力學教科書（卷之一）

第二學年

海軍機關學校

昭和十三年六月

昭和十三年六月

本書ニ依リ力學ヲ修得スヘシ

海軍機關學校長　兼　田　市　郎

第二版　昭和十三年六月　海軍教授　岡本元治郎　改訂
第一版　昭和九年十一月　海軍教授　岡本元治郎　編纂

舊力學教科書ノ卷之一ノ前半（靜力學）ヲ改訂シテ卷之一トナス

沿革

力學

卷之一

靜力學

目次

力學

卷之一

靜力學

第一章

單一ナル力及偶力

一、剛體ニ働ク力、

大サヲ無視シ得ル物體即チ質點ニ働ク力ハ其ノ大サ及方向ヲ與フレバ定マル、大サヲ無視シ得ザル物體ニ働ク力ハ夫ガ作用スル物體内ノ點ノ位置ニ依ツテ其ノ效果ヲ異ニスルガ故ニ力ガ作用スル點即チ著力點ヲ與フルヲ要ス、從ツテ物體ニ働ク力ハ其ノ大サ及方向ノ外ニ著力點ヲ與ヘテ初メテ全ク定マルベシ、

物體ニ働ク力ノ著力點ヲ通ジテ力ノ方向ニ引ケル直線ヲ其ノ力ノ作用線 (Line of action) トイフ、力ヲ圖示スル場合ニハ作用線ヲ引キ其ノ長サハ力ノ大サニ比例シテトリ、向キ (Sense) ハ鏃ヲ附シテ之ヲ表ハス、

一般ニ固體ハ彈性ヲ有シ、之ニ外力ヲ加フレバ其ノ形狀、其ノ容積ニ多少ノ變化ヲ生ズ、シカシ此ノ變化ハ極メテ小ナルガ故ニ特

ニ精密ヲ要セザル場合ニハ之ヲ無視シテ取扱フコトヲ得ベシ、

力學ニ於テハ便宜上外力ノ作用ニ依ツテ毫モ其ノ形狀、其ノ容積ガ變化セザル理想的ノ物體ヲ考ヘ、之ヲ剛體トイフ、

剛體內ノ任意ノ二點間ノ距離ハ外力ノ作用ニ依ツテ絕對ニ變化スルコトナシ、從ツテ同一作用線上ニ於テ剛體ニ働ク等大ニシテ方向反對ナル二力ノ效果ハ全ク零ナリ、故ニ「剛體ニ働ク力ノ著力點ハ其ノ作用線上ノ任意ノ一點ニ移スコト得」之ヲ剛體ニ働ク力ノ移動性 (Transmissibility) トイフ、故ニ「剛體ニ働ク力ハ其ノ大サト方向ト作用線上ノ一點トヲ與フレバ定マル、」

(物理學 卷ノ一(一) 39 頁參照)

〔注意 1〕 本書ニ於テハ專ラ剛體ノミニ關シテ論ズルヲ以テ本書ニ謂フ所ノ物體ハ剛體ナリト知ルベシ、

〔注意 2〕 本書ニ於テハ「剛體ニ働ク力」ヲ取扱フヲ以テ特ニ明示セザル場合ニモ「力」ト謂ヘバ「剛體ニ働ク力」ト心得ルベシ、

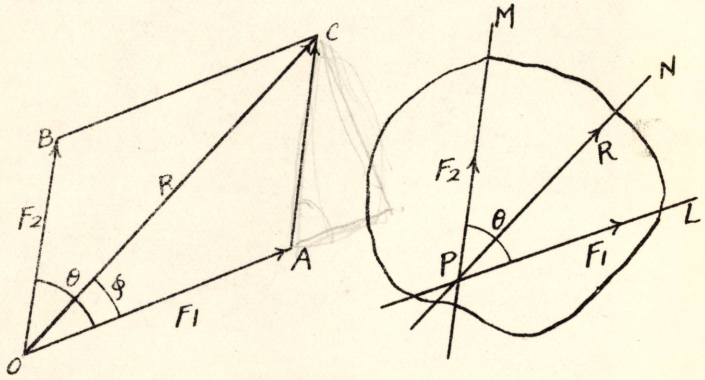
〔注意 3〕 力ノ單位ハ重力單位ヲ用ヒ、而モ主トシテ「メートル」法ニヨル、

二、力ノ平行四邊形、

作用線ガ一點ニ會スル力ヲ Concurrent forces トイフ、

二ツノ Concurrent forces ノ大サヲ F_1, F_2 トシ、其ノ作用線ヲ夫々 PL, PM トス、$\overrightarrow{OA}$ ハ力 F_1 ヲ表ハシ、$\overrightarrow{AC}$ 或ハ $\overrightarrow{OB}$ ハ力 F_2 ヲ表ハスモノトス、今 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ ヲ二隣邊トスル平行四邊形ヲ畫ケバ $\overrightarrow{OC}$ ハ $\overrightarrow{OA}$ ト $\overrightarrow{OB}$ (又ハ $\overrightarrow{AC}$) トノ「ベクトル」ノ和ナリ、

二ツノ Concurrent forces F_1, F_2 ガ同時ニ物體ノ一點 P ニ働キテ生ズル效果ハ $\overrightarrow{OC}$ ニテ表ハサルベキ一ツ力ガ P 點ヲ通ジテ其ノ物體ニ働キテ生ズル效果ト同一ナリ、



上述ノ事ハ通常**力ノ平行四邊形ノ法則**トシテ知ラレルモノニシテ平行四邊形 OACB ヲ力ノ平行四邊形トイフ、$\overrightarrow{OC}$ ノ表ハス力ヲ $\overrightarrow{OA}$ ノ表ハス力ト $\overrightarrow{OB}$ ノ表ハス力トノ**合力** (Resultant force) ト云ヒ、$\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ ノ表ハス力ヲ $\overrightarrow{OC}$ ノ表ハス力ノ**分力** (Component forces) ト云フ、二ツノ力又ハ二ツ以上ノ力ト「同一效果ヲ生ズル」(Equivalent) 一ツノ力即チ合力ヲ求メルコトヲ力ノ合成 (Composition) トイフ、

二力 F_1, F_2 ノ間ノ角ヲ θ トシ、合力ガ力 F_1 トナス角ヲ ϕ トシ、合力ノ大サヲ R トスレバ合力ノ大サ及ビ其ノ方向ハ次ノ式ニテ定メラル、

$$R=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\theta}$$

$$\tan\phi=\frac{F_2\sin\theta}{F_1+F_2\cos\theta}$$

一ツノ力ヲ之ト Equivalent ナル二ツ以上ノ力ヲ求メルコトヲ**分解** (Decomposition) トイフ、一ツノ力ヲ二ツ又ハ二ツ以上ノ分

力ニ分解スルニ其ノ分力ハ幾組モアリ、

一ツノ力 F ヲ互ニ直角ナル二ツノ分力 X, Y ニ分解スレバ

$$X = F\cos\alpha$$

$$Y = F\sin\alpha$$

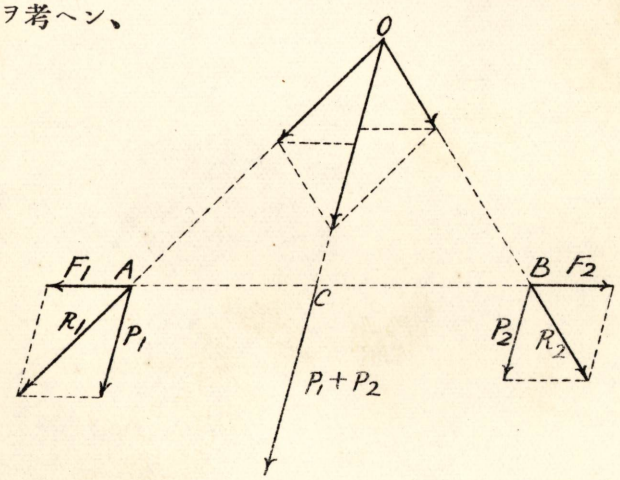
茲ニ α ハ F ト X トノナス角ナリ、

〔注意 1〕 角ヲ求メルニハ成ル可ク所要ノ角ノ正切ヲ計算シテ之ニ依ツテ其ノ角ヲ求ムベシ、

〔注意 2〕 力ノ平行四邊形ノ法則ニ基キテ力ノ合成及ビ分解ヲ圖式的ニ求メルコトガ容易ナリ、

三、剛體ニ働ク力ノ合成、

剛體ニ働ク衆力即チ力系 (System of force) ヲ合成スル一般的ノ方法ハ次章以下ニ讓リ、本節ニ於テハ二ツノ力ガ剛體ニ働ク場合ノ合成ヲ考ヘン、



(I) 二ツノ力ノ作用線ガ相交ル場合、

二ツノ力ノ作用線ガ剛體內ノ一點ニ於テ交ルトキハ二力ノ著力點ヲ其ノ點ニ移シ前節ノ平行四邊形ノ法則ヲ適用シテ合成スルコトヲ得、若シ剛體外ノ點ニ於テ交レバソノ交點ヲ著力點ト假想シテ上ト同樣ニ合成シ然ル後其ノ作用線上ノ剛體內ノ點ヲ著力點トスル如ク移動スレバ可ナリ、

