$$

$$\bar{z}=\frac{\sum Fz}{\sum F}$$

ナル座標ヲ有スル點ニ作用スルコトヲ知ル、

斯クノ如キ點 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ ヲ**平行力ノ中心**トイフ、

「平行力ノ中心ハ平行力ノ方向ニ無關係ニシテ各平行力ノ大サ及各著力點ノ位置ニノミ關係ス、」

一四、重　心 (Centre of Gravity).

物體ヲ組織スル各質點ハ夫々質量ニ比例スル重力ヲ受ク、此等ノ重力ハ平行力ト見做スコトヲ得ベシ、故ニ前節ノ方法ニヨリ其等ノ平行力ノ中心ヲ求メ得ベク、而シテ物體ヲ如何ニ回轉スルモ其ノ物體ノ各質點ニ働ク重力ノ合力ノ作用線ハ其ノ中心ヲ通ル、斯クノ如ク物體ニ固定セル一點ヲ物體ノ**重心**トイフ、

物體ノ各質點ノ座標ガ (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3) 等トシ其等ノ重量ヲ夫々 w_1, w_2, w_3 等トスレバ其ノ物體ノ重心ノ座標ハ次ノ如ク與ヘラル、

$$\bar{x}=\frac{w_1x_1+w_2x_2+w_3x_3+\ldots\ldots}{w_1+w_2+w_3\ldots\ldots}=\frac{\sum wx}{\sum w}$$

$$\bar{y}=\frac{\sum wy}{\sum w}$$

$$\bar{z}=\frac{\sum wz}{\sum w}$$

若シ物體ガ連續體ニシテ質量分布ガ一樣ナルトキハ其ノ物體ノ任意ノ一點 (x,y,z) ニ於ケル微小體積 dV ニ働ク重量ヲ dw トスレバ重心ノ座標ハ次ノ如ク積分ノ形ニテ與ヘラル、

$$\bar{x}=\frac{\int xdw}{\int dw}=\frac{\int xdV}{\int dV}$$

$$\bar{y}=\frac{\int ydw}{\int dw}=\frac{\int ydV}{\int dV}$$

$$\bar{z}=\frac{\int zdw}{\int dw}=\frac{\int zdV}{\int dV}$$

重心ニ關スル次ノ諸定理ハ容易ニ證明セラル、

(i)「一樣ナル密度ノ物體ガ對稱ノ中心ヲ有スルトキハソノ點ガ重心トナル、又對稱ノ軸又ハ平面ハ重心ヲ過ギル、」

(ii)「物體ノ重心ハコノ物體ヲ多クノ部分ニ分チ各部分ノ重心ニ夫々ノ部分ノ全重量ガ集中セル如キ質點系ノ重心ト一致ス、」

一五、簡單ナル形ノ物體ノ重心、

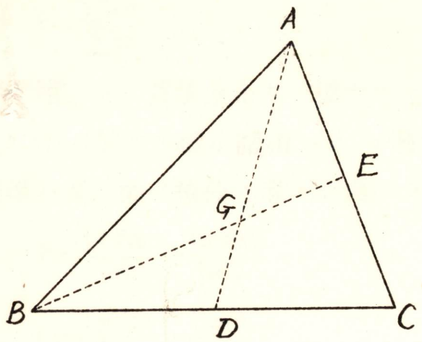
物體ハ其ノ質量分布一樣ナリトス、

(1) 三角形板、

重心ハ三中線ノ交點ナリ、

三角形 ABC ヲ一邊 BC ニ平行ナル數多ノ細キ棒ノ集マリト考フレバ三角形板ノ重心 G ハ此等ノ棒ノ重心ヲ連結スル直線上ニ在リ、即チ G ハ A ト對邊ノ中點 D トヲ結ブ直線上ニアル、

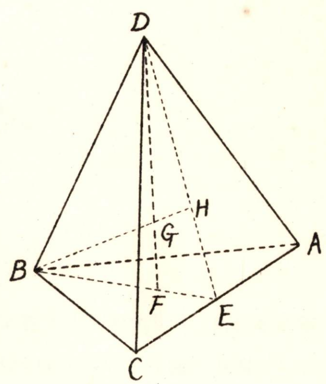
又同樣ニシテ G ハ B トソノ對邊ノ中點 E ヲ結ブ直線上ニモアリ、故ニ此等ノ二直線ノ交點ガ重心 G ナリ、



(2) **三角錐體、**

三角錐體ノ重心ハ底面ノ重心ト頂點トヲ連結スル直線上ニ於テ底面ヨリ其ノ線分ノ長サノ $\frac{1}{4}$ ノ點ナリ、

E ヲ AC ノ中點トシ B, E ヲ結ビテ $EF=\frac{1}{3}EB$ ノ如ク F ヲトレバ F ハ △ABC ノ重心ナリ、三角錐體ヲ底面 ABC ニ平行ナル數多ノ薄キ板ヨリナルモノト考ヘレバ各薄板ハ皆底面ニ相似ニシテソレ等ノ重心ハ何レモ DF 上ニ在リ、故ニ錐體ノ重心モ亦 DF 線上ニ在ルコトトナル、又 $EH=\frac{1}{3}ED$ ノ如ク H ヲトレバ H ハ底面 DAC ノ重心ナリ、上ト同理ニヨリ錐體ノ重心ハ BH 線上ニモ在ルコトトナル、故ニ錐體ノ重心 G ハ DF ト BH トノ交點ナリ、



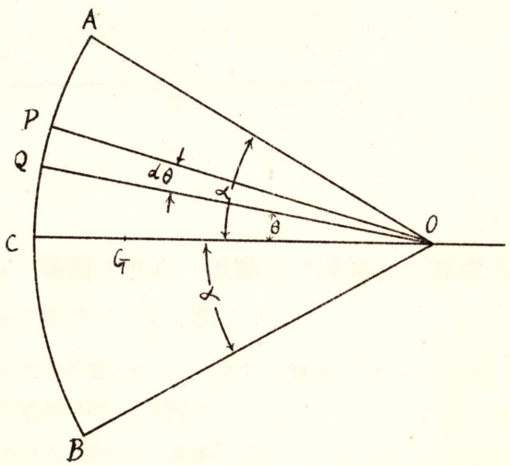
△EBD ニ於テ $EF=\frac{1}{3}EB,\ EH=\frac{1}{3}ED$ ナルヲ以テ FH//BD ニシテ $FH=\frac{1}{3}BD$ ナリ、

故ニ
$$\frac{FG}{GD}=\frac{FH}{BD}=\frac{1}{3}$$

$$\therefore\quad FG=\frac{1}{3}GD=\frac{1}{4}FD$$

(3) 圓弧、

圓弧ノ重心ハ圓ノ中心ヲ通ズル二等分線ニ於テ中心ヨリ $\frac{r \sin\alpha}{\alpha}$ ノ點ナリ、茲ニ α ハ中心角ノ半分ニシテ Radian ニテ示セルモノナリ、



$\overset{\frown}{ACB}$ ヲ與ヘラレタ圓弧トシ、C ヲ其ノ中點トス、圓ノ中心 O ヲ座標ノ原點ニ，OC ヲ x 軸ニトル、所要ノ重心 G ハ圓弧ノ二等分線 x 軸ニ在ルコト明ナリ、

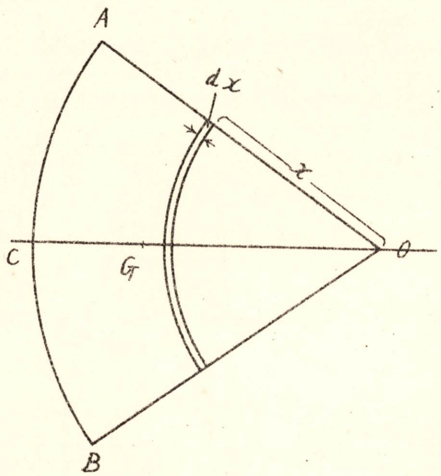
圓弧ノ微小部分 PQ ハ直線ト見倣シ得ルヲ以テ其ノ部分ノ重心ハ其ノ中點ニ在リ、今 $\angle COQ=\theta$, $\angle POQ=d\theta$ トスレバ

$$\overline{OG}\cdot r\cdot 2\alpha=2\int_0^\alpha rd\theta\cdot r\cos\theta=2r^2\sin\alpha$$

$$\therefore\qquad \overline{OG}=\frac{r\sin\alpha}{\alpha}$$

(4) 扇形、

扇形ノ重心ハ圓ノ中心ヲ通ズル二等分線上ニ於テ中心ヨリ $\frac{2}{3}\frac{r\sin\alpha}{\alpha}$ ノ點ナリ、



所與ノ扇形ヲ AOB トシ、其ノ圓弧ノ中點ヲ C トスレバ二等分線 OC 上ニ所要ノ重心 G ガ在ルコト明ナリ、

扇形 AOB ヲ無數ノ同心圓弧ニテ微小部分ニ分ツ、其ノ一ツヲ PQQ′P′ トス、圓弧 $\widehat{PQ}$, $\widehat{P'Q'}$ ノ半徑ヲ夫々 x, $x+dx$ トスレバ

$$\overline{OG}\cdot r^2\cdot\alpha=\int_0^r x\cdot 2\alpha\cdot dx\frac{x\sin\alpha}{\alpha}=2\sin\alpha\int_0^r x^2dx=\frac{2}{3}r^3\sin\alpha$$

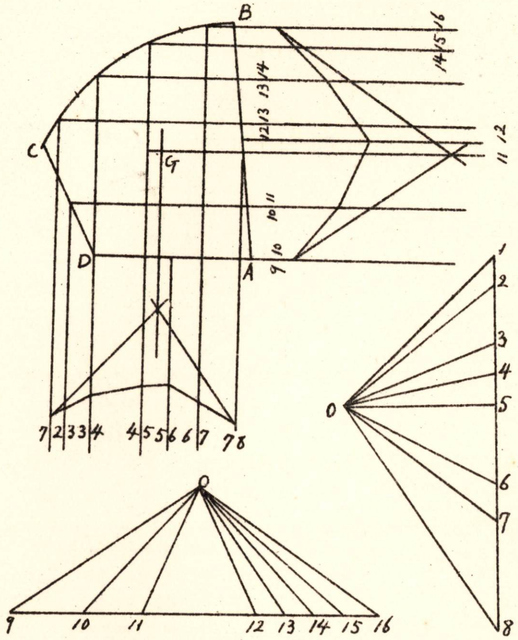
$$\therefore\quad \overline{OG}=\frac{2}{3}\cdot\frac{r\sin\alpha}{\alpha}$$

〔**例題 1**〕 ABCD ハ一樣ナル針金ナリ、AB, CD, DA ハ直線ニシテ BC ハ中心 A ナル圓弧ナリ、ABCD ノ重心ヲ求ム、

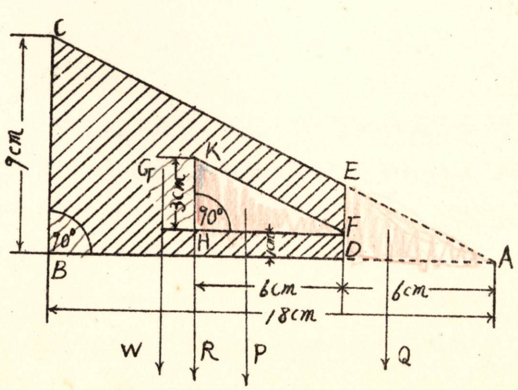
Arc BC ヲ或數例ヘバ四等分ス、各部分ノ重心ハ其ノ部分ノ中點ナリト見做シ、其ノ重量ハ弓ノ長サニ比例スルモノト見做ス、又直線ノ部分 AB, CD, DA ノ重心ハ夫々ノ中點ニシテ重量ハ夫々ノ長サニ比例ス、

索多角形ニヨリ合力ノ著力點ノ位置ヲ求メ、更ニ夫々ノ著力點ヲ變ゼズニ各部分ノ重量ノ作用線ヲ同ジ向キニ同ジ角ダケ廻轉シ、其ノ位置ニ對シテ索多角形ニヨリ合力ノ作用線ヲ定ム、此ノ作用線ト前ノ位置ニ於ケル合力ノ作用線トノ交點 G ハ求ムル所

ノ ABCD ノ重心ナリ、



〔例題 2〕 三角形 ABC ヨリ三角形 ADE, FHK ヲ取除キタリ、其ノ殘餘ノ部分ノ重心ヲ定メヨ、



$$R=\triangle ABC \text{ノ面積}=\frac{1}{2}\times 18\times 9=81\ \mathrm{cm}^2$$

$$P=\triangle FHK \text{ノ面積}=\frac{1}{2}\times 6\times 3=9\ \mathrm{cm}^2$$

$$Q=\triangle ADE \text{ノ面積}=\left(\frac{6}{18}\right)^2\times 81=9\ \mathrm{cm}^2$$

$$W=R-P-Q=81-9-9=63\ \mathrm{cm}^2$$

BC ヨリ △ABC, FHK, ADE ノ各重心ヘノ距離ハ夫々

$$\frac{1}{3}\times 18=6\ \mathrm{cm},\qquad 18-6-\frac{2}{3}\times 6=8\ \mathrm{cm},\qquad 18-\frac{2}{3}\times 6=14\ \mathrm{cm}$$

力ガ BC ニ平行セリトシ、B 點ニ關スル能率ヲ取レバ

$$81\times 6=9\times 8+9\times 14+63x$$

茲ニ x ハ BC ヨリ所要ノ重心 G ヘノ距離ナリ、

$$x=4.6\ \mathrm{cm}$$

力ヲ AB ニ平行セリトシ B 點ニ關スル能率ヲ取リテ G ヘ AB ヨリノ距離 y ヲ求メレバ

$$y=3.4\ \mathrm{cm}$$

練習問題 IV.