(II) 二ツノ力ノ作用線ガ平行ニシテ同一ノ向キヲ有スル場合、

同一ノ向キニ平行ナル二力ノ合力ハ二力ノ著力點ヲ結ブ線分ヲ二力ノ大サノ逆比ニ內分スル點ヲ著力點トシ、二力ト同一ノ向キニ平行ニシテ二力ノ和ニ等シ、

(物理學 卷ノ一(一) 40 頁參照)

(III) 二力ノ作用線ガ平行ニシテ反對ノ向キヲ有スル場合、

コノ場合ヲ更ニ二ツノ場合ニ分チテ考ヘン、

(i) 二力ノ大サ相等シカラザル場合、

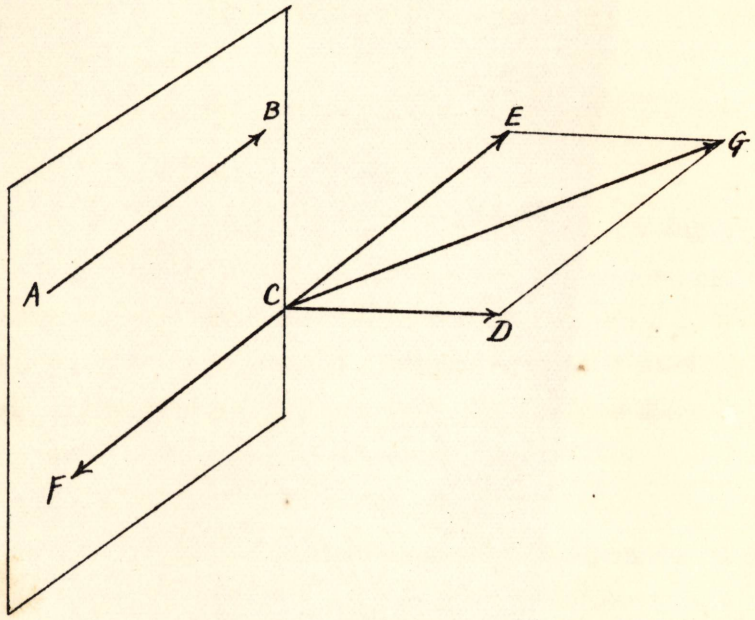
反對ノ向キノ大サ相等シカラザル二ツノ平行力ノ合力ハ二力ノ著力點ヲ結ブ線分ヲ二力ノ逆比ニ外分スル點ヲ著力點トシ、二力ト平行ニシテ其ノ向キハ大ナル方ト同一ナリ、而シテ其ノ大サハ二力ノ差ニ等シ、

(ii) 二力ノ大サ相等シキ場合、

コノ場合ニハ二力ト同一ノ效果ヲ有スル單一ナル力 (Single force) ヲ求ムルコト能ハズ、剛體ニ作用スル大サ相等シク向キ反對ナル二ツノ平行力ヲ一組トシテ考ヘ、之ヲ偶力 (Couple) トイフ、二力ノ作用線ノ距離ヲ腕 (Arm) トイヒ、力ノ大サト腕トノ積ヲ其ノ能率トイフ、

(IV) 二力ノ作用線ガ同一平面上ニ在ザル場合、

同一平面上ニ在ラザル二力ト同一效果ヲ有スル單一ナル力ヲ求ムルコト能ハズ、又一ツノ偶力ニテモアラズ、次ニ證明スル如ク「同一平面上ニアラザル二力ハ一ツノ平面上ノ偶力ト其ノ平面上ニ在ラザル一ツノ力トニ置キ換ヘルコトヲ得、」



〔證明〕 同一平面上ニ在ラザル二力ヲ F_1, F_2 トシ其等ノ作用線ヲ夫々 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ トス、今 C ヲ通ジテ AB ニ平行ナル二力 $\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CF}$ ガ作用セリト假定ス、二力 $\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CF}$ ハ等大ニシテ方向反對ニトリ、其ノ大サハ何レモ $\overrightarrow{AB}$ ニ等シカラシム、$\overrightarrow{CE}$ ハ $\overrightarrow{AB}$ ト同一ノ向キトス、

上ノ四ツノ力ハ所與ノ二力 F_1, F_2 ト Equivalent ナルコト明ナリ、

四ツノ力ノ中 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CF}$ ノ二力ハ一ツノ偶力ヲ形成シ、$\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}$ ノ二力ノ合力ハ $\overrightarrow{CG}$ ナル一ツノ力トナル、而シテ CG ハ CF, AB ノ決定スル平面ト交ル、

上述ノ如ク剛體ニ働ク二力ヲ合成セル結果ハ (1) 單一ナル力トナル場合、(2) 偶力トナル場合、(3) 一ツノ偶力ト一ツノ力ニトナル場合ノ三ツノ場合ガアル、

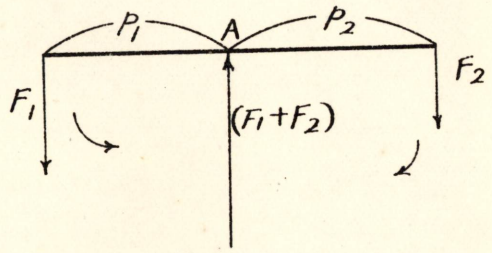
〔注意 1〕 剛體ニ働ク衆力ヲ合成セル結果モ上ノ三ツノ場合ニ歸スルコトヲ後章ニ於テ學ブベシ、

〔注意 2〕 上ノ (IV) ノ場合ニ適用セル方法ニ依ツテ次ノ事柄ガ證明セラル、

「一ツノ力ハ之ト平行ナル一ツ力ト一ツノ偶力トニテ置キ換ヘルコトヲ得、」

四、力ノ能率、(moment of force)

剛體ガ一ツノ固定軸ヲ有スル場合ニ一ツノ力ガコノ剛體ニ作用セリトス、其ノ力ノ作用線ガ其ノ固定軸ニ交ラザルトキハ回轉ヲ起スコトヲ知ル、其ノ回轉ヲ起シ得ル程度ハ何ニ關係スルカヲ考ヘン、



圖ニ示ス如ク一ツノ棒ノ一點 A ガ固定セラレ兩側ニ平行力 F_1, F_2 ガ作用シ $F_1p_1=F_2p_2$ ナリトス、然ルトキハ F_1, F_2 ノ合力ハ A ニ作用ス、而シテソノ合力ハ A 點ニ於テ働ク反作用ト釣合フ、即チ棒ハ釣合ニアリテ F_1 ハ左廻リノ向キニ回轉セントシ、F_2 ハ右廻リノ向キニ回轉セントス、$F_1p_1=F_2p_2$ ナル關係アルトキハ A ノ周リニ回轉セントスル程度ガ相等シク其ノ回轉ノ向キ反對ナルタメ回轉ヲ起サズ釣合フモノト解スベキナリ、

サレバ回轉セントスル度合ハ力ノ大サト定軸（又ハ定點）ヨリ

右廻 (clockwise) − −

左廻 (counter clockwise) + +

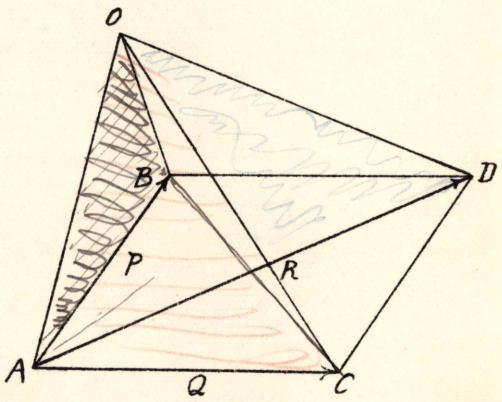
力ノ作用線ニ至ル距離トノ相乘積ヲ以テ測ルベキナリ、定軸（又ハ定點）ヨリ力ノ作用線ニ至ル距離ヲ腕ト稱シ、力ノ大キサト腕トノ相乘積ヲ定軸（又ハ定點）ニ關スル**力ノ能率**トイフ、

其ノ回轉セントスル向キヲ示スニハ左廻リヲ正，右廻リヲ負ト規約ス、力ノ能率ノ單位ハ kg-m, gr-cm 等ヲ用フ、

「二ツノ力ノ同一固定點（又ハ固定軸）ニ關スル力ノ能率ノ代數和ハ合力ノ其ノ固定點ニ關スル能率ニ等シ」キコトハ次ノ如ク證明セラル、

(i) 二力ガ一點ニ作用スル場合、

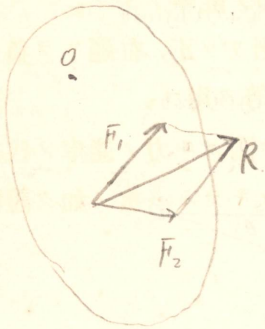
一點 A ニ作用スル二力ヲ P, Q トシ、其ノ合力ヲ R トス、定點 O ニ關スル P, Q 及 R ノ能率ハ夫々ノ力ヲ表ハス $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 及 $\overrightarrow{AD}$ ヲ底邊トシ O ヲ頂點トスル三角形ノ面積ノ二倍ニ等シ、