1. 一直線上ニアラザル三點ニ等シキ重量アリ、其ノ重心ヲ求メヨ、

2. 梯形 ABCD ニ於テ AB ト CD ト平行セリ、AB ノ中點 E ト CD ノ中點 F トヲ結ベル直線 EF ノ長サヲ c トス、又 AB, CD ノ長サヲ夫々 a, b トス、然ルトキ梯形 ABCD ノ重心 G ハ EF 上ニテ

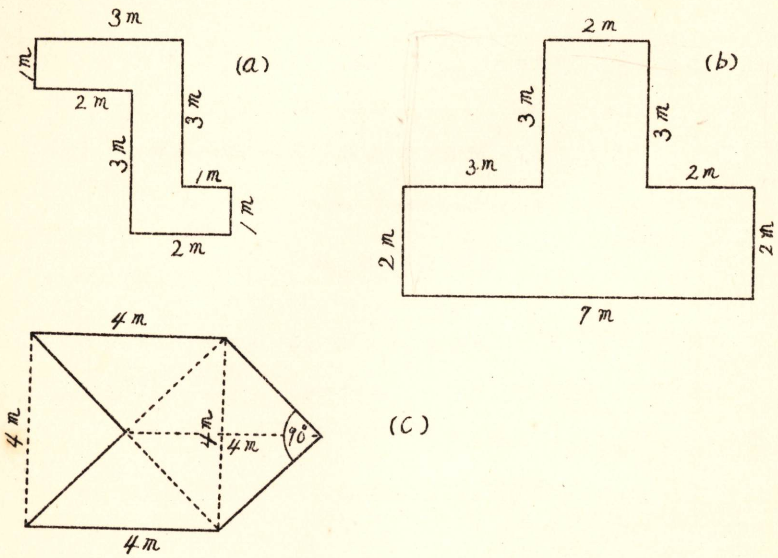
$$FG=\frac{(2a+b)c}{3(a+b)}$$

ニアルコトヲ證セヨ、

3. 同一材料ニテ作ラレタル二個ノ圓柱アリ、其ノ一ハ長サ 2 m, 直徑 1 cm ナリ、他ノ一ハ長サ 3 m, 直徑 4 cm ナリ、此ノ二ツノ圓柱ガ其等ノ軸ガ一直線上ニアル如クニ連接セラレタリ、全體ノ重心ヲ求メヨ、

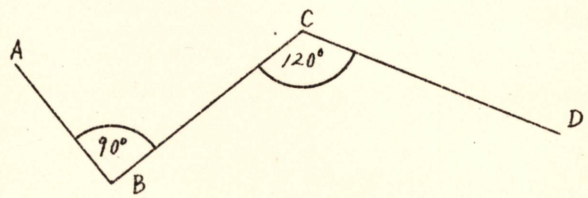
4. 前問題ニ於テ Section ノ小ナルモノハ銅ニシテ、大ナルモノハ眞鍮ナリトスレバ重心ノ位置如何、但シ銅及ビ眞鍮ノ比重ハ夫々 8.9, 8.2 ナリトス、

5. 次ノ圖ニ示セル Lamina ノ重心ヲ求メヨ、

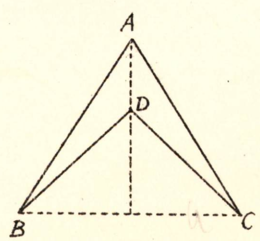


6. Zig-zag form ノ針金 ABCD ノ重心ヲ定メヨ、但シ

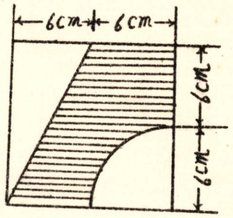
AB=25 inches.　　BC=40 inches.　　CD=48 inches.



7. 二等邊三角形 ABC ヨリ二等邊三角形 BDC ヲ切リ除キタリ、殘餘ノ部分 ABDCA ノ重心ガ三角形 BDC ノ頂點 D ニアル可キ爲メニハ三角形 BDC ノ高サヲ如何ニ定ムベキカ、

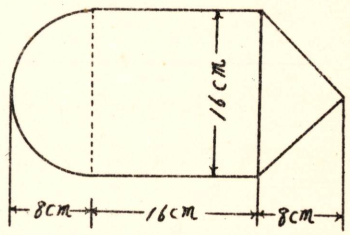


8. 直徑 6 m ノ圓板ニ直徑 2 m ノ圓孔ヲ設ケタリ、圓孔ノ中心ハ圓板ノ中心ヨリ 1·5 m ニアリトス、圓板ノ重心ヲ定メヨ、

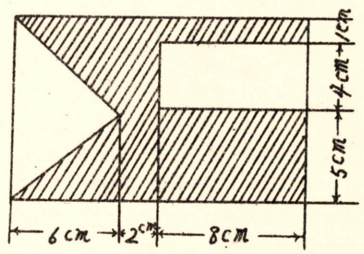


9. 右ノ圖 (a) ノ圓形ノ內ノ陰影ヲ施セル面積ノ重心ヲ定メヨ、

10. 右ノ圖 (b) ノ如キ直圓錐，直圓壔及半球ヨリ成レル物體ノ重心ヲ定メヨ、但シ半球ノ重心ハ球ノ中心ヨリ半徑ノ $\frac{3}{8}$ ナル點ニアリ、又直圓錐ノ重心ハ底面ヨリ高サノ $\frac{1}{4}$ ナル點ニアリ、



11. 直圓壔ノ一端ニ Conical recess アリ、他端ニ Cyilndrical hole アリ、右ノ圖 (c) ハ其ノ横斷面ヲ示セルモノナリ、此ノ物體ノ重心ヲ定メヨ、



12. ABCD ハ等質ナル正方板形ニシテ E, F ハ夫々 AB, BC ノ中點ナリ、此ノ正方形ヲ EF 線ニ沿フテ疊ミ B ガ中心ニ合致スル如クセル時ノ板ノ重心ヲ求メヨ、

13. 正圓錐體ヲ底面ニ平行ニシテ其ノ高サノ半分ノ高サニ在ル平面ニテ切斷セルモノノ重心ヲ求ム、

14. 圓ノ弧ト二ツノ Bounding radii トノ形ニ曲ゲラレタル一様ナル針金アリ、全體ノ重心ガ圓ノ中心ニアル場合ニハ圓弧上ノ上ニ立ツ中心角ハ $\tan^{-1}\left(-\frac{4}{3}\right)$ ナルコトヲ示セ、

15. 半徑 a ナル圓筒內ニ深サ h マデ水ヲ入レ其ノ內ニ半徑 $\frac{a}{2}$ ナル球ヲ沈ムル時ハ水ノ重心ハ中心ガ始メノ重心ヨリ $\frac{a}{6}-\frac{5}{72}\frac{a^2}{h}$ ノ距離ニアル半徑 $\frac{a^2}{12h}$ ナル水平圓ノ內ニ在ル事ヲ證明セヨ、

第五章

剛體ノ釣合

一六、剛體ノ釣合ノ條件、

剛體ノ種々ノ點ニ、種々ノ方向ヘ働ク衆力ノ作用ヲ受ケテ剛體ガ釣合ニアルタメノ條件ハ第二,三章ニ於テ論述セリ、之等ヲ總括シテ掲グレバ次ノ如シ、

[I] 平面力ガ作用セル場合、

(1) 一點ヲ過ギリテ作用スル場合、

$$(a)\quad \sum F_x=0,\qquad \sum F_y=0$$

又ハ

$$(b)\quad \sum F_x=0,\qquad \sum M_A=0$$

但シ能率ノ中心 A ト共通ノ著力點トヲ結ベル直線ガ x 軸ト垂直ナラザルコトヲ要ス、

又ハ

$$(c)\quad \sum M_A=0,\qquad \sum M_B=0$$

但シ能率ノ中心 A, B 及共通ノ著力點ノ三點ガ一直線上ニアラザルコトヲ要ス、

(2) 同一平面上ニ在ル平行力ガ作用スル場合、

$$(a)\quad \sum F=0,\qquad \sum M=0$$

又ハ

$$(b)\quad \sum M_A=0,\qquad \sum M_B=0$$

但シ能率ノ中心 A, B ヲ結ベル直線ガ衆力ト平行ナラザルコトヲ要ス、

(3) 一般ノ平面力ガ作用スル場合、

$$(a)\quad \sum F_x=0,\quad \sum F_y=0,\quad \sum M=0$$

又ハ (b) $\sum F_x=0$, $\sum M_A=0$, $\sum M_B=0$

但シ A ト B トヲ結ベル直線ガ軸ノ方向ト垂直ナラザルコトヲ要ス、

又ハ (c) $\sum M_A=0$, $\sum M_B=0$, $\sum M_C=0$

但シ A, B, C ノ三點ガ一直線ニアラザルコトヲ要ス、

[II] 同一平面ニ在ラザル衆力ガ作用スル場合、

(4) 一點ニ通ジテ作用シテ同一平面上ニ在ラザル力ガ作用スル場合、

$$\sum F_x=0, \quad \sum F_y=0, \quad \sum F_z=0$$

(5) 同一平面上ニ在ラザル平行力ガ作用スル場合、

$$\sum F=0, \quad \sum M_x=0, \quad \sum M_y=0$$

但シ z 軸ヲ平行力ノ方向ニトル、

(6) 同一平面上ニ在ラザル一般ノ場合、

$$\sum F_x=0, \qquad \sum F_y=0, \qquad \sum F_z=0$$

$$\sum(yF_z-zF_y)=0, \quad \sum(zF_x-xF_z)=0, \quad \sum(xF_y-yF_x)=0$$

一七、三力ノ作用スル剛體ノ釣合、

「剛體ニ三ツノ力ガ作用シテ釣合ニ在ルタメニハ此等ノ三ツノ力ハ同一平面上ニアリ、」

P, Q, R ヲ剛體ニ働ク三力トス、A 點ヲ一力 P ノ作用線上ノ任意ノ點トシ、B 點ヲ他ノ力 Q ノ作用線上ニトリ、而シテ AB ハ第三力 R ノ作用線ニ平行ナラザル如ク選ブ、

三力 P, Q, R ノ直線 AB ニ關スル能率ノ代數和ハ零ナラザルベカラズ、故ニ R ノ AB ニ關スル能率ハ零ナリ、從ッテ AB 又ハ其ノ延長ハ力 R ノ作用線ト交ル、同様ニシテ B′ ヲ力 Q ノ作用線上ニトリテ AB′ ガ第三力 R ノ作用線ニ平行ナラザル如ク選ブコトヲ得、而シテ同理ニ依リテ AB′ ハ力 R ノ作用線ト交ル、故ニ二力 Q, R ノ作用線ハ A 點ヲ過ギル一平面内ニ在リ、點 A ハ力 P ノ作用線上ノ任意ノ一點ナ

ルヲ以テ P ノ作用線ハ Q, R ノ作用線ヲ含ム平面上ニ在リ、

「剛體ニ働ク三ツノ力ガ釣合ヲ保ツトキハ同一平面上ニ在リテ三力ハ平行ナルカ又ハ其等ノ作用線ハ一點ニ會ス、」

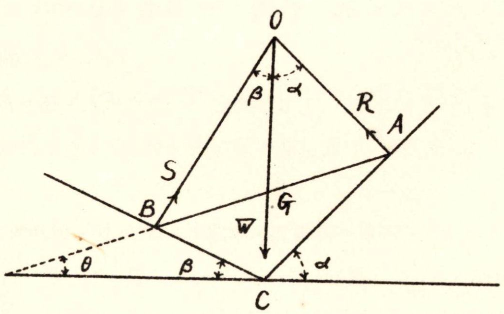
三ツノ力ガ同一平面上ニ在ルコトハ上ニ證明セリ、

三ツノ力ノ中二ツノガ平行ナレバ二力ノ合力ト第三力トハ方向反對ニシテ大サ相等シキコトヲ要ス、即チ三ツノ力ハ平行ナリ、

三ツノ力ノ中二ツノ力ノ作用線ガ交レバ其等ノ合力ハ共通ノ著力點ヲ通ル、此ノ合力ト第三力トハ方向反對ニシテ大サ等シキコトヲ要ス、即チ三ツノ力ノ作用線ハ一點ニ會ス、

「剛體ニ働ク平行ナラザル三ツノ力ガ釣合フタメニ必要ニシテ且ツ充分ナル條件ハ其等ノ作用線ガ同一平面内ニ在ツテ一ツノ點ニ交リ且ツ力ノ大サニ關シテハ Lami ノ定理ガ成立ス、」