而シテ △BOA+△COA=△DOA ナルヲ以テ P, Q 二力ノ O ニ關スル能率ノ和ハ R ノ O ニ關スル能率ニ等シキコトヲ知ル、

(ii) 二ツノ平行力ノ場合、

$\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$ ハ夫々二ツノ平行力 P, Q ヲ表ハシ, $\overrightarrow{CC'}$ ハ其等ノ合分 R ヲ表ハスト



$M_1 + M_2 = M_R$

スレバ $\overline{AC}\cdot P=\overline{CB}\cdot Q$ ニシテ $R=P+Q$ ナリ、

今 P,Q,R ノ定點 O ニ關スル能率ヲ考ヘン、

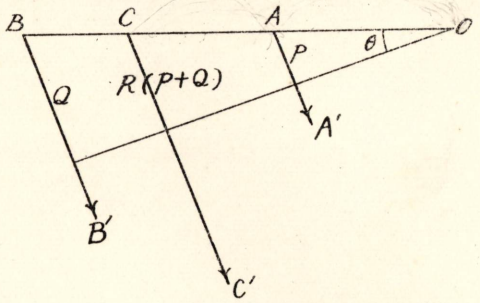
P,Q ノ定點 O ニ關スル能率ノ和ハ次ノ如シ、

$$T=(P\cdot\overline{OA}+Q\cdot\overline{OB})\cos\theta=(P\cdot\overline{OA}+Q\,\overline{OC}+Q\,\overline{CB})\cos\theta$$

然ルニ $Q\cdot\overline{CB}=P\cdot\overline{AC}$

$$\therefore\quad T=(P\cdot\overline{OA}+Q\cdot\overline{OC}+P\cdot\overline{AC})\cos\theta=(P+Q)\,\overline{OC}\cos\theta$$

然ルニ R ノ定點 O ニ關スル能率ハ $(P+Q)\,\overline{OC}\cos\theta$ ナリ、



二ツ以上ノ力ノ場合ニ於テモ同樣ニ證明セラル、故ニ一般ニ「剛體ニ働ク衆力ノ固定軸（又ハ固定點）ニ關スル能率ノ代數和ハ合力ノ同一ノ固定軸（又ハ固定點）ニ關スル能率ニ等シ、」

〔問〕 一平面上ニ作用スル衆力ノ其ノ面內ノ一點 A ニ關スル能率ノ代數和ヲ $\sum M_A$ トシ、其等ノ合力ヲ R トスレバ $\frac{\sum M_A}{R}$ ハ何ヲ表ハスカ、

五、偶力ノ性質、

剛體ニ働ク偶力ノ諸性質ヲ列擧セン、

(I) 「偶力ハ其ノ面內ノ任意ノ一點ニ關シテ同一ノ能率ヲ有ス」（但シ偶力ヲ成ス二力ヲ含ム平面ヲ偶力ノ面トイフ）、

偶力ヲ形成スル二力 F_1,F_2 ノ點 O_1 ニ關スル能率ノ代數和ヲ考ヘン、但シ

$F_1=F_2\equiv F$ トス、

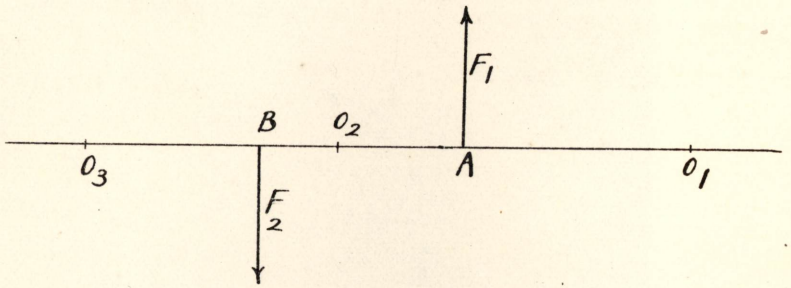
$$M_1=F\cdot\overline{O_1B}-F\cdot\overline{O_1A}=F\cdot\overline{AB}$$

二力 F_1, F_2 ノ點 O_2 及 O_3 ニ關スル能率ノ代數和ヲ考ヘレバ

$$M_2=F\cdot\overline{AO_2}+F\cdot\overline{BO_2}=F\cdot\overline{AB}$$

$$M_3=F\cdot\overline{AO_3}-F\cdot\overline{BO_3}=F\cdot\overline{AB}$$

偶力ヲ形成スル二力ノ一點ニ關スル能率ノ代數和ハ其ノ點ノ位置ニ拘ハラズ一定ニシテ偶力ノ能率ニ等シ、

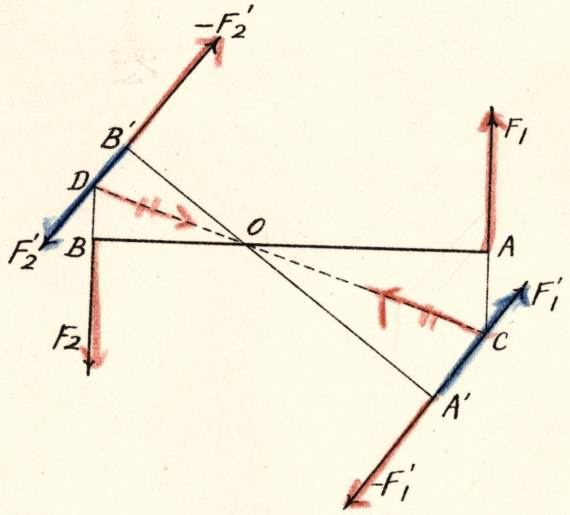


偶力ハ剛體ヲ回轉セントスル效果ヲ有ス、其ノ回轉ノ向キニヨツテ正負ヲ規約スルコト力ノ能率ト同樣ナリ、即チ左廻リヲ正トシ、右廻リヲ負トス、

(II) 「偶力ヲ其ノ面內ノ一點ノ周リニ廻轉スルモ其ノ效果ヲ變ズルコトナシ、」

偶力 (F_1, F_2) ノ垂直距離 AB 上ノ一點 O ノ周リニ回轉セル位置ヲ $A'B'$ トス、A', B' ノ二點ニ於テ圖ニ示ス如ク $A'B'$ ニ直角ノ方向ニ大サ F ナル方向反對ナル二組ノ力 $(F_1', -F_1')$; $(F_2', -F_2')$ ヲ加ヘテ全體ノ合力ヲ考ヘン、

A ニ働ク F_1, 及 A' ニ働ク $-F_1'$ ノ作用線ノ交點ヲ C トシ、B ニ働ク F_2 及 B' ニ働ク $-F_2'$ ノ作用線ノ交點ヲ D トスレバ CD ハ O 點ヲ通過シ且ツ $\angle AOA'$ ヲ二等分スル事明カナリ、



F_1 ト $-F_1'$ トノ合力及 F_2 ト $-F_2'$ トノ合力ノ作用線ハ CD 上ニ在リ、其ノ大サ相等シク方向反對ナリ、

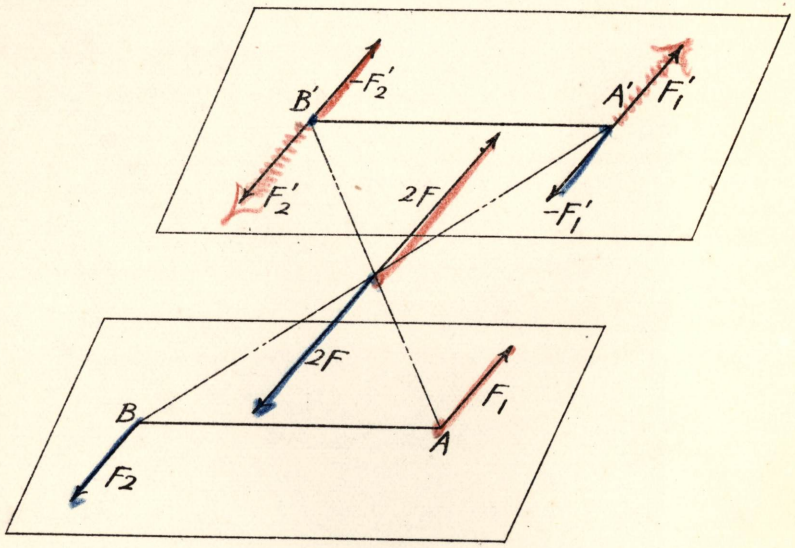
故ニ結局 A' 點ニ働ク F_1' ト B' 點ニ働ク F_2' トノ二力トナル、即チ偶力 (F_1, F_2) ハ夫トト能率等シキ偶力 (F_1', F_2') トナル、