〔例題〕 水平ニ對シテ傾角夫々 α, β ナル滑カナル複斜面 ACB ノ上ニ圖ニ示ス如ク AB ナル棒ヲ支フルトキノ平衡ノ位置及兩端ニ於ケル抗力 R, S ヲ見出セ、棒ノ重心ハ其ノ兩端 A, B ヨリ夫々 a, b ノ距離ニ在ルモノトス、



棒ニ働ク三力 R, S, W ノ作用線ハ一點 O ニテ交ルコト明ナリ、

今水平及鉛直ノ方向ニ於ケル分力ノ和ヲ零ト置ケバ

$$\left.\begin{aligned} R\cos\alpha+S\cos\beta&=W \\ R\sin\alpha&=S\sin\beta \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\therefore \qquad R=W\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}, \qquad S=W\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

次ニ重心 G ニ關スル能率ノ代數和ヲ零ト置ケバ

$$Ra\cos(\alpha-\theta)=Sb\cos(\beta+\theta) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

式 (2) ニ於ケル R,S ノ値ヲ代入スレバ

$$a\frac{\cos(\alpha-\theta)}{\sin\alpha}=b\frac{\cos(\beta+\theta)}{\sin\beta}$$

$$\therefore \qquad \tan\theta=\frac{b\cos\beta-a\cot\alpha}{a+b}$$

依リテ棒ノ平衡ノ位置 θ ヲ定メ得ベシ、

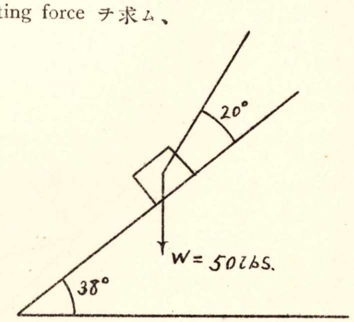
〔**注意**〕 式 (2) ヲ求メルニ Lami ノ定理ヲ適用スルモ可ナリ、

練 習 問 題 V.

1. 水平ニ對シ 30° ノ傾角ヲナセル摩擦無キ斜面上ニ Weight 100 lbs. ノ物體アリテ斜面ニ平行ニ引キ張ラレタル綱ニテ支持セラル、然ルトキ

(*a*) 綱ノ Tension 並ニ斜面ヨリノ Supporting force ヲ求ム、

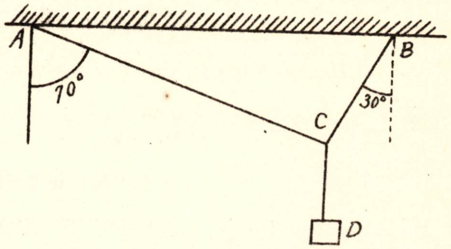
(*b*) 綱ガ 60 lbs. 迄ノ Pull ニ堪ユルモノトセバ, 綱ノ堪ユル範圍內ニテ如何程迄斜面ヲ傾ケ得ルカ、



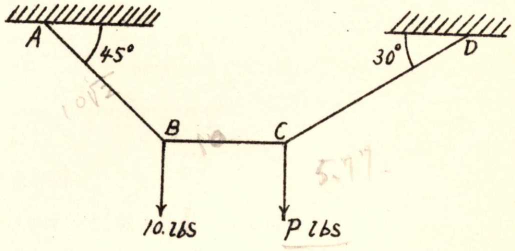
2. 摩擦無キ斜面上ニ Weight W ナル物體アリ、水平力 P ガ加ヘラレテ靜止セリ、斜面ノ水平ニ對スル傾角 21°30′ ナリトスレバ W ト P トノ比如何、又物體ニ斜面ヨリ働ク壓力如何、

3. 水平ニ對シ 38° ノ傾角ヲナセル摩擦無キ斜面上ニ Weight 50 lbs. ノ物體アリ、斜面ニ對シ 20° ノ傾角ヲナセル綱ニヨリ靜止セリ、然ラバ綱ノ Tension, 並ニ斜面ヨリ物體ニ働ケル壓力如何、

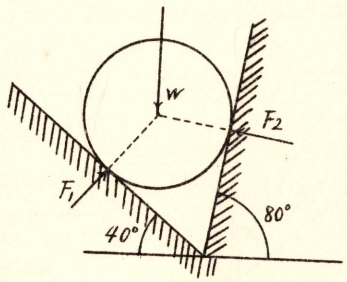
4. 綱 AC, BC ノ端 C ニ附ケラレタル環 C ヨリ Weight 60 kgs. ノ物體懸レリ、AC, BC ハ鉛直線ニ對シ夫々 70°, 30° ヲナセリ、然ラバ綱ノ Tensions 如何、



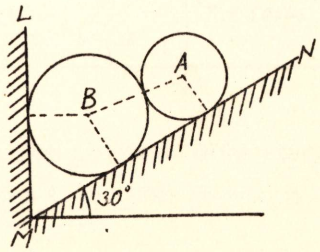
5. String ABCD ノ兩端 A, D ハ固定サレ部分 BC ハ水平ニアリ、AB, CD ノ部分ハ圖ニ示セル如ク水平ノ方向ニ對シ夫々 45°, 30° ノ角ヲナセリ、B 點ニ 10 lbs. ノ Weight C 點ニ P lbs. ノ Weight 懸レリ、P 並ニ AB, BC, CD ノ各部分ニ於ケル Tension ヲ定メヨ、



6. 二ツノ摩擦無キ斜面ニヨリ作ラレタル Trough ニ横ハレル直圓壔ノ Weight ヲ 100 kgs. トシテ各斜面ヨリ直圓壔ニ働ケル力ヲ求メヨ、

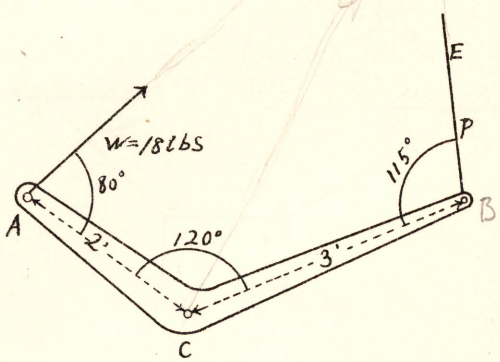


7. A, B ハ二ツノ摩擦無キ直圓壔ニシテ二ツノ摩擦無キ平面 LM, MN ニテ支持セラル LM ハ鉛直面ニシテ MN ト水平面ト 30° ノ角ヲナセリ、A ノ Weight 200 kgs, B ノ Weight 100 kgs. トス、A, B ノ直徑夫々 6 m., 10 m. ナリトス、兩圓壔ト兩面間ノ壓力及直圓壔 A ト B トノ間ノ壓力ヲ決定セヨ、

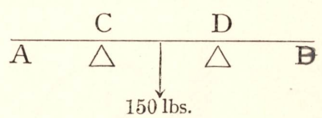


8. 三本ノ長サ相等シキ棒ノ一端ヲ結合シテ三脚ヲ作リ之ヲ地上ニ立テ結合點ニ重サ W ノ錘リヲ吊ス時各ノ棒ニ作用スル力ヲ求メヨ、但シ棒ノ重サヲ無視ス、

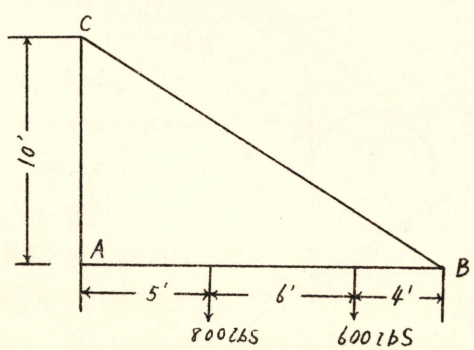
9. ABC ハ Bent lever ニシテ C 點ニアル Pin ヲ軸トシテ廻轉シ得ベシ、A ニ於テ圖ニ示セル如キ方向ヘ 18 lbs. ノ力働ケリ、B ニ於テ BE ニ沿ヒテ力 P アリ、Lever ガ釣合ニアルトキ P 及 Pin C ヨリ Lever ヘノ壓力ヲ決定セヨ、



10. 長サ 24 呎ノ Uniform beam AB アリ、C ト D トニテ水平ニ支持セラル、C ハ A 端ヨリ 6 呎, D ハ A 端ヨリ 15 呎ニアリ、Beam ノ Weight 200 lbs. トス、Weight 150 lbs. ノ人ガ C ト D トノ間ニテ C ヨリ 2 呎ノ位置ニアルトキ支持點 C 及 D ニ於ケル Reactions ヲ求メヨ、又此ノ人ガ B 端ニ向ヒ歩ミ行クモノトセバ如何ナル位置ニ到リテ C ニ於ケル Reaction ハ零トナルカ、



11. 圖ニ示セル Frame ニ於テ BC ニ沿ヒテ働ケル力並ニ A 點ニ働ケル力ノ鉛直分力ト水平分力トヲ決定セヨ、



12. 二邊ノ長サガ $2a, 2b$ ニシテ重サ W ナル矩形板ガ長サ $2a$ ナル邊ガ水平ニ對シテ上方ニ θ ナル傾キヲナス位置ニ於テ其下方ノ邊ノ兩端 A, B ニ於ケル二ツノ鉛直上方ニ向フ力 S, R ニテ支ヘラルト云フ、此ノ二力ノ値ヲ求メヨ、

13. 重サ W ナル一樣ナル棒 AB ガ一端 A ノ蝶番ニ依リテ鉛直面內ニ廻リ得、他端 B ニ絲ヲ付ケ A ノ直上 C(AC=AB) ニアル滑車ヲ經テ之ヲ引キ上グル時棒ガ鉛直 α トナル角ヲナシテ平衡ニアル樣ニ絲ヲ引クニハ幾何ノ力ヲ要スルカ、又 A ニ於ケル抗力ヲ求メヨ、

14. 一樣ナル眞直ナル棒ヲ其ノ兩端ニ附シタル絲ニテ支ヘテ下ゲル時絲ノ水平ニ對スル傾キガ α 及 β ナル時棒ノ水平ニ對スル傾キ θ ヲ求ム、

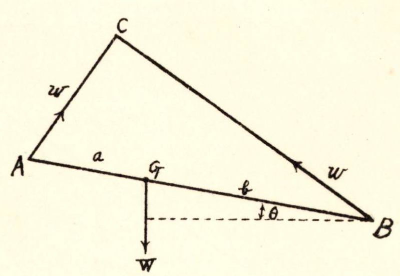
15. 一樣ナル棒 AB ガ滑カナル鉛直ノ壁及釘 P ニテ支ヘラルル時平衡ノ位置及抗力ヲ求メヨ、

16. A ナル蝶番ノ周リニ動キ得ル一樣ナル棒 AB(長サ$=2a$, 重サ$=$W) ノ端 B ニ長サ $2l$ ノ絲ヲ附ケ、AB ガ水平ノ位置ニアルトキニ B ノ占ムベキ點 C ニ結ブ、絲ノ張力 T 及蝶番ノ抗力 R ヲ求ム、

17. 重サ W ナル棒 AB ノ兩端ニ絲ヲ附ケ絲ノ他端ニハ相等シキ重量 w ナル二個ノ錘ヲ附ケル、二本ノ絲ハ滑カナル一個ノ釘 C ニ懸リ棒ハ平衡ニ在リト云フ然ル時ハ

$$\theta=\tan^{-1}\left[\frac{b-a}{a+b}\cot\left(\cos^{-1}\frac{W}{2w}\right)\right]$$

ナル事ヲ證明セヨ、但シ棒ノ重心 G ハ兩端 A, B ヨリ夫々 a, b ノ距離ニアリトス、



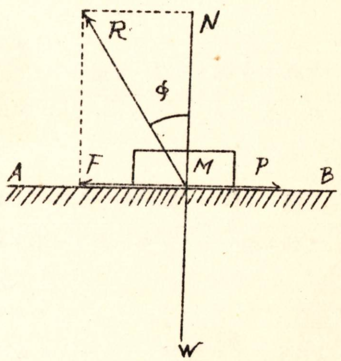
18. 固定セル滑カナル半球 (半徑$=a$) ガアル、之ニ一樣ナ眞直ナ棒 (長サ$=2l$, 重サ$=$W)) ガ倚リ掛カツテヰル棒ノ平衡ノ位置ト棒ノ受ケル抗力ヲ求メヨ、

19. 半徑 r, r' ナル二ツノ滑カナル圓柱ヲ絲ニテ縛ル時絲ノ張力ヲ T トセバ兩圓柱間ニ作用スル抗力如何、

20. 二ツノ一樣ナル球 (半徑 a_1, a_2, 重サ$=W_1, W_2$) ガ l ナル長サノ絲ニテ連結セラレ滑カナル釘ニ引キ懸ケラレテ相觸ル、各球ノ中心ト釘トノ距離及絲ノ張力ヲ計算セヨ、

一八、粗ナル表面上ニアル剛體ノ釣合、

物體 M ガ水平表面 AB 上ニ靜止セリトスレバ物體ハ其ノ重量 W ト表面ヨリノ抗力 R トハ大サ等シク方向反對ニシテ釣合ニアリ、



今物體ニ水平力 P ヲ作用セシメタリトス、P ガ或ル大サヲ超過セザル範圍内ニ於テハ物體ハ釣合ヲ維持スベシ、是ハ水平力ト大サ相等シク方向反對ナル抵抗ガ働クタメニシテ其ノ抵抗ヲ**靜摩擦力** (Static friction) トイフ、

水平力 P ヲ更ニ增シテ或ル範圍以上ニ增大スレバ物體ハ終ニ表面ニ沿ヒテ滑リ始ムベシ、物體ガ將ニ滑ルトキノ摩擦力ヲ**最大靜摩擦力** (Limiting static frrction) ト云フ、

最大靜摩擦力ヲ F トシ、垂直抗力ヲ N トスレバ

$$\frac{F}{N}=\mu$$

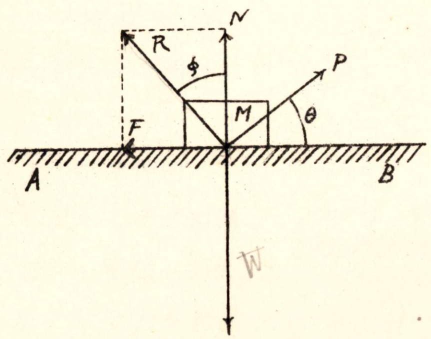
μ ハ接觸セル二物體ノ材料及接觸面ノ性質ニ依リテ定マル常數ナリ、之ヲ**靜摩擦係數** (Coefficient of static friction) ト云フ、摩擦

接觸面ノ大小ニ関係ナイ(固体ト固体)
体ハ面積ニ比例ス

力ハ垂直抗力ニ比例シ、兩物體ノ接觸面ノ大小ニ無關係ナリ、

物體ガ將ニ滑リ始メントスルトキ表面ヨリ物體ニ作用スル力ハ最大靜摩擦力 F ト垂直抗力 N トノ合力 R ナリ、R ガ表面ヘノ法線トナセル角ヲ ϕ トス、ϕ ヲ摩擦角 (Angle of friction) ト云フ、

$$\tan\phi=\frac{F}{N}=\mu$$



物體 M ヲ加ヘラレタル力 P ガ水平ニアラズシテ其ノ作用線ガ水平方向ニ對シテ角 θ ヲナセルモノトス、

$$F=P\cos\theta,\qquad N=W-P\sin\theta$$

而シテ $\qquad F=\mu N$

故ニ
$$P=\frac{\mu W}{\cos\theta+\mu W}=\frac{W\sin\phi}{\cos(\theta-\phi)}$$

$\theta=\phi$ ナルトキ力 P ハ最小ニシテ其ノ値ハ

$$P_{min}=W\sin\phi$$

物體 M ヲ水平表面 AB ノ上ニ置キ此ノ表面 AB ヲ次第ニ傾クル場合ニ傾斜角ガ或値ニ達スル迄ハ物體ハ斜面上ニ於テ釣合ニ

$$\frac{R}{\sin(90^\circ+\theta)}=\frac{W}{\sin(90^\circ-\theta+\phi)}=\frac{P}{\sin(180^\circ-\phi)}$$

$$\frac{R}{\cos\theta}=\frac{W}{\cos(\theta-\phi)}=\frac{P}{\sin\phi}$$

$$P=\frac{\sin\phi}{\cos(\theta-\phi)}W$$

$$\left.\begin{array}{l}F=P\cos\theta\\ N=W-P\sin\theta\end{array}\right\}$$

$$\frac{F}{N}=\mu=\tan\phi$$

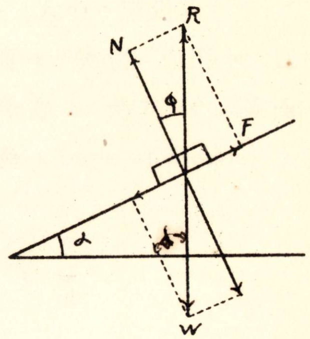
$$\frac{P\cos\theta}{W-P\sin\theta}=\frac{\sin\phi}{\cos\phi}$$

$$P\cos\theta\cos\phi-W\sin\phi-P\sin\theta\sin\phi$$

$$P\cos(\theta-\phi)=W\sin\phi$$

$$P=\frac{\sin\phi}{\cos(\theta-\phi)}W$$

在リ、表面ニ沿ヘル重量ノ分力 W sin α' ハ摩擦力ト釣合ニ在リ、（α' ハ傾斜角ナリ）α' ヲ増セバ終ニ最大摩擦力ニ打チ勝チテ滑リ始ムベシ、物體ガ將ニ滑リ始メントスルトキノ傾斜角 α ヲ Angle of repose トイフ、Angle of repose ハ Angle of friction ニ等シ、

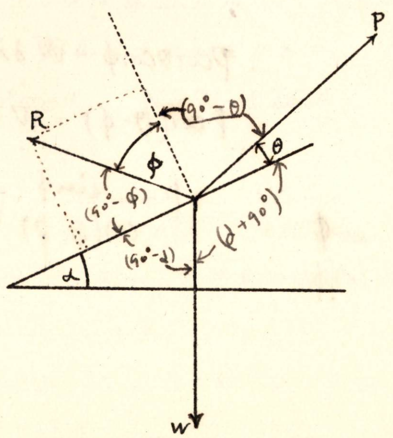


重量 W ノ物體ガ傾斜角 α ノ斜面上ニアリテ Pull 又ハ Push ガ加ヘラレテ釣合ニアリトス、

(i) Pull P ニヨリ物體ガ將ニ斜面ニ沿ヒテ引キ上ゲラレントスル場合ノ釣合ニ於テ P ガ斜面トナセル角ヲ θ トスレバ

$$P=\frac{\sin(\alpha+\phi)}{\cos(\theta-\phi)}W$$

W, α 及 ϕ ガ與ヘラレタル場合ニ $\theta=\phi$ ナルトキ P ハ最小トナル、



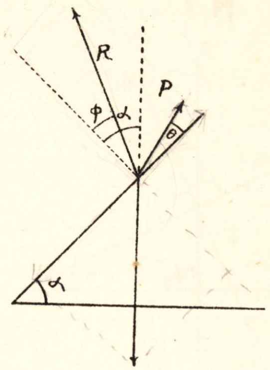
$$\left.\begin{array}{l} W\sin\alpha = F \\ W\cos\alpha = N \end{array}\right\} \quad \frac{F}{N}=\mu \quad \mu=\tan\alpha=\tan\phi$$

$$\frac{R}{\sin(90^\circ+\alpha+\theta)}=\frac{P}{\sin(90^\circ-\phi+90^\circ-\alpha)}=\frac{W}{\sin(90^\circ-\theta+\phi)}$$

$$\frac{R}{\cos(\alpha+\theta)}=\frac{P}{\sin(\phi+\alpha)}=\frac{W}{\cos(\theta-\phi)}$$

$$P=\frac{\sin(\phi+\alpha)}{\cos(\theta-\phi)}W$$

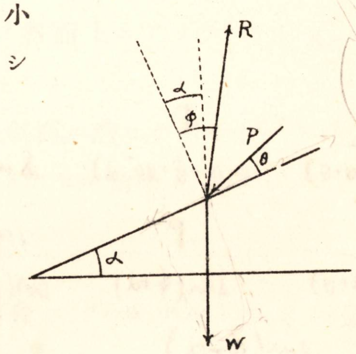
(ii) 斜面ノ傾斜角 α ガ ϕ ヨリ大ナル場合ニハ物體ノ釣合ヲ保ツニ Pull P ヲ加ヘザルベカラズ、其ノ P ノ値ハ



$$P=\frac{\sin(\alpha-\phi)}{\cos(\theta+\phi)}W$$

$\theta=-\phi$ ナルトキハ P 最小ナリ、

(iii) 次ニ傾斜角 α ガ ϕ ヨリ小ナル場合ニ物體ヲシテ滑リ降ラシムルニ必要ナル Push ハ

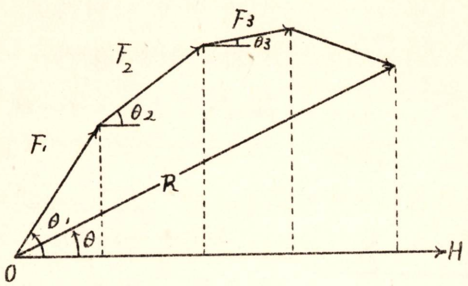


$$P=\frac{\sin(\phi-\alpha)}{\cos(\theta+\phi)}W$$

一九、假想仕事ノ原理 (Principle of Vitrual work).

一質點ニ力 F ガ働キテ其ノ方向ト θ ナル角ヲナス方向ニ ds 丈ケ變位シタルトキハ力 F ニヨリテナサレル仕事ハ $F\cos\theta ds$ ナリ、

一質點ニ衆力 $F_1, F_2, F_3, \ldots\ldots$ ガ働キテ其等ト夫々 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \ldots\ldots$ ナル角ヲナス方向ニ變位 ds ヲ受ケタルトキハ各力ニヨリテナサレル仕事ハ夫々 $F_1\cos\theta_1 ds,\ F_2\cos\theta_2 ds,\ F_3\cos\theta_3 ds, \ldots\ldots$ ナリ、又衆力 $F_1, F_2, F_3, \ldots\ldots$ 等ノ合力 R ニヨリテナサレル仕事ハ $R\cos\theta ds$ ナリ、



上圖ニ依リテ

$$F_1\cos\theta_1+F_2\cos\theta_2+F_3\cos\theta_3+\ldots\ldots=R\cos\theta\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

ナル關係アルコト明ナリ、

$$\therefore\quad F_1\cos\theta_1 ds+F_2\cos\theta_2 ds+F_3\cos\theta_3 ds+\ldots=R\cos\theta ds\ldots\ (2)$$

質點ニ働ク力系ガ釣合ニ在ル場合ニハ力系ニヨリテ變位セズ、サレド研究ノ便宜上質點ニ任意ノ小變位ヲ受ケタリト假定スルコトアリ、コノ場合ノ變位ヲ**假想變位**トイヒ、假想變位ニ對シテ質點ニ働ク力ノナス仕事ヲ**假想仕事**トイフ、小ナル假想變位ヲ示スニハ δs ヲ用ヒ、實際ノ變位 ds ト區別スルヲ通例トス、

質點ニ働ク力系ガ釣合ニ在ル場合ノ任意ノ假想變位ヲ δs トスレバ力 $F_1, F_2, F_3, \ldots\ldots$ ノナス假想仕事ト合力ノナス假想仕事トノ間ニハ上ト同樣ニシテ次ノ關係ガ成立ス、

$$F_1\cos\theta_1\delta s+F_2\cos\theta_2\delta s+F_3\cos\theta_3\delta s+\ldots=R\cos\theta\delta s\ \ldots\ (3)$$

然ルニ力系ハ釣合ニアルヲ以テ $R=0$ ナリ、故ニ

$$F_1\cos\theta_1\delta s+F_2\cos\theta_2\delta s+F_3\cos\theta_3\delta s+\ldots\ldots=0\ \ldots\ldots\ldots\ (4)$$

逆ニ此ノ條件ガ滿足サレルトキハ $R\cos\theta\,\delta s=0$ ナリ、然ルニ δs ハ任意ニ與ヘタル變位ナルヲ以テ $\cos\theta\,\delta s$ ハ零ナラズ、從ツテ合力 $R=0$ ナラザルベカラズ、