(III) 「偶力ヲ其ノ面內ニ於テ又ハ之ニ平行ナル平面內ニ於テ平行ナル位置ニ移動スルモ剛體ニ及ボス效果ハ異ナル事ナシ、」

偶力 (F_1, F_2) ノ垂直距離ヲ AB トシ、$A'B'$ ヲ AB ニ平行ナル位置トス、A', B' 點ニ於テ偶力ヲナス力ニ平行ニシテ其ノ大サ F ニ等シク方向反對ナル二組ノ力 $(F_1', -F_1')$; $(F_2', -F_2')$ ヲ加ヘテ全體ノ合力ヲ考ヘン、

A, B' 及 A', B ヲ結ビ其ノ交點ヲ O トスレバ O ハ AB', BA' ノ中點ナリ、故ニ A ニ働ク F_1 ト B' ニ働ク $-F_2'$ トノ合力及 A' ニ働ク $-F_1'$ ト B ニ働ク F_2 トノ合力ハ O 點ニ通ジテ作用シ、其ノ大サ何レモ 2F ニ等シク方向反對ナリ、

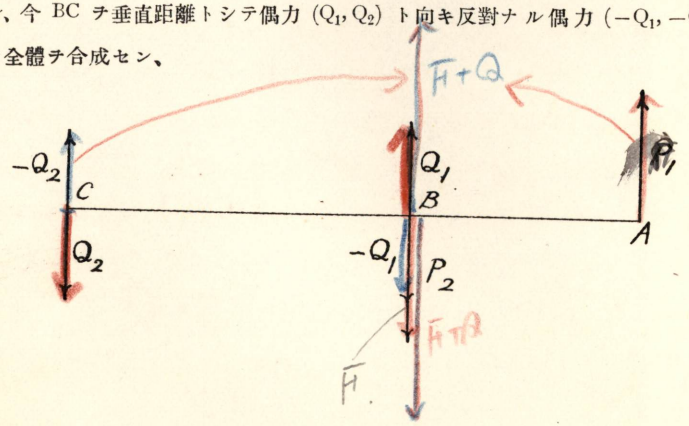
故ニ結局 A' 點ニ働ク F_1' ト B' 點ニ働ク F_2' ノ二力トナル、即チ偶力 (F_1, F_2) ヲ能率變ルコトナク偶力 (F_1', F_2') ニ移動シ得、



(IV) 「能率相等シクシテ同一又ハ平行ナル平面内ニ在ル二ツノ偶力ハ剛體ニ對シテ同一ノ效果ヲ有ス」、

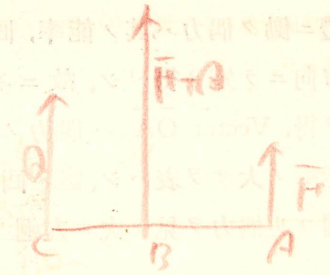
二ツノ偶力 (P_1, P_2), (Q_1, Q_2) ヲ (II), (III) ニ依ツテ同一平面上ニ移シ且ツ偶力ヲ形成スル力ヲ平行ナラシム、

偶力 (P_1, P_2) ノ垂直距離 AB ノ延長上ニ偶力 (Q_1, Q_2) ノ垂直距離 BC ガアル如クスル、今 BC ヲ垂直距離トシテ偶力 (Q_1, Q_2) ト向キ反對ナル偶力 $(-Q_1, -Q_2)$ ヲ加ヘテ全體ヲ合成セン、



i) 偶力ノ能率ノ大サ
ii) 偶力ノ回轉ノ向キ
iii) 偶力ノ平面
} ニヨリ偶力ノ剛体ニ及ボス効果決定ス。

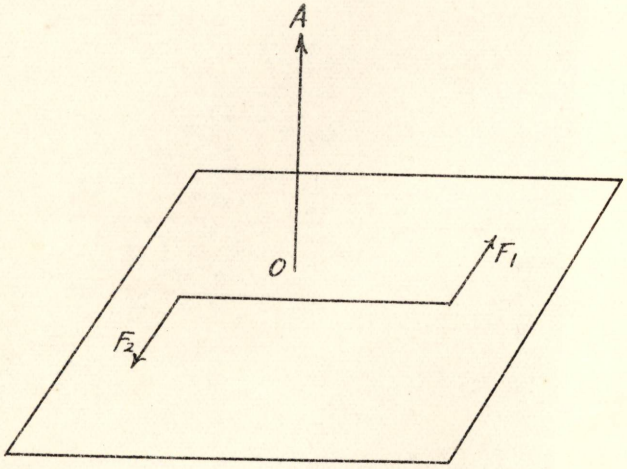
條件
$\overline{F}\cdot\overline{AB}=Q\,\overline{BC}$



$\overline{F}\cdot\overline{AB}=Q\cdot\overline{BC}$

P_1 ト $-Q_2$ トノ合力ハ B 點ニ作用シテ P_2 ト $-Q_1$ トノ合力ニ等シク方向反對ナリ、故ニ三ツノ偶力ヲ合成セル結果一ツノ偶力 (Q_1, Q_2) トナル、即チ偶力 (P_1, P_2) ト偶力 (Q_1, Q_2) トハ Equivalent ナリ、

上述ノ諸性質ニ依リ、剛體ニ働ク偶力ハ之ヲ其ノ面内又ハ平行ナル平面ニ移スコトヲ得ベク、又其ノ能率ガ不變ナラバ其ノ大サ及腕ノ長サヲ隨意ニ變更スルコトヲ得ベシ、



從ツテ剛體ニ働ク偶力ハ其ノ能率, 回轉ノ向キ及其ノ面ニ直角ナル直線ノ方向ニテ定メ得ベシ、故ニ次ノ如キ「ベクトル」ニテ表ハスコトヲ得、Vector $\overrightarrow{OA}$ ハ偶力ノ平面ニ垂直ニ直線ヲ引キ、其ノ長サハ能率ノ大サヲ表ハシ、鏃ハ回轉ノ向キヲ表ハス、鏃ハ之ヲ附スベキ端ヨリ偶力ヲ見テ夫ガ左廻リニ見ユル如クニ附スルモノトス、

〔注意〕 斯ノ如ク偶力ヲ「ベクトル」トシテ考ヘルト上述ノ諸性質ヲ理解シ易カルベシ、

〔問〕 一平面ニ作用スル衆力ノ其ノ面内ノ一點 A ニ關スル能率ノ代數和ヲ $\sum M_A$ トシ、$\sum M_A=0$ ナルトキハ其等ノ衆力ノ合成セル結果ハ偶力ナラザルコトヲ示セ、

練習問題 I.

1. P, Q ハ物體ノ一點ヲ通ジテ働ケル二力ナリ、此等ノ二力ノナス角ヲ θ トス、次ノ各ノ場合ノ合力ヲ決定セヨ、

(*a*) P=125 gr, Q=50 gr, θ=110° R=106.4 φ=

(*b*) P= 25 gr, Q=36 gr, θ=63°20′

2. 一平面上ニ直角座標軸 OX, OY ヲトル、X 軸ト α ナル角ヲナス力 F アリ、次ノ各ノ場合ニ於ケル X, Y 軸ノ方向ニ於ケル分力ヲ求メヨ、

(*a*) F=200 gr, α= 45° 14.6

(*b*) F=200 gr, α=238° y=170 x=106

(*c*) F=200 gr, α=300° x=100 y=173.5

3. 20 kg ノ力アリ、13 kg ト 9·8 kg ナル二ツノ分力ニ分タントス、此等ノ分力ノ方向如何、

4. 15 kg ノ力アリ、之ヲ一分力ハ所與ノ力ト 20° ノ角ヲナスモノトシ、他ノ一分力ハ其ノ大サヲ最小ナラシムル樣ニ分タントス、此等ノ二分力ヲ決定セヨ、

5. 一ツノ質點ニ作用スル二力 P, Q ノ合力ノ大サガ二力間ノ角ガ θ ナル時ハ $(2m+1)\sqrt{P^2+Q^2}$ ニシテ二力間ノ角ガ $\frac{\pi}{2}-\theta$ ナル時ハ $(2m-1)\sqrt{P^2+Q^2}$ ナリトイフ、θ ノ値ヲ求メヨ、 $\tan\theta=\frac{m-1}{m+1}$

6. 正方形 ABCD ノ一邊ハ 6·5 m ナリ、P=5 kg ハ A ヨリ D ニ向ヒテ働キ Q=3·5 kg ニハ A ヨリ B ニ向ヒテ働ケリ、其ノ合力ノ C 點ニ關スル能率ヲ求メヨ、

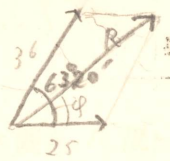
7. 三角形板 ABC ノ各邊ニ沿ヒテ同一ノ向キニ三ツノ力 $F_1(B\to C)$, $F_2(C\to A)$, $F_3(A\to B)$ ガ作用セリ、

今 $F_1=\overline{BC}$, $F_2=\overline{CA}$, $F_3=\overline{AB}$ ナルトキ三ツノ力ハ偶力ヲナシ其ノ能率ハ △ABC 面積ノ二倍ナルコトヲ證セヨ、

8. 同一平面ニ作用スル衆力ノ其ノ平面内ニ於ケル三點 A, B, C ニ關スル能率ノ代數

1

(b)

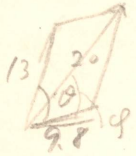


$R=\sqrt{25^2+36^2+2\cos 63°20'\times 25\times 36}=45.9$

$\tan\varphi=\frac{36\sin 63°20'}{25+\cos 63°20'\times 36}=1.28$

$\varphi=52°$

3.