式 (4) ノ條件ハ力系ガ釣合ニアルタメニ必要ニシテ且ツ充分ナル條件ナリ、故ニ質點ニ働ク力系ノ釣合ノ條件ヲ次ノ如ク言ヒ表ハスコトヲ得、即チ

「質點ニ働ク力系ガ釣合ヲ保ツタメニ必要ニシテ且ツ充分ナル條件ハ質點ニ與ヘル任意ノ假想變位ニ對スル假想仕事ノ代數和ガ零ナルコトナリ、」之ヲ**假想仕事ノ原理**トイフ、

力 F 及假想變位 ∂s ノ直角座標軸ノ分値ヲ夫々 $\mathrm{F}(\mathrm{F}_x, \mathrm{F}_y, \mathrm{F}_z)$ 及 $\partial s(\partial x, \partial y, \partial z)$ トシ、力ト變位 ∂s トノナス角ヲ θ トスレバ

$$\cos\theta=\frac{\mathrm{F}_x}{\mathrm{F}}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\mathrm{F}_y}{\mathrm{F}}\frac{\partial y}{\partial s}+\frac{\mathrm{F}_z}{\mathrm{F}}\frac{\partial z}{\partial s}$$

$$\therefore\quad \mathrm{F}\cos\theta\,\partial s=\mathrm{F}_x\,\partial x+\mathrm{F}_y\,\partial y+\mathrm{F}_z\,\partial z$$

從ツテ力系ニ就キテハ

$$\sum \mathrm{F}\cos\theta\,\partial s=\partial x\sum \mathrm{F}_x+\partial y\sum \mathrm{F}_y+\partial z\sum \mathrm{F}_z \quad\ldots\ldots (5)$$

質點ニ働ク力系ガ釣合ニアルタメノ條件ハ

$$\sum \mathrm{F}\cos\theta\,\partial s=0$$

ナリ、然ルニ $\partial x, \partial y, \partial z$ ハ任意ニ與ヘタル變位 ∂s ノ座標軸ノ方向ノ分値ナルヲ以テ任意ナリ、任意ノ $\partial x, \partial y, \partial z$ ニ對シテ式 (5) ノ右邊ガ零ナルタメニハ

$$\sum \mathrm{F}_x=0,\qquad \sum \mathrm{F}_y=0,\qquad \sum \mathrm{F}_z=0$$

ナルヲ要ス、コノ條件ハ一點ニ會スル力系ノ釣合ニアルタメノ必要ニシテ且ツ充分ナル解析的條件ナリ、

即チ假想仕事ノ原理ハ既ニ學ビタル釣合ノ條件ト一致スルコトヲ知ル、

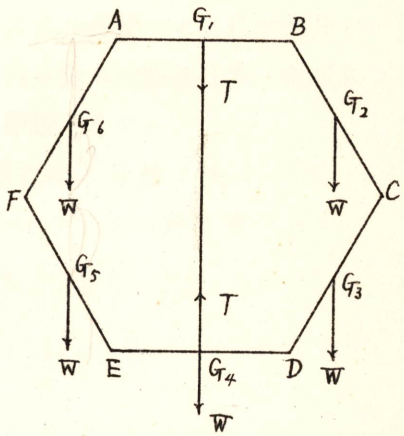
〔**例題**〕 六個ノ等シキ棒ヲ滑カナル蝶番ニシテ連結シテ正六角形ヲ作リ、棒 AB ヲ水平ニ固定シ其ノ中心トト對邊ノ棒 DE ノ中

点

$\cos\theta = \lambda_1\lambda_2+\mu_1\mu_2+\nu_1\nu_2$

心トヲ絲ニテ連結スルトキハ絲ノ張力ハ如何、

$G_1, G_2, \ldots\ldots, G_6$ ヲ棒ノ中點即チ重心トシ、求ムル絲ノ張力ヲ T トス、今棒 DE ヲ直上ニ少シク持チ上ゲ其ノ爲メニ G_2, G_6 ガ δx 丈ケ直上ニ變位シタリトセバ棒 BC 及 CD ハ鉛直線ニ對シテ同一ノ傾角ヲ有スルガ故ニ G_3, G_5 ハ $3\delta x$ 丈ケ又 G_4 ハ $4\delta x$ 丈ケ直上ニ動クコトトナル、此ノ場合ニハ一方ノ張力ノ著力點 G_1 ハ固定セルガ故ニ下方ニ向フ張力ハ仕事ニ關係セズ、



又蝶番ノ抗力ハ對ヲナスガ故ニ其ノ仕事ハ互ニ相殺ス、假想變位ニ對スル假想仕事ノ和ヲ零ト置ケバ

$$2W\cdot\delta x+2W\cdot3\delta x+W\cdot4\delta x-T\cdot4\delta x=0$$

$$\therefore\qquad 12W\cdot\delta x=4T\cdot\delta x$$

$$\therefore\qquad T=3W$$

〔注意〕 練習問題 V. ノ問題ヲ此ノ原理ヲ適用シテ解クベシ、

二〇、重力ノ作用ヲ受ケ靜止セル物體、

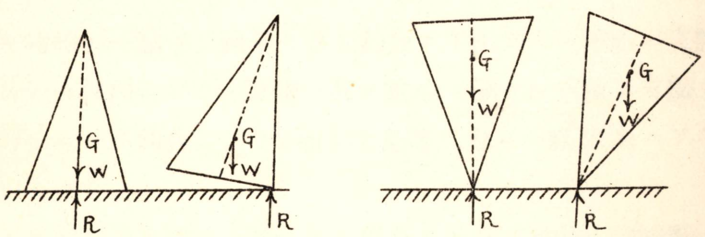
重キ物體ガ一點ヨリ懸垂セラレ釣合ニアルトキハ重心ハ支點ト同一ノ鉛直線内ニアリ、物體ハ其ノ重心ニ働ケル重量ト支點ヨリノ抗力トニヨリ釣合ニアリ、而シテ是等二力ハ一直線上ニアルベキヲ以テナリ、

重キ物體ガ或表面上ニ靜止セル場合ニハ其ノ重量ト接觸點ニ於ケル抗力ノ合力ト釣合ヘリ、而シテ若シモ抗力ノ合力ガ其ノ物體ノ重量ト釣合ヒ得ザル如キ場合ニハ物體ハ其ノ位置ニ靜止スル能

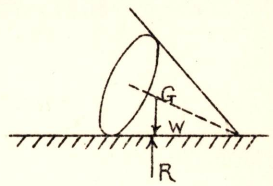
ハズ、物體ガ或平面上ニ置カレタルトキ、物體ト平面トノ接觸點ニ於ケル抗力ノ合力ハ、是等接觸點ノ內ノ外側ニアルモノヲ結ビテ作ラレタル凸多角形內ノ點ヲ通ズルヲ以テ、物體ガ靜止ノ狀態ニアルタメニハ其ノ重心ヲ通ズル鉛直線ガ上記セル凸多角形內ノ點ヲ通過セザル可ラズ、然ラザレバ物體ハ轉倒スベシ、

二一、Stability.

物體ガ重力ノ作用ノ下ニ釣合ニアルトキ何等カノ方法ニヨリ小ナル動搖ヲ與ヘ其ノ釣合ヲ破ラントスルモ、之ヲ放置スレバ直ニ舊ノ釣合ノ位置ニ復スル如キ場合ノ釣合ヲ Stable equilibrium ト云フ、又放置ニヨリ物體ハ舊ノ釣合ノ位置ヨリ遠カル如キ場合ノ釣合ヲ Unstable equilibrium ト云フ、又釣合ノ位置ヨリ傾ケルトキ其ノ新位置ニ於テ物體ガ釣合ヲ成シ得ル如キ場合ノ釣合ヲ Neutral equilibrium ト云フ、物體ガ重力及之ヲ支フル力ニ依リテ働カレテ平衡ニ在ル時ハ平衡ノ狀態ハ重心ノ位置ニ關係ス、例ヘバ左圖ノ如ク少シク傾クル時ハ重心 G ニ働ク重サ W ト机ノ反



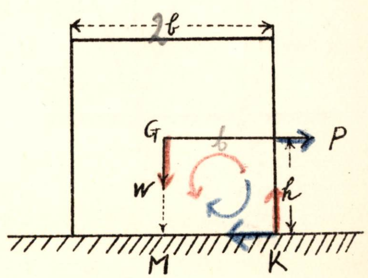
抗力 R トハ偶力ヲナシ圓錐ヲ舊位ニ復セントス、故ニ之ハ Stable equilibrium ナリ、右圖ニ於テハ少シク傾クレバ W 及 R ヨリ成ル偶力ハ圓錐ノ傾斜ヲ益々大ナラシメントスルガ故ニ圓錐ハ忽チ顚倒スベシ、此ノ釣合ヲ Unstable equilibrium ト云フ、又次圖ノ如ク圓錐ガ其ノ傍面ニ於テ水平机上ニ靜止スル時ハ斯ノ如キ狀態ヲ保チツツ圓錐ヲ机上ニ於テ如何ニ廻轉スルモ W ト R トハ常ニ同一



鉛直線上ニ作用スルガ故ニ圓錐ハ常ニ平衡狀態ニアリ、故ニ此ノ場合ニ於ケル平衡ハ Neutral-equilibrium ナリ、

上圖ヨリ知ラルル如ク物體ガ安定平衡ニ於テ在ル時此ノ物體ヲ少シク動カス時ハ重心ノ上昇ヲ來スヲ以テ此ノ際重力ニ逆ツテ仕事ヲ爲サザル可カラザルガ故ニ位置ノ「エネルギー」ノ增加ヲ來ス、故ニ安定平衡ノ位置ハ位置ノ「エネルギー」ガ極少ナル位置ナリ、之ニ反シ不安定平衡ノ位置ハ位置ノ「エネルギー」ガ極大ナル位置ナリ、此ノ事ハ重力ノ場合ノミナラズ一般ニ成立スルモノナリ、中立平衡ニ於テハ之ヲ動カスモ重心ノ上下ナク從ツテ位置ノ「エネルギー」ノ變化ヲ來ス事ナシ、(三角錐ニ於テ説明ス)

物體ガ安定平衡ニ於テ在ル時其ノ重心ニ水平力ヲ働カシメテ物體ヲ顚倒スルニ要スル力ガ大ナル程物體ノ安定度大ナリト云フ、例ヘバ左圖ノ如ク四角柱ガ水平机上ニ靜止セル時其ノ重心 G ニ水平力 P ヲ働カシメテ稜 K ノ周リニ顚覆



セシメンニハ物體ノ重サヲ W, 底面ヨリ G マデノ高サヲ h, K ヨリ鉛直線 GM 迄ノ水平距離ヲ b トセバ

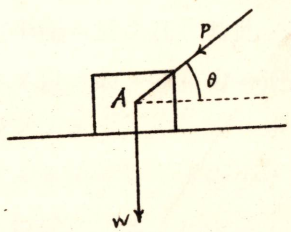
$$P=W\frac{b}{h}$$

ナル關係ナカル可カラズ、故ニ物體ノ重サ W ガ大ナル程幅 b ガ大ナル程又高サ h ガ小ナル程安定度ハ大ナリ、

練習問題 VI.