$20^2=13^2+9.8^2+2\cos\theta\cdot 13\cdot 9.8$ $\cos\theta=0.529$

$\theta=57°30'$

$\tan\varphi=\frac{13\sin\theta}{9.8+13\cos\theta}=\frac{10.95}{9.8+6.89}=0.655$

$\varphi=33°15'$

和ヲ夫々 $\sum M_A$, $\sum M_B$, $\sum M_C$ トス、

(i) 今三點 A, B, C ガ同一直線上ニ在ラズシテ $\sum M_A$, $\sum M_B$, $\sum M_C$ ガ相等シキトキハ衆力ヲ合成セル結果ガ偶力ナルコトヲ證明セヨ、

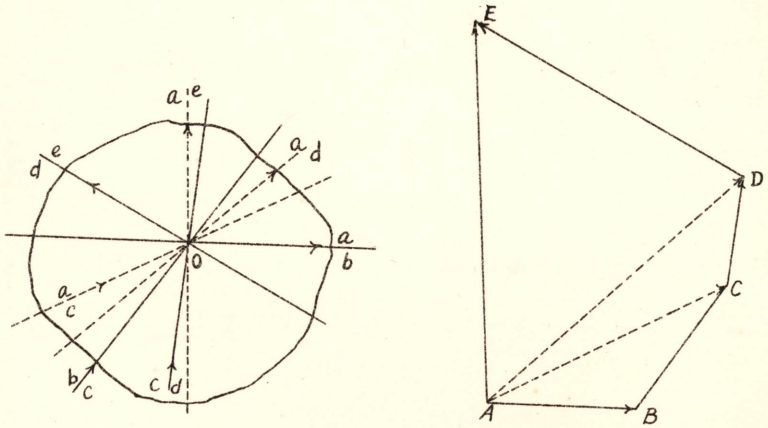
(ii) 今衆力ヲ合成セル結果ガ單一ナル力ニシテ $\sum M_A$, $\sum M_B$, $\sum M_C$ ガ相等シキトキハ三點 A, B, C ハ一直線上ニ在ルコトヲ證明セヨ、

第二章

平面力ノ合成及釣合

六、一點ヲ通ジテ作用セル平面力ノ合成及釣合、

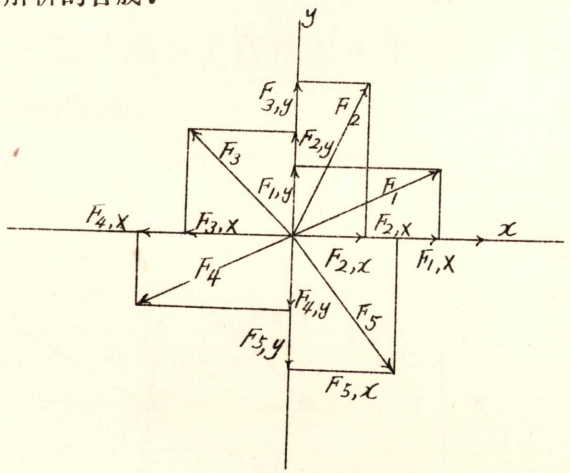
(I) 圖式合成、



AB, BC, CD, DE ヲ與ヘラレタル諸力ノ Vectors トシ作用線ヲ夫々 *ab, bc, cd, de* トス、O 點ヲ共通ノ著力點トス、力ノ平行四邊形ノ法則ニヨリ AB, BC ノ表ハセル二力ノ合力ノ Vector ハ AC ニシテ、其ノ作用線ハ O ヲ通ジ AC ニ平行セル線 *ac* ナリ、Vectors AC ト CD トノ Vectors sum AD ハ Vectors AC, CD

ノ表ハセル二力ノ合力即チ Vectors AB, BC, CD ノ表ハセル三力ノ合力ヲ表ハス、其ノ作用線ハ O ヲ通ジ AD ニ平行ナル線 *ad* ナリ、同様ニシテ Vector AE ハ Vectors AD, DE ノ和即チ Vectors AB, BC, CD, DE ノ和ニシテ與ヘラレタル四ツノ力ノ合力ヲ表ハス、而シテ其ノ作用線ハ O ヲ通ジ AE ニ平行ナル線 *ae* ナリ、

(II) 解析的合成、



F_1, F_2, F_3 等ヲ與ヘラレタル諸力トシ、是等ノ諸力ノ平面上ニ直角座標軸 x, y ヲトリ、與ヘラレタル諸力ヲ兩軸ノ方向ニ分解ス、$F_{1,x}, F_{2,x}, F_{3,x}$ 等ヲ夫々 F_1, F_2, F_3 等ノ x 軸ノ方向ノ分力トシ、$F_{1,y}, F_{2,y}, F_{3,y}$ 等ヲ夫々 F_1, F_2, F_3 等ノ y 軸ノ方向ノ分力トス、R_x 及 R_y ヲ夫々合力ノ x 軸及 y 軸ノ方向ノ分力トス、然ルトキハ R_x ハ $F_{1,x}, F_{2,x}, F_{3,x}$ 等ノ代數和ヨリ成リ R_y ハ $F_{1,y}, F_{2,y}, F_{3,y}$ 等ノ代數和ヨリ成ル、即チ

$$R_x = F_{1,x} + F_{2,x} + F_{3,x} \cdots\cdots$$
$$= \sum F_x$$
$$R_y = F_{1,y} + F_{2,y} + F_{3,y} \cdots\cdots$$
$$= \sum F_y$$

F_1, F_2, F_3 等ガ x 軸トナセル角ヲ夫々 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 等トスレバ

$$F_{1,x} = F_1 \cos \alpha_1,\ F_{2,x} = F_2 \cos \alpha_2,\ F_{3,x} = F_3 \cos \alpha_3 \text{ 等}$$
$$F_{1,y} = F_1 \sin \alpha_1,\ F_{2,y} = F_2 \sin \alpha_2,\ F_{3,y} = F_3 \sin \alpha_3 \text{ 等}$$

從ツテ

$$R_x = \sum F \cos \alpha$$
$$R_y = \sum F \sin \alpha$$

合力ヲ R トスレバ

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$
$$= \sqrt{(\sum F \cos \alpha)^2 + (\sum F \sin \alpha)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

合力ガ x 軸トナセル角ヲ α_r トスレバ

$$\left.\begin{aligned} \cos \alpha_r &= \frac{R_x}{R} = \frac{\sum F \cos \alpha}{\sqrt{(\sum F \cos \alpha)^2 + (\sum F \sin \alpha)^2}} \\ \sin \alpha_r &= \frac{R_y}{R} = \frac{\sum F \sin \alpha}{\sqrt{(\sum F \cos \alpha)^2 + (\sum F \sin \alpha)^2}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

又ハ

$$\tan \alpha_r = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\sum F \sin \alpha}{\sum F \cos \alpha} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2')$$

(III) 釣合ノ條件、

一点ニ作用スル

(衆力ヲ合成セル結果ハ共通點ヲ通ズル單一ナル力トナリ、偶力トナルコトナシ、故ニ此ノ場合ノ釣合ノ條件ハ次ノ如シ、

(i) 圖式條件トシテハ力ノ多角形ノ閉ヅルコトガ必要ニシテ且ツ充分ナリ、

釣合ノ條件トハ剛体靜止ノ條件ナリ。

(ii) 解析的條件ハ次ノ如シ、

$$(a)\quad \sum F_x=0,\ \sum F_y=0.$$

又ハ

$$(b)\quad \sum F_x=0,\ \sum M_A=0.$$

但シ $\sum M$ ハ諸力ノ平面上ニテ共通ノ著力點以外ノ一點A ニ關スル能率ノ代數和ナルモ共通ノ著力點ト能率ノ中心トヲ結ベル直線ガ x 軸ノ方向ト垂直ナラザル樣ニ能率ノ中心ヲ撰ブベキモノトス、

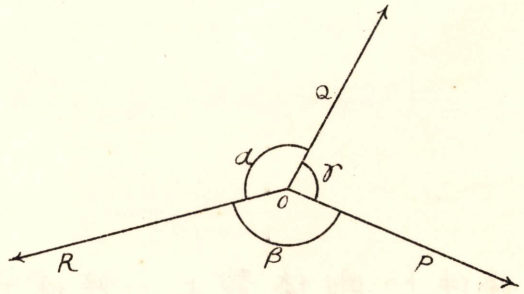
又ハ

$$(c)\quad \sum M_A=0,\ \sum M_B=0$$

但シ $\sum M_A$ 及 $\sum M_B$ ハ夫々與ヘラレタル諸力ノ平面上ノ二ツノ點 A 及 B ニ關スル能率ノ代數和ニシテ A 及 B ハ共通ノ著力點ト同一直線上ニアラザル樣ニ撰バルルモノトス、

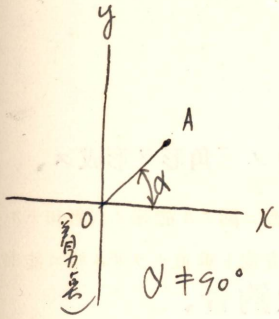
上揭ノ (a), 又ハ (b), 又ハ (c) ノ孰レモ一點ヲ通ジテ作用セル衆力ガ釣合ニアルタメニ必要ニシテ且ツ充分ナル條件ナリ、

特別ノ場合トシテ三力ノ釣合



「Concurrent ナル三力 P, Q, R ガ釣合ニアルトキ三力ハ同一平面上ニアリテ各力ノ大サハ他ノ二力ノ間ノ角ノ正弦ニ比例ス、」即チ Q ト R トノ間ノ角ヲ α, R ト P トノ間ノ角ヲ β, P ト Q

(ii) 證明



モシ R(合力) ガ存在スルトスレバ.

$\sum M_A=0$ ナル故

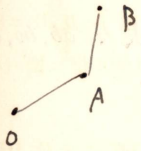
R ハ A点ヲ通ル。

然ルニ $\sum F_x=0=R\cos\alpha$

$\alpha\neq 90^\circ$ $\therefore \cos\alpha\neq 0$

故ニ R ハ O トナラナケレバナラナイ。

iii) 若シ合力 R ガ存在スルトスレバ.



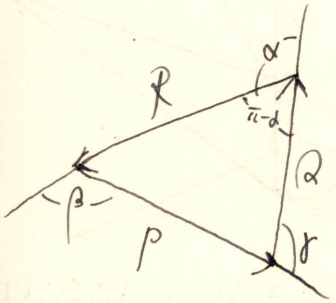
$\sum M_A=0$

$\sum M_B=0$ ナル故

R ハ A, B, ヲ通ラナケレバナラヌ。

故ニ OAB ハ一直線ニアラネバナラヌ

之ハ仮定ニ反ス。故ニ R=0 ニナラネバナラナイ。



$$\frac{P}{\sin(\pi-\alpha)}=\frac{Q}{\sin(\pi-\beta)}=\frac{R}{\sin(\pi-\gamma)}$$

$$\therefore \frac{P}{\sin\alpha}=\frac{Q}{\sin\beta}=\frac{R}{\sin\gamma}$$

トノ間ノ角ヲ γ トスレバ

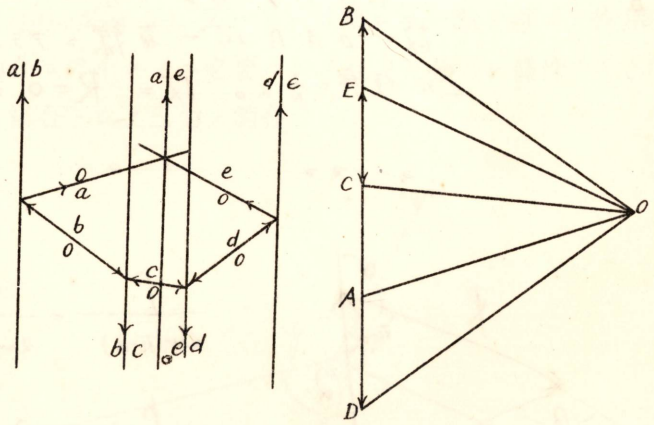
$$\frac{P}{\sin\alpha}=\frac{Q}{\sin\beta}=\frac{R}{\sin\gamma}$$

而シテ P, Q, R ヲ表ハス Vectors ハ一ツノ三角形ヲ形成ス、之ヲ **Lami ノ定理**トイフ、

七、一平面上ノ平行力ノ合成及釣合、

(I) 圖式合成、

F_1, F_2, F_3, F_4 ヲ與ヘラレタル平行力トス、是等ノ諸力ヲ表ハス Vectors ヲ夫々 AB, BC, CD, DE トシ作用線ヲ夫々 *ab, bc, cd, de* トス、



O ヲ諸力ノ平面上ノ任意ノ點トス、Vectors AB, BC, CD, DE ヲ夫々 AO ト OB, BO ト OC, CO ト OD, DO ト OE トニ分解ス、作用線 *ab* ニ沿ヒテ働ケル力 AB ノ代リニ二ツノ力 AO ト OB トヲ以テ置キ換フ、AO ト OB ノ作用線ハ夫々 *ao, ob* ニ

シテ *ab* 上ノ任意ノ點ニテ交ハル、*bc* ニ沿ヒテ働ケル力 BC ノ代リニ二ツノ力 BO ト OC トヲ以テ置キ換フ、BO, OC ノ作用線ハ夫々 *bo, oc* ニシテ *bc* ト任意ノ點ニテ交ハル、此ノ交點ヲ便宜上 OB ノ作用線 *ob* ト BO ノ作用線 *bo* ト一致スル如クニ撰ブ、*cd* ニ沿ヒテ働ケル力 CD ノ代リニ CO, OD ノ二力ヲ以テ置キ換フ、此ノ二力ノ作用線 *co, od* ハ *cd* ト任意ノ點ニテ交ハル、此ノ點ヲ便宜上 OC ノ作用線 *oc* トノ CO ノ作用線 *co* ト一致スル如クニ撰ブ、*de* ニ沿ヒテ働ケル力 DE ノ代リニ DO, OE ノ二力ヲ以テス、*do, oe* ヲ此等ノ作用線トス、*do* ト *oe* ト *de* トノ交點ヲ便宜上 OD ノ作用線 *od* ト DO ノ作用線 *do* ト一致スル如クニ撰ブ、斯クノ如クニシテ與ヘラレタル諸力、即チ *ab, bc, cd, de* ニ沿ヒテ働ケル力 AB, BC, CD, DE ハ *ao, bo, co, do, oe* ニ沿ヒテ働ケル八個ノ力 AO, OB, BO, OC, CO, OD, DO, OE ヲ以テ置キ換ヘラレタリ、然ルニ OB ト BO, OC ト CO, OD ト DO ハ夫々大サ等シク方向反對ニシテ一直線上ニアルヲ以テ互ニ消シ合フ、故ニ上記八個ノ力ノ合力ハ *ao* ニ沿ヒテ働ケル AO ト *oe* ニ沿ヒテ働ケル OE トノ合力ナリ、其ノ合力ノ大サト方向トハ AO ト OE トノ Vectors sum AE ニテ示サル、其ノ作用線ハ *ao* ト *oe* トノ交點ヲ過ギテ AE ニ平行ナル線 *ae* ナリ、即チ與ヘラレタル諸力ノ合力ノ Vector ハ AE ニシテ、作用線ハ *ae* ナリ、

O 點ヲ力ノ多角形 ABCDE ノ極 (Pole) ト云ヒ、作用線 *ao, bo, co, do, eo* ニヨリ作ラレル多角形ヲ**索多角形** (Funicular polygon) ト云フ、

力ノ多角形ニ於テ A ト E トガ一致セルトキ、即チ力ノ多角形ガ閉ヂタルトキ合力ハ單一ナル力ナラズシテ偶力トナルカ、又ハ

	I	II	III
	釣合	單一ナ力	偶力
圖式的	力ノ多角形 索多角形 共ニ閉合ス	力ノ多角形 閉合セズ	索多角形 閉合セズ
數式的	$\begin{cases}\Sigma F=0\\ \Sigma M=0\end{cases}$ $\begin{cases}\Sigma M_A=0\\ \Sigma M_B=0\end{cases}$ 但シABガ平行カニ平行ナラザル如クABヲ選ブ	$\Sigma F\neq 0$	$\Sigma F=0$ $\Sigma M\neq 0$

合力全ク無シ、力ノ多角形 ABCDE ガ閉ヂ且ツ索多角形ニ於テ ao ト oe トガ一致セザルトキハ合力ハ偶力ナリ、其ノ能率ハ AO 又ハ OE ニヨリ表ハサレタル力ノ大サト作用線 ao ト oe トノ間ノ垂直距離トノ乘積ナリ、若シ ao ト oe トガ一致スレバ合力無シ、而シテ斯クノ如ク ao ト oe ト一致セルトキ索多角形ハ閉ヂタリト云フ、