1. 水平表面上ニ Weight 1000 lbs. ノ物體アリ, $\mu=0{\cdot}25$ ナリトシテ Limiting friction チ求メヨ、

2. 前問題ニ於テ物體チシテ表面ニ沿ヒテ滑ラシムルニ必要ナル最小ノ力チ求メヨ、



3. 物體 A ハ Weight 200 lbs. ナリ、$\theta=35°$, $\mu=0{\cdot}6$, P=400 lbs. ナリ、物體 A ハ滑ルカ、

4. 摩擦アル斜面上ニ置カレタル Block アリ、其ノ面ノ Inclination 27° ナリ、Block ハ其ノ Weight ニヨリテ將ニ面ニ沿ヒ Sliding チ起サントス、然ラバ Coefficient of friction 如何、

5. Weight 30 lbs. ノ物體ガ摩擦アル斜面上ニ丁度支持セラル、斜面ノ高サハ長サノ $\frac{3}{5}$ ニシテ Coefficient of friction ハ $\frac{3}{4}$ ナリ、斜面ニ平行ニ上方ヘ働ケル力 P チ以テ此ノ物體チ引キ上ゲントス、P ノ大サチ求メヨ、

6. Inclination α ナル摩擦アル斜面上ニ Weight W ナル物體アリ, 水平ナル力 P ニヨリテ物體ハ斜面ニ沿ヒ上方ヘ將ニ動カントス, 然ルトキ

$$P=W\tan(\alpha+\phi)$$

ナルコトチ證セヨ、但シ ϕ ハ摩擦角トス、

7. 二本ノ釘チ壁ニ直角ニ立テタルアリ之チ連結スル直線ハ水平ニ對シテ θ ナル傾角チナス. 今粗ナル細キ棒チ上方ノ釘ノ上方, 下方ノ釘ノ下方ニ觸ルル樣ニ置キ棒ノ重

心ヲ上下ノ釘ヨリ夫々 a, b ノ距離ニ置ク時棒ガ極限平衡ノ有樣ニ在リトス摩擦係數ヲ求ム、

8. 一樣ナル細キ眞直ナル棒ガ鉛直壁ト水平ナル床トニ支ヘラレテ靜止スル爲ニ必要ナル條件ヲ問フ、但シ壁床共ニ摩擦係數ヲ $\frac{1}{2}$ トス、

9. 一樣ニシテ眞直ナル棒 AB ニ錘 P ヲ懸ケタルモノヲ A 端ニ於ケル鉛直ナル壁 AC ノ摩擦力ト絲 BC ノ張力トニ壁ニテ垂直ナル位置ニ支ヘトシス. AB=18 糎, AC=10 糎, 壁ト棒トノ間ノ摩擦係數$=\frac{1}{3}$, 錘リノ重サ=棒ノ重サノ 2 倍, ナル時錘ヲ吊スベキ位置如何、

10. 頂角ガ 2θ ナル二等邊三角形ヨリ成ル楔ヲ他ノ物體ノ割レ目ニ押シ込ミテ平衡ヲ保タシムル爲メニ底邊ニ垂直ニ加フベキ力ヲ計算セヨ、但シ楔ト物體トノ間ノ摩擦係數ヲ μ トシ楔ノ重サヲ無視シ割レ目ノ垂直抗力ヲ N トス、

11. 一邊ノ長サ a ナル立方體ガ傾角 α, 摩擦係數 μ ナル斜面上ニ靜止ス物體ノ上面ノ最高邊ノ中點ニ斜面ノ最大傾斜ノ線ニ平行ニシテ上方ニ向フ力ヲ作用セシメ漸次之ヲ增大セシムル時若シ $2\mu > 1 - \tan\alpha$ ナラバ物體ハ轉倒スルヨリモ先ヅ滑リ始ムル事ヲ證明セヨ、

12. 滑カナル鉛直壁ノ前方 2 米ノ所ヨリ 4 米ノ梯子ヲ掛ケ人ガ靜ニ昇ル時ニ人ノ重サガ梯子ノ重サノ 5 倍ニシテ床ト壁トノ間ノ摩擦係數 $\frac{1}{2}$ ナラバ人ハ何程ノ高サマデ昇リ得ルカ、

13. 一樣ナル棒 AB ガ粗ナル球殼內ニ在リテ極限平衡ノ有樣ニアル時球ト水平トノナス角 θ ヲ求メヨ、但シ摩擦角ヲ λ, 棒ノ兩端ガ球殼ノ中心ニテ含ム角ヲ $2x$ トス、

14. 重サ W, 長サ a ノ一樣ナル棒三個ヲ滑ラカナル蝶番ニテ連結シテ正三角形ヲ作リ水平ナル一邊 AB ノ中央ヲ支ヘル時各蝶番ヨリ棒ニ作用スル力ヲ求メヨ、

15. 重サ W 及長サ等シキ六本ノ棒ヲ蝶番ニテ連結シテ正六角形 ABCDEF ナル組框ヲ作リ CF ヲ重サナキ棒ニテ連結シ水平棒 AB ノ中央ニテ全體ヲ吊ス、棒 CF ニ於ケル押力ヲ求メヨ、

16. 重サ W ナル相等シキ四本ノ棒ヲ滑カナル蝶番ニテ菱形 ABCD ヲ作リ，AC ヲ鉛直ニシテ A 端ヲ支ヘ、DB ヲ絲ニテ連結ス、菱形ガ $\angle BAC=\theta$ ナル位置ニ於テ釣合ヲ保ツトセバ絲ノ張力如何、

17. 長サ 3m ノ棒アリ、其ノ重心ハ其ノ一端ヨリ 1m ノ位置ニアリ、此ノ棒ガ其ノ兩端ニ結バレタル 6m ノ一筋ノ紐ニテ滑ナル釘ニ懸ケテレタル場合ニ棒ハ如何ナル位置ニテ釣合ヲナスカ、

6 **18.** 直徑 8cm ノ直圓壔アリ、傾斜角 20° ナル斜面上ニ此ノ圓壔ガ其ノ一端ニテ靜止シ得ルタメニ圓壔ノ最大ノ長サ如何、

$l = 8 \tan 70^\circ$
$= 22$

第六章
單一機械

二二、仕事ノ原則、

仕事ノ原則ハ「エネルギー」保存ノ原理ヲ機械學上ニ適用セルモノナリ、即チ「エネルギー」ハ其ノ狀態ヲ變化シ得ベク、又一物體ヨリ他物體ニ傳達シ得ベクモ之ヲ增減セシムル事ハ不可能ナリ、如何ナル機械ヲ使用スルモ其ノ構造ノ簡繁,作用ノ巧拙ニ論ナク若干ノ「エネルギー」ヲ加フレバ必ズ同量ノ仕事ヲ爲ス、

二三、機　械 (Machine).

仕事ノ原則ニ依リ仕事ヲ爲スニハ「エネルギー」ヲ供給スル必要アリ、或場合ニハ其ノ「エネルギー」ヲ直接ニ使用シテ仕事ヲ爲シ得ルモ多クノ場合爲サント欲スル仕事ト供給セラルル「エネルギー」ト狀態ヲ異ニシ「エネルギー」ヲ直接ニ利用シ難シ、例ヘバ人力ヲ以テ重サ 1 噸ノ物體ヲ 1 呎上ゲント欲スル時ノ如キ固ヨリ直接ニ 1 噸ノ力ヲ出ス事ハ不能ナリ、然レドモ人ハ容易ニ 20 听ノ働力 (Effort) ヲ供給シ得ベキヲ以テ此ノ力ニテ 112 呎ノ距離ヲ働ケバ 1 噸ヲ 1 呎上グル仕事ト同量ノ「エネルギー」ヲ受ケ之ヲ傳達シテ終ニ力ヲ 112 倍ニ增シ其ノ運動ヲ $\frac{1}{112}$ ニ減ジテ所要ノ仕事ヲ爲スベキ方便ヲ要ス、即チ機械ノ便ニ倚ラザル可カラズ、

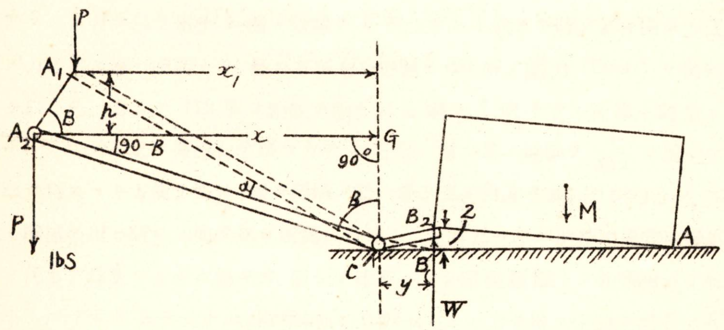
機械ノ用ハ斯クノ如ク單ニ所與ノ自然「エネルギー」ノ狀態ヲ適宜ニ變更シテ所要ノ仕事ヲ爲サツムルニ過ギズ、而シテ仕事ハ力ト運動距離トノ相乘積ヨリ成ルヲ以テ小ナル Effort ニテ大ナル Resistance ニ對センニハ力ヲ增スト同ジ割合ニ其速度ヲ減ゼザル可カラズ、又速度ヲ增サンニハ其ノ速度ヲ增スト同ジ割合ニ其ノ力ヲ減ゼザル可カラズ、仕事ノ性質ニヨリ力ヲ增ス必要アルモノアリ、起重機ノ如キ之ナリ、又速度

チ増ス必要アルモノアリ、裁法機械ノ如キ此ノ例ナリ、之チ以テ機械ノ作用チ研究スルニハ

1. 機械ニ於テ力チ増減スル割合即チ Resistance ト Effort トノ比チ知ルチ要ス、之チ Force ratio（力比）ト云フ、又 Mechanical advantage（機械ノ利益）トモ云フ、
2. 速度ノ變化スル割合即チノ速度トノ速度トノ比チ知ルチ要ス、之チ Velocity ratio（速比）ト云フ、
3. 機械ノ「エネルギー」チ傳達スル割合チ知ラザル可カラズ、加ヘラレタル「エネルギー」ノ一部分ハ摩擦，衝突等ノ爲メニ消耗シ此ノ消耗仕事ハ終ニ熱「エネルギー」ニ變ジテ四方ニ放散シ、復々收用出來ザルモノトナル、從ツテ與ヘラレタル「エネルギー」ト同量ノ有効仕事チ爲サザルナリ、故ニ有効仕事ト加ヘタル「エネルギー」トノ比チ知ルチ要ス、之チ Efficiency of machine（機械ノ効率）ト云フ、

二四、槓　杆 (Lever).

單一機械ノ中ニ於テ最モ簡易ニシテ頗ル應用ノ廣キモノハ Lever ナリ、下圖ハ一種ノ Lever チ示ス、通例鐵若シクハ木材チ以テ作リタル棒ニシテ其一端ニ Effort チ加ヘ他ノ一端ニ Resistane チ掛クル、而シテ C チ支點トシテ廻ル、



上圖ニ於テ A_1A_2 ノ距離チ小ニトリ P, W ガ何レモ其ノ作用ノ間一定トナレル場合チ考ヘン、然ル時ハ Effort ニヨリナサルル仕事ハ Ph ニシテ Resistance ニヨツテナ

サルル仕事ハ Wz ナリ，從ツテ仕事ノ原理ニヨリ

$$Ph = Wz$$

$$\therefore \qquad \text{Force ratio } \frac{W}{P} = \frac{h}{z}$$

今之ヲ別ノ方面カラ考察セン、即チ此ノ槓杆ノ Equilibrium ヲ考フレバ C 點ヨリ Effort 及 Resistance 迄ノ垂直距離ヲ夫々 x, y トセバ力ノ能率ノ平衡ヨリ

$$P \times x = Wxy$$

$$\therefore \qquad \text{Force ratio } \frac{W}{P} = \frac{x}{y}$$

此處ニ注意スベキハ實線ニテ示セル位置ニ於ケル Effort ノ Arm x ハ點線ニテ示セル初メノ位置ニ於ケルモノヨリモ大ナリ、而シテ Resistance S ノ Arm y ハ餘リ變化セズ、此ノ事ハ即チ物體ガ揚ゲラルルニツレ Force ratio ガ增ス、即チ Effort F ガ減少スルヲ示ス、次ニ A_1A_2 ガ小ナリトイフ事ヨリ幾何學的關係ニヨリ簡單ニ

$$\frac{h}{z} = \frac{x}{y}$$

ヲ證明シ得ラル 即チ仕事ノ原理ニ依リ求ムルモ、力ノ能率ノ平衡ニ依リ求ムルモ同一ノ結果ヲ得ルナリ、從ツテ問題ニ依リテ簡單ニ出來ル方法ヲ採用スレバ可ナリ、

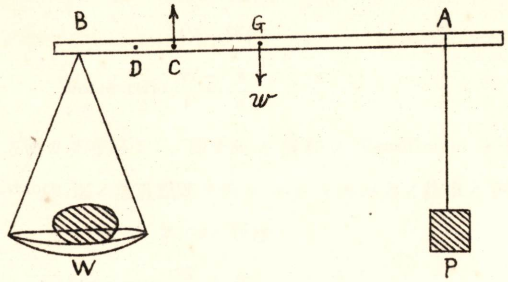
槓杆ト支點ト互ニ相壓スル力ヲ支點ノ支持力ト云フ、此ノ壓力ハ Effort ト Resistance トノ合力ニ等シク又此ノ壓力ノ爲ニ發生スル摩擦ハ比較的小ナルヲ以テ槓杆ノ計算ニハ算入セズトモ可ナリ、槓杆ノ理ニヨリテ働ク機械器具ノ類例頗ル多シ、拔釘，棹秤ハソレナリ、又 Lever ヲ二個以上組合セタル仕掛ヲ複槓杆ト云ヒ、單一ノモノヨリ尙 Force ratio ヲ增ス、「テコハサミ」及臺秤ハ此ノ例ナリ、

二五、棹 秤、

一端ニ量ラントスル物體 W ヲ垂レ他ノ Arm ニ沿ヒテ分銅 P ヲ動カシ、秤竿ガ水平トナル如クシ、以テ此ノ物體ノ重量ヲ知ルナリ、秤竿ガ水平ノ位置ニ靜止スル場合ニハ

$$W.\,BC = P.\,CA + w.\,CG$$

ナル關係アリ、但シ G ハ棹秤ノ重心ニシ w ハ其ノ重サナリ、今 C ノ左方ニ一點 D ヲ取リ



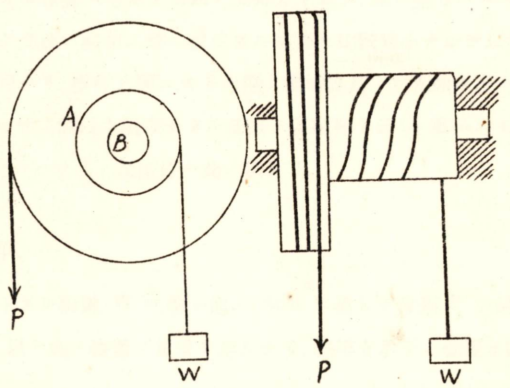
$$w.\,CG = P.\,CD$$

ナル關係ヲ滿足スル如クス、然ラバ

$$W.\,BC = P.\,CA \quad \text{即チ} \quad W = P\frac{DA}{BC}$$

ヲ得、仍テ DA ガ BC ノ幾倍カニナル如ク度盛ヲナシ置カバ、P ノ重サヲ知リテ直ニ W ノ重サヲ知リ得ベシ、

二六、輪　軸 (Wheel and Axle).