(II) 解析的合成、

與ヘラレタル諸力ヲ F_1, F_2, F_3 等トシ其ノ合力ヲ R トスレバ

$$R=\sum F$$

但シ $\sum F$ ハ力ノ一方ヘ向ヘルモノヲ正,他方ヘ向ヘルモノヲ負トセル力ノ大サノ代數和ニシテ、R ノ方向ハ $\sum F$ ノ符號ニヨリテ定マル、

作用線ノ位置ヲ定ムルニハ諸力ノ平面上ノ任意ノ點 O ニ關スル諸力ノ能率ノ代數和 $\sum M$ ヲ計算スベシ、R ノ此ノ點ニ關スル能率ノ腕ヲ a トスレバ

$$Ra=\sum M$$

$$a=\frac{\sum M}{R}$$

R ノ作用線ハ與ヘラレタル力ノ方向ニ平行ニシテ O 點ヨリ a ナル距離ニ能率 Ra ガ $\sum M$ ト同符號トナルベキ側ニアリ、

$\sum F=0$ ニシテ $\sum M\neq 0$ ナレバ合力ハ偶力ニシテ其ノ能率ハ $\sum M$ ナリ、

(III) 釣合ノ條件、

平行ナル衆力ヲ合成セル結果ハ單一ナル力又ハ偶力ナリ、此ノ場合ノ釣合ノ條件ハ次ノ如シ、

(i) 圖式條件、

力ノ多角形ガ閉ヂ且ツ索多角形ガ閉ヅレバ力系ハ釣合ニアリ、

(ii) 解析的條件、

$$(a)\quad \sum F=0 \quad 及 \quad \sum M=0.$$

但シ $\sum F$ ハ諸力ノ代數和ニシテ、$\sum M$ ハ諸力ノ平面上ノ任意ノ點ニ關スル諸力ノ能率ノ代數和ナリ、

又ハ

$$(b)\quad \sum M_A=0 \quad 及 \quad \sum M_B=0$$

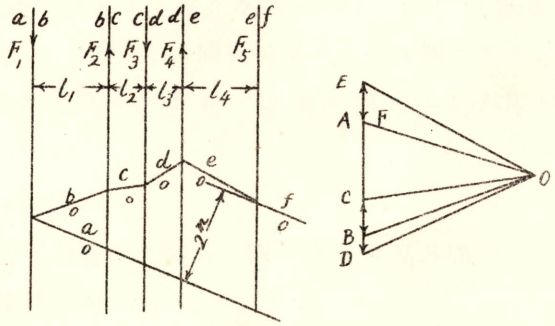
但シ $\sum M_A, \sum M_B$ ハ夫々諸力ノ平面上ノ任意ノ點 A 及 B ニ關スル能率ノ代數和ナリ、而シテ A, B ハ直線 AB ガ與ヘラレタル諸力ノ方向ニ平行ナラザル如クニ撰バレタルモノトス、

上揭ノ (a) 又ハ (b) ハ孰レモ平行ナル平面力ノ釣合ニアルタメノ必要ニシテ且ツ充分ナル條件ナリ、

〔例題 1〕 圖ニ示セル平行力ノ Resultant ヲ求メントス、

$F_1=30$ kg, $F_3=15$ kg, $F_5=10$ kg } 下方へ　　$F_2=10$ kg, $F_4=45$ kg } 上方へ

$l_1=2$ m, $l_2=1$ m. $l_3=1$ m, $l_4=2$ m.



圖式合成ハ次ノ如シ、但シ圖ニ於ケル $\frac{1}{2}$ cm ハ 1 m ヲ表ハシ、又力ノ大サ 10 kg ヲ示ス、

Vectors AB, BC, CD, DE, EF ハ夫々 F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 ヲ表ハス、A ト F トハ一致セリ、即チ力ノ多角形ハ閉ヂタリ、故ニ合力ハ單一ナル力ナラズ、索多角形ヲ畫ケバ *ao* ト *of* トハ平行セル二線トナル、故ニ此ノ力系ノ合力ハ偶力ナリ、Vector AO 又ハ OF ノ長サヲ測リテ其ノ大サガ 47.5 kg ナルコトガ知ラル、尙 *ao* ト *of* ノ距離ヲ測リテ偶力ノ能率ノ腕ガ 2 m ナルコトガ知ラル、故ニ偶力ノ能率ハ +95 kg-m ナルコトガ知ラル、

計算ニテ定ムルニハ、上方ヘ向ヘル力ヲ正トシ、R ヲ求ムレバ

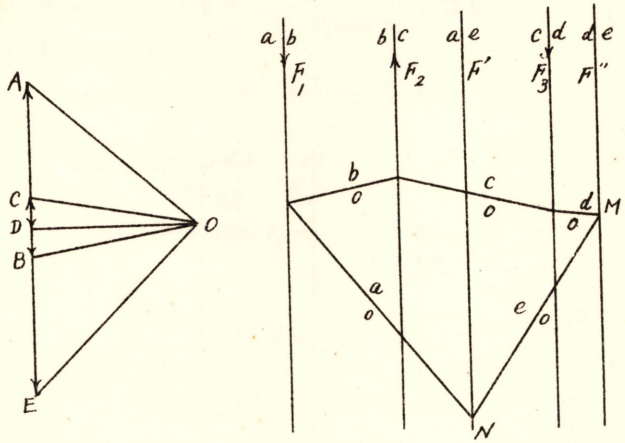
$$R=-30+10-15+45-10=0$$

F_1 ノ上ノ點ニ關スル能率ノ和ヲ求ムレバ

$$\sum M=10\times2-15\times3+45\times4-10\times6$$
$$=+95 \text{ kg-m.}$$

〔例題 2〕 五個ノ平行力 F_1, F_2, F_3, F', F'' ガ釣合ニアリ、F_1, F_2, F_3 ハ完全ニ與ヘラレ、F', F'' ハ作用線ノミ與ヘラレタリ、然ルトキ F', F'' ノ大サト方向ヲ決定セントス、作用線ノ位置ハ圖ニ示セルガ如シ、

$$F_1=500 \text{ kg},\quad F_2=200 \text{ kg},\quad F_3=100 \text{ kg}.$$
$$l_1=5 \text{ m},\quad l_2=3 \text{ m},\quad l_3=4 \text{ m},\quad l_4=2 \text{ m}.$$



1. 圖式解法、

Space diagram ニ於ケル 3 mm ハ 1 m ヲ表ハシ、Force diagram ニ於ケル 4 mm ハ 100 kg ヲ表ハス、

F_1, F_2, F_3 ハ Vectors AB, BC, CD ニテ表ハサル、F″ ヲ DE トスレバ F′ ハ EA トナル、但シ E 點ハ未定ナリ、E ヲ定ムル爲ニ索多角形ガ閉ヅベキ條件ヲ用フ、F″ ノ作用線ヲ *de* トシ、F′ ノ作用線ヲ *ea* トス、作用線 *do* ガ *de* ト M 點ニテ交ハリ、*ao* ガ *ae* ト N 點ニテ交ハル、M ト N トヲ結ビ、MN ニ平行ニ極 O ヲ通シテ直線ヲ引ケバ直線 AB ト E ニ交ハル、是ニ由テ E 點ハ定マル、F″ ノ大サハ DE ニシテ下方ヘ向ヒ、F′ ハ EA ニテ表ハサレ上方ヘ向フ、DE 及 EA ノ長サヲ測リテ F″ 及 F′ ノ大サガ夫々 500 kg, 900 kg ナルコトガ知ラル、

2. 解析的解法、

(*a*) ノ條件ヲ用フレバ

$$\sum F=0, \qquad \sum M=0$$

F′, F″ ヲ上方ニ向ヘルモノト假定スレバ

$$\sum F=-500+200+F'-100+F''=0 \qquad (1)$$

能率ノ中心ヲ F″ ノ作用線上ニ撰ベバ

$$\sum M=500\times 14-200\times 9-6F'+100\times 2=0 \qquad (2)$$

(2) ヨリ

$$F'=900 \text{ kg}$$

此ノ F′ ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$F''=-500 \text{ kg}$$