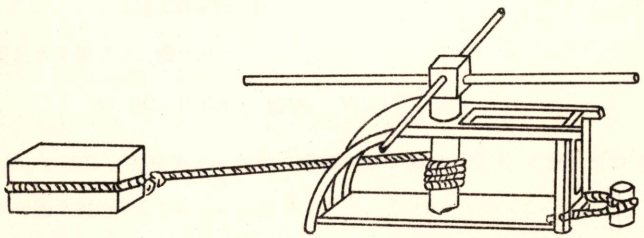
輪軸ハ小力ヲ以テ重キ荷物ヲ上グルノ用ヲナス、圖ノ如ク直徑ヲ異ニセル輪及軸ヨリ成リ鏈鎖若シクハ苧網ヲ卷キテ Effort P ヲ作用セシムレバ苧網反對ニ卷キタル Resistance W ヲ上ゲ得ル如クニナシ得、而シテ共ニ心軸ニ固定シテ其ノ軸受ニ就テ廻

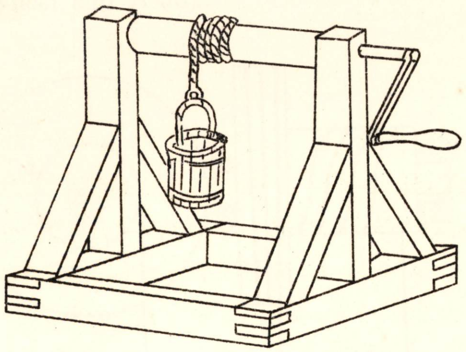
轉ス、輪軸ノ作用ハ恰モ一ノ槓杆ヲ間斷ナク使用スルガ如シ、R, r ヲ夫々輪及軸ノ半徑トシ先ヅ初メニ摩擦及其他ノ無効ノ抵抗ナキモノトセバ力 P ヲ加ヘテ常速度ニテ輪ヲ一廻轉スル時ハ費シタル Energy ハ $2\pi RP$ ニ等シク又爲シタル仕事ハ $2\pi rW$ ニ等シ、仕事ノ原則ニ依リ

$$2\pi RP = 2\pi rW$$

$$\therefore \qquad \text{Force ratio} = \frac{W}{P} = \frac{2\pi R}{2\pi r} = \frac{R}{r}$$

力ノ能率ノ平衡ニ依リテモ同一ノ結果ヲ得、





次ニ摩擦アル場合ヲ考ヘン、輪軸ニ於ケル無効抵抗力ハ二ツノ性質ニ分ツベシ、即チ一ハ引キ上グル荷量ノ多少ニ依リテ變ズルモノ他ハ殆ド常數ナルモノナリ、前者ハ主ニ P 及 W ノ爲ニ發生スル心軸ノ摩擦ヨリナリ、後者ハ主ニ輪軸自身ノ重量ノ爲ニ發生スル心軸ノ摩擦ト鏈鎖若シクハ索綱ノ部分ニ於テ發生スル抵抗ヨリ成ル、而シテ此

ノ抵抗力ハ輪軸ヲ空轉スル丈ケノ Effort ニシテ之ヲ b トス、心軸ノ摩擦係數ヲ ν トシ其ノ半徑ヲ r' トセバ仕事ノ原則ニ依リ

$$2\pi RP=2\pi rW+2\pi Rb+\nu(P-b+W)\times 2\pi r'$$

$$\therefore \qquad P=\frac{r+\nu r'}{R-\nu r'}W+b$$

此ノ第二項 b ハ無効ナル抵抗力ナリ、今之ガ小ナル時ハ

$$\text{Force ratio}=\frac{W}{P}=\frac{R-\nu r'}{r+\nu r'}$$

$$\therefore \qquad \text{Efficiency}=\text{Fofce ratio}\times\text{Velocity ratio}$$

$$\frac{R-\nu r'}{r+\nu r'}\times\frac{r}{R}$$

之ハ Resistance W ニ無關係ナリ、

輪軸ハ荷物ヲ揚グルニ用フルノミナラズ平地若シクハ坂路ニ於テ重キモノヲ牽引スルニ便利ナリ、其ノ形狀ハ種々アレドモ前頁ノ圖ノ如ク二種ニ大別セラル、

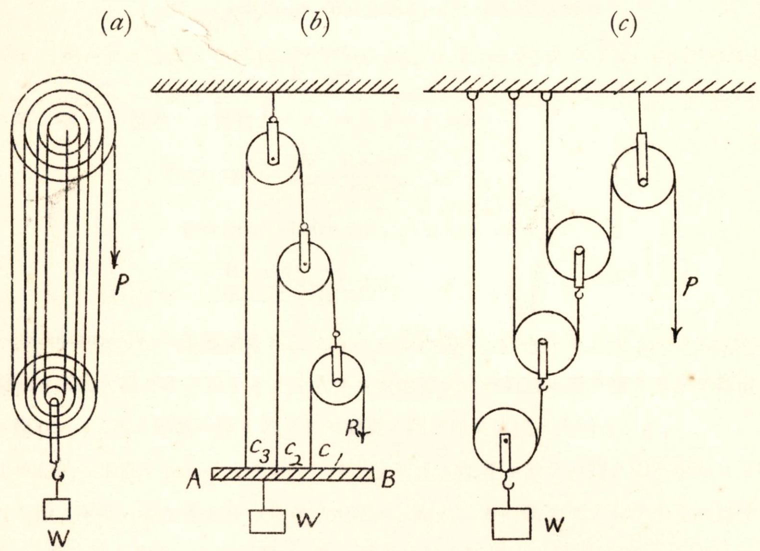
即チ心軸ノ垂直ナルモノト水平ナルモノトアリ、前者ニ於テハ圖ノ如ク中心ヨリ輻射ズル棒ノ兩端ニ各々等シキ力ヲ加フル時ハ、此ノ二力ハ偶力ヲナシテ少シモ軸受ヲ壓セズ、單ニ綱ノ張力ノミ之ヲ壓ス、故ニ後者ノ如ク堅固ナル軸受ヲ要セズ、此ノ種ノ機械ノ船舶ニ用ヒタル例ハ已ニ知ル所ナリ、

二七、滑　車 (Pulley).

滑車ハ周圍ニ溝ヲ有シ之ニ綱ヲ纏フタル圓輪ニシテ小サキ心軸ニ就キ廻轉スル仕掛ナリ、其ノ効用ハ「エネルギー」ヲ損セズ力ノ方向ヲ轉ズルニアリ、滑車ハ V 字形ノ溝ニ堅ク喰ヒ込マルルヲ以テ綱ト溝ノ內面ト互ニ壓迫セラルルノミニシテ少シモ關係運動ヲ起サズ、滑車ト綱トハ恰モ一體ノ如ク其ノ心軸ニ就キテ廻轉シ, 心軸ハ壓力ヲ受クルト雖心軸ノ廻轉ヲ妨グ摩擦ハ心軸ノ表面ニ生ジ之ヲ打チ勝タントスル力ハ輪周ニ働クガ故ニ輪軸ノ理ニ依リ極メテ小ナリ、滑車ノ理ヲ利用シテ摩擦ヲ減少スルノ法ハ諸般ノ器具建築等ニ應用セラルルモノ頗ル多シ、大ナル門扉,引戸,雨戸等ニ附ケタル轉子ハ其ノ一例ナリ、其ノ他器械ノ一部ニシテ他ノ部ト相接シ互ニ關係運動ヲ爲スモノハ小ナル金屬製ノ轉子ヲ其ノ間ニ設ク、之ヲ減摩轉子ト云フ、

滑車ニ定滑車ト動滑車トノ二種アリ、定滑車ニ於テハ綱ヲ引ク距離ト引カルル物體

ノ動ク距離ト相等シキ故ニ仕事ノ原理ニ依リ力ヲ利スル事ナシ、然レドモ動滑車ニ於テハ力ノ利益ヲ生ズルモノナリ、



之等ノ滑車ニ於テハ Force ratio ヲ簡單ニ求ムル事ヲ得ルナリ、即チ *a* 圖ニ於テハ String ノ數ヲ *n* トセバ

$$\text{Force ratio}=\frac{W}{P}=n$$

b 圖ニ於テハ動滑車ノ數ヲ *n* トセバ

$$\text{Force ratio}=\frac{W}{P}2^n$$

c 圖ニ於テハ Resistance W ニツイテキル String ノ數ヲ *n* トセバ

$$\text{Force ratio}=\frac{W}{P}2^n-1$$

ナリ、

斯クノ如ク滑車ノ數ヲ増セバ何程迄モ Force ratio ヲ増ス事ヲ得ルガ如シト雖、實際ハ摩擦甚シク増加スルヲ以テ定動兩滑車共三個以上ノモノハ多ク用ヒラレズ、

滑車ニ於テ仕事ヲ消耗スル原因ハ動滑車及ビ綱ノ重量ト各車ノ心軸ニ生ズル摩擦ト

卷キ縮キニ抵抗スル綱ノ強サトニアリ、此ノ諸種ノ無効抵抗ハ輪軸ノ場合ト同樣ニシテ Resistance W, Effort P ノ動ク距離ヲ夫々 x, y トセバ

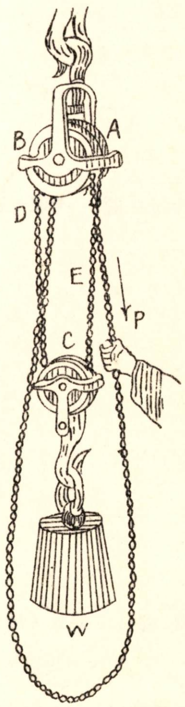
$$Py=Wx+cWx+by$$

茲ニ b, c ハ共ニ常數ナリ、而シテ $W=0$ ノ時ハ $P=b$, 從ツテ b ハ Resistance 以外ノモノニ要スル Effort ニシテ cWx ガ揚ゲラルル Resistance ニ依ル消耗仕事ナリ、之ヨリ

$$\text{Efficiency}=\frac{Wx}{Py}=\frac{Wx}{Wx(1+c)+by}$$

二八、差動滑車 (Differential pulley tackle).

上述ノ如グ輪數ヲ增セバ從ツテ Force ratio ヲ增スト雖實際ハ之ト同時ニ摩擦ヲ增スヲ以テ輪數ヲ增サズシテ Force ratio ヲ增ス仕掛アレバ良法ナリ、此ノ仕掛ヲ差動滑車ト云フ、



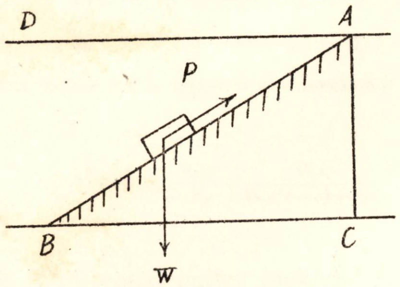
右圖ノ如ク其ノ定滑車ハ僅ニ直徑ヲ異ニセル大小 B, A 二個ノ輪ヨリ成ル、動滑車 C ハ一輪ナリ、而シテ端ナキ鐵鎖ハ圖ノ如ク A ヨリ C ニ懸リ、C ヨリ B ニ懸リ、B ヨリ下ニ垂レテ再ビ A ニ返ルベク裝置セラル、今 B ノ半徑ヲ R, A ノ半徑ヲ r トシ摩擦ナキモノトセバ Effort P ニヨリ B ヲ一廻轉セシムレバ綱ノ E 部ハ $2\pi r$ ノ距離ヲ下ル、而シテ D 部ハ同時ニ $2\pi R$ 上ル故ニ Resistance W ノ上ゲラレタル高サハ $2\pi(R-r)$ ノ $\frac{1}{2}$ ニ等シ仕事ノ原理ニ依リ

$$2\pi R.P=W.2\pi(R-r)\frac{1}{2}$$

$$\therefore\qquad \text{Force ratio}=\frac{W}{P}=\frac{2R}{R-r}$$

$R-r$ ノ差小ナル程益々 Force ratio ヲ增加シ得ベキモ同時ニ速度益々緩漫トナルヲ以テ $R-r$ ハ R ノ $\frac{1}{20}$ 位ヲ極度トス、

二九、斜　面 (Inclined plane).



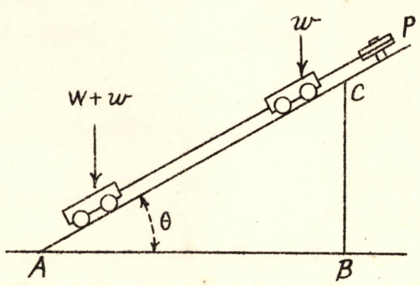
斜面モ亦 Force ratio ヲ增スニ用フルモノナリ、茲ニ高低二ツノ水平面 AD 及 CB アリテ荷物ヲ CB ヨリ AD ニ上ゲントス、而シテ Effort ガ Resistance W ヲ垂直ニ引キ揚グルニハ不充分ナルモノトセヨ、此ノ如キ場合斜面 BA ヲ作リ Effort P ヲ AB ニ平行ニ作用セシムルトキハ則チ加ヘラレタル Energy P.AB ニ等シク、爲シタル仕事ハ W.AB ニ等シ、故ニ仕事ノ原則ニヨリ

$$W.AC = P.AB$$

$$\therefore \quad \text{Force ratio} = \frac{W}{P} = \frac{AB}{AC}$$

摩擦アル場合ハ既ニ第五章ニ於テ知レル所ナリ、

三〇、二重斜面 (Double inclined plane).



鑛山,石山等ニヨリ利用セラレ山ノ中腹ニ斜面ヲ作リ軌道二線ヲ敷設シ、頂邊ニ滑車ヲ据エテ左圖ノ如ク之ニ綱ヲ巻キ荷車ヲ聯絡ス、然ル時ハ甲車荷ヲ積ミテ降ル時ハ乙ノ空車昇リ、乙車荷ヲ載セテ降レバ甲ノ空車昇ル、W ヲ荷重トシ、w ヲ空車ノ重サトシ、ν ヲ摩擦係數トセバ仕事ノ原則ニヨリ

$$(W+w)BC=w.BC+\nu(W+w)AB+\nu w.AB$$

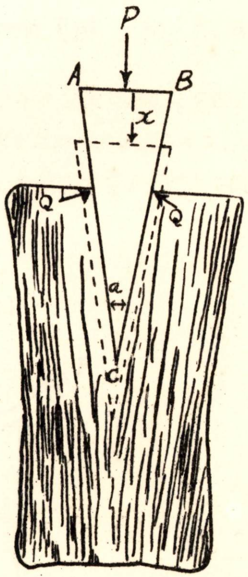
$$\therefore \quad \frac{BC}{AB}=\tan\theta=\nu\frac{W+2w}{W}$$

斜面ノ傾斜角ヲ之ニ等シクセバ車輪ハ等速度ヲ以テ昇降シ少シモ危險ナシ、若シ傾斜角此ノ θ ヨリ異リタル時ハ等速度ヲナサシムルニハ

$$W\sin\theta \sim \{(W+2w)\cos\theta\}r$$

ニ等シキ Moment ヲ滑車ノ心軸ニ加フルヲ要ス、茲ニ r ハ滑車ノ半徑ナリ、

三一、楔 (Wedge).



Wedge ハ斜面ノ特別ナル一例ナリ、多クハ材料ノ接合部ヲ堅ク締付クルニ用ヒ、或ハ木材等ヲ破碎スル器具ニ利用スルモノナリ、今右圖ニ依リ仕事ノ原則ヲ用フレバ次ノ式ヲ得、

$$Px=2Qx\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{2Q}{P}=\operatorname{cosec}\frac{\alpha}{2}$$

然シ楔ノ作用ニハ摩擦ガ關係スルヲ以テ上式ハ殆ド用ヒラレズ、兩斜面ノ摩擦係數ヲ ν トセバ次式ヲ得、

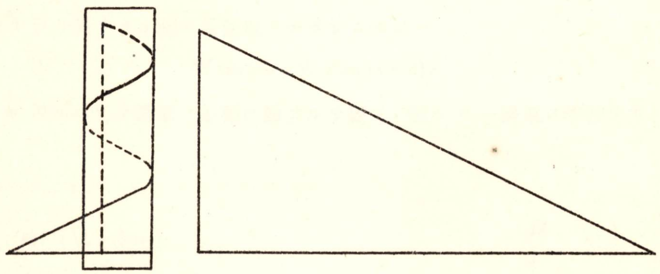
$$Px=2Qx\sin\frac{\alpha}{2}+2\nu Qx\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore \quad \frac{2Q}{P}=\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}+\nu\cos\frac{\alpha}{2}}$$

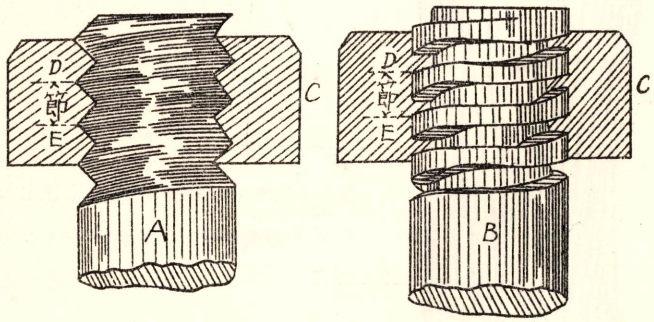
$$\text{Efficiency}=\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}+\nu\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{\tan\frac{\alpha}{2}}{\nu+\tan\frac{\alpha}{2}}$$

三二、螺　旋 (Screw).

螺旋モ亦新面ノ特例ナリ、紙ヲ直角三角形ニ切リテ下圖ノ如ク圓筒ノ周圍ニ捲ケバ三角形ノ斜邊ハ一種ノ捻レタル曲線ヲ作ル之ヲ螺絲ト云フ、此ノ螺絲ニ沿フテ三角若



シクハ四角ノ山ヲ附スレバ下圖ノ如キ螺旋トナル、A ヲ三角螺旋, B ヲ四角螺旋ト稱ス、一螺旋山ヨリ次ノ山迄ノ距離ヲ軸線ニ平行ニ測リタルモノヲ節トイフ、DE ハ即チ節ナリ、螺旋ヲ用フルニハ其山ノ形ニ溝ヲ作リタル配偶物アリテ必ズ之ト組合ヲ爲ス、



此ノ二ツノモノヲ區別シテ雄螺旋,雌螺旋ト云フ、把手柄ヲ一廻轉セバ螺旋ハ一節降ル、W ヲ螺旋ノ下端ニ抵抗スル力トシ P ヲ長サ R ノ把手柄ニ加フル働力トシ p ヲ螺節トス、然ルトキハ

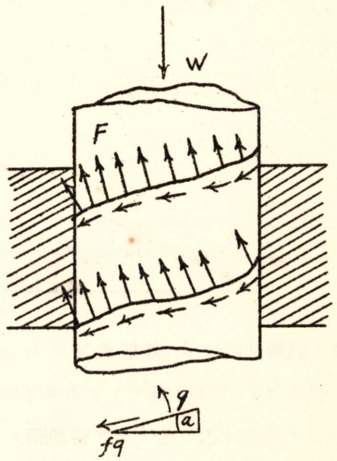
$$2\pi RP = Wp$$

$$\text{Force ratio} = \frac{W}{P} = \frac{2\pi R}{p}$$

次ニ摩擦アル場合ヲ考慮セン、螺旋ガ各處一樣ニ出來從ツテ力ノ配分モ一樣ナリト考ヘン、之ヲ押シ擴ゲテ斜面ト考フレバ簡單トナル、今下圖ヲ考ヘ垂直分力ノ釣合ヲ考フレバ

$$W + \nu F \sin\alpha = F\cos\alpha$$

$$\therefore \quad W = F(\cos\alpha - \nu\sin\alpha)$$



故ニ螺節 p ノ間ニナス仕事ハ

$$Wp = F(\cos\alpha - \nu\sin\alpha)p$$

然ルニ他方水平分力ハ

$$F\sin\alpha + \nu F\cos\alpha$$

ナルヲ以テ一廻轉ノ間ニナス仕事ハ Screw ノ半徑ヲ r トセバ

$$2\pi r(F\sin\alpha + \nu F\cos\alpha)$$

ナリ、從ツテ

$$\text{Efficiency} = \frac{p(\cos\alpha - \nu\sin\alpha)}{2\pi r\,(\sin\alpha + \nu\cos\alpha)}$$

然ルニ

$$\frac{p}{2\pi r} = \tan\alpha$$

ナルヲ以テ

$$\text{Efficiency} = \frac{\tan\alpha\,(\cos\alpha - \nu\sin\alpha)}{\sin\alpha + \nu\cos\alpha}$$

$$= \frac{1 - \nu\tan\alpha}{1 + \nu\cot\alpha}$$

$$= \frac{1 - \tan\phi\tan\alpha}{1 + \tan\phi\cot\alpha} = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \phi)}$$

練習問題 VII.

1. 輪軸ニ於テ輪ノ直徑ガ 3·5 ft. ニシテ軸ノ直徑ガ 10 inches, 綱ノ直徑ガ 1 inch ナリトス、摩擦ナキ時輪ニ卷キタル綱ヲ 50 lbs ノ力ニテ引ク時機何ノ Weight ヲ上ゲ得ルカ、

2. 輪軸ノ直徑ガ夫々 18″ 及 5″ ナリトス、摩擦ナキ時 600 lbs ノ Weight ヲ上グルニ幾何ノ Effort ヲ要スルヤ、次ニソノ Effort ガ 200 lbs ヲ要スル時ノ Efficiency ヲ求ム、又機械ノ利益並ニ Velocity ratio ヲ求ム、

3. 棹秤ノ重サ 600 grams ニシテ其ノ重心ハ提緒ヲ距ル右ヘ 6 cm, 又荷物ノ懸點ハ提緒ヨリ左ヘ 12 cm ナリ、今分銅ノ重サヲ 750 grms トセバ目盛ノ原點ノ位置如何、又 400 gram ヲ表スベキ目盛ノ距離ヲ求ム、

4. 定滑車三輪, 動滑車二輪ヨリ成ル組合アリ、今此滑車ノ效率ヲ六割トセバ 80 lbs ノ Effort ヲ以テ上ゲ得ベキ最大重量幾何ナルカ、

5. 上下共ニ三輪ヨリ成ル滑車ノ組合アリ、今之ヲ實驗セシニ 12 lbs ノ Effort ナレバ 40 lbs ノ重錘ヲ上ケ得ベク 70 lbs ナレバ 300 lbs ヲ上グルト云フ、Effort ト Resistance トノ關係ヲ示ス公式ヲ求ム、

6. 差動滑車ニ於テ大ナル方ノ滑車ノ齒數 12 小サキ方ノ滑車ノ齒數 11 ナリトス、效率 60 % ノ時 20 lbs ノ Effort ニヨリテ幾何ノ Load ヲ上ゲ得ルヤ、

7. 機關車ノ重量 45 tons ニシテ此ノ 48 % ハ發動輪ニ加ハルト云フ, 今此ノ機關車ヲ以テ些モ滑ラズシテ荷重 200 tons ノ列車ヲ傾斜 $\frac{1}{300}$ ノ線路ニ引キ上ゲントセバ發動輪ト軌道トノ摩擦係數ノ最小限ハ幾何ナルカ、但シ列車及機關車ノ抵抗ハ 1 ton ニ就キ 45 lbs ナリ、

8. 二重斜面ノ兩荷車、各々重サ 4 tons ニシテ一車ニ 5 tons ノ荷ヲ積ム, 今軌條ノ抵抗ヲ 1 ton ニ就キ 30 lbs トシテ荷車ニ等速度ヲ與ヘントセバ斜面ノ傾斜角幾何ニテ可ナルカ、

9. 螺旋起重機 (Screw-jack) アリ、ソノ Pitch ハ $\frac{1}{2}$ inches ニシテ Lever ノ長サ 15 inches ナリ、效率 40 % ノ時 2 tons ノ Load ヲ上グルニ要スル Effort ヲ求ム、

10. Screw jack アリ、螺旋ノ直徑 3 inches, Pitch $\frac{7}{16}$ inches, 螺絲ノ深サハ Pitch ノ $\frac{19}{40}$, 兩手廻ノ長サ 19 inches ナリ、今摩擦係數 0·06 トセバ此ノ效率如何、

第五十一期生徒
大塚邦夫