F″ ガ負ナルハ下方ニ向ヘルナリ、

(*b*) ノ條件ヲ用フレバ

$$\sum M_A=0, \qquad \sum M_B=0$$

能率ノ中心ヲ F′ ノ作用線上ニ撰ビテ

$$\sum M_A=500\times 8-200\times 3-100\times 4+6F''=0$$

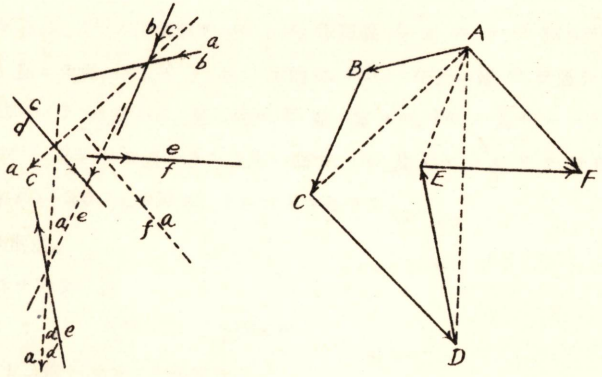
中心ヲ F″ ノ作用線上ニ撰ビテ

$$\sum M_B=500\times 14-200\times 9-6F'+100\times 2=0$$

此等ノ兩式ヲ解キテ前記ノ答ヲ得ベシ、

八、一般ノ平面力ノ合成及釣合、

(I) 圖式合成、

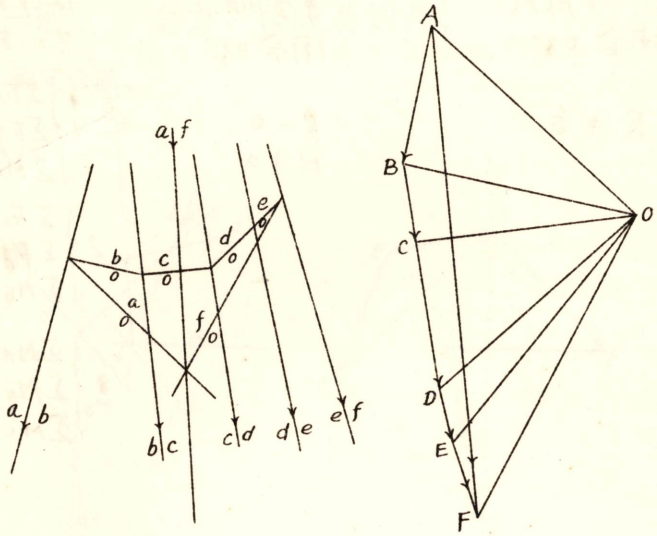


AB, BC, CD, DE, EF ヲ與ヘラレタル諸力ノ Vectors トシ、*ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef* ヲ夫々作用線トス、AB ト BC トノ合力ハ AC ニシテ其ノ作用線ハ *ab* ト *bc* トノ交點ヲ過ギテ AC ニ平行セル *ac* ナリ、AC ト CD トノ合力ハ AD ニシテ其ノ作用線ハ *ac* ト *cd* トノ交點ヲ過ギテ AD ニ平行セル *ad* ナリ、追テ斯クノ如クニシテ與ヘラレタル諸力ノ合力 AF 及其ノ作用線 *af* ヲ得ベシ、

作用線ノ交點ガ限リアル紙面上ニ求メ得ザル場合ニハ平行力ノ場合ノ如ク索多角形ヲ用フベシ、

AB, BC, CD, DE, EF ハ與ヘラレタル諸力ノ Vectors ニシテ AF ハ合力ナリ、作用線ヲ定ムルニハ極 O ヲ任意ニ撰ビ索多角形ヲ畫キ *ao* ト *of* トノ交點ヲ過ギテ AF ニ平行セル線 *af* ヲ引ケバ之ガ其ノ作用線ナリ、

單一ナカ	偶力	釣合
カノ多角形閉合セズ	索多角形閉合セズ	両多角形ガ共ニ閉合ス.
$R \neq 0$	$R=0$ $M \neq 0$	1 $\begin{cases} \Sigma F_x=0 \\ \Sigma F_y=0 \\ \Sigma M_A=0 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} \Sigma F_x=0 \\ \Sigma M_A=0 \\ \Sigma M_B=0 \end{cases}$ 但シ 3 $\begin{cases} \Sigma M_A=0 \\ \Sigma M_B=0 \\ \Sigma M_C=0 \end{cases}$



(II) 解析的合成、

與ヘラレタル諸力 F_1, F_2, F_3 等ヲ夫々 x 軸及 y 軸ノ方向ノ分力ニ分解ス、x 軸ノ方向ニ於ケル是等諸力ノ分力ノ代數和ヲ $\sum F_x$ トシ、y 軸ノ方向ノ分力ノ代數和ヲ $\sum F_y$ トス、合力ノ大サヲ R トスレバ

$$R=\sqrt{(\sum F_x)^2+(\sum F_y)^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

合力ガ x 軸トナセル角ヲ α_r トスレバ

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha_r&=\frac{\sum F_x}{\sqrt{(\sum F_x)^2+(\sum F_y)^2}}\\ \sin\alpha_r&=\frac{\sum F_y}{\sqrt{(\sum F_x)^2+(\sum F_y)^2}}\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

諸力ノ平面上ノ任意ノ點ニ關スル能率ノ代數和ヲ $\sum M$ トシ、此ノ點ニ關スル合力ノ能率ノ腕ヲ a トスレバ

$$a=\frac{\sum M}{R} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

(1), (2) ニヨリ合力ノ大サト方向トガ定マリ、(3) ニヨリテ作用線モ定マル、但シ合力ノ能率ノ符號ガ $\sum M$ ノ符號ト一致スル如クニ a ヲ取ルベシ、

若シモ

$$\sum F_x=0,\quad \sum F_y=0,\quad \sum M\neq 0$$

然ルトキ合力ハ單一ナル力ナラズ、偶力ナリ、其ノ能率ハ $\sum M$ ナリ、

(III) 釣合ノ條件、

平面力ヲ合成セル結果ハ一般ニ單一ナル力トナルカ又ハ偶力トナル、其ノ衆力ガ釣合アルタメノ條件ハ次ノ如シ、

(i) 圖式條件、

力ノ多角形及索多角形ガ共ニ閉ヅルコトナリ、

(ii) 解析的條件、

$$(a)\quad \sum F_x=0,\quad \sum F_y=0,\quad \sum M=0.$$

但シ $\sum F_x, \sum F_y$ ハ夫々 x 及 y 軸ノ方向ノ分力ノ代數和ナリ、$\sum M$ ハ諸力ノ平面上ノ任意ノ點ニ關スル能率ノ代數和ナリ、

又ハ

$$(b)\quad \sum M_A=0,\quad \sum M_B=0,\quad \sum F_x=0.$$

但シ $\sum M_A, \sum M_B$, ハ夫々諸力ノ平面上ノ任意ノ點 A 及 B ニ關スル能率ノ和ニシテ A 及 B ハ是等ヲ結ベル直線 AB ノ方向ガ x 軸ノ方向ニ直角ナラザル如ク撰バレタモノトス、

又ハ

$$(c)\quad \sum M_A=0,\quad \sum M_B=0,\quad \sum M_C=0.$$

但シ $\sum M_A, \sum M_B, \sum M_C$ ハ夫々諸力ノ平面上ノ任意ノ點 A, B, C ニ關スル能率ノ和ナリ、但シ A, B, C ハ一直線上ニアラザルコトヲ要ス、

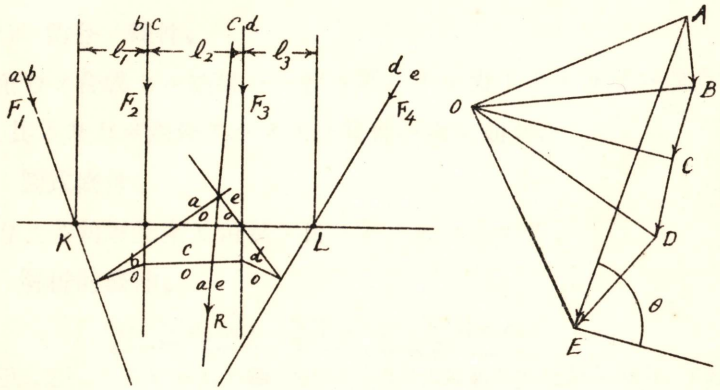
上掲ノ (a) 又ハ (b) 又ハ (c) ハ孰レモ平面力ガ釣合ニアルタ

メノ必要ニシテ且ツ充分ナル條件ナリ、

〔例題 1〕 圖ニ示セル四個ノ力 F_1, F_2, F_3, F_4 ノ合力ヲ定メントス、KL ハ水平線ニシテ F_2, F_3 ハ鉛直線ニ沿ヒテ働キ、F_1, F_4 ハ鉛直方向ニ對シ圖ニ示セル如ク傾ケリトス、又

$$F_1=500\ \mathrm{kg},\quad F_2=600\ \mathrm{kg},\quad F_3=800\ \mathrm{kg},\quad F_4=1000\ \mathrm{kg}.$$

$$l_1=3\ \mathrm{m},\quad l_2=4\ \mathrm{m},\quad l_3=3\ \mathrm{m}.$$



圖式解法ノミヲ試ムベシ、Space diagram ニ於ケル $\frac{1}{3}$ cm ハ 1 m ヲ表ハシ、Force diagram ニテ $\frac{1}{6}$ cm ハ 100 kg ヲ表ハセリ、

AB, BC, CD, DE ハ夫々 F_1, F_2, F_3, F_4 ノ Vectors ニシテ *ab, bc, cd, de* ハ夫々ノ作用線ナリ、Force diagram ABCDE ニ於テハ Vectors AE ハ合力ノ大サト方向トヲ與フ、AE ノ長サヲ測リテ R ハ大略

$$R=2750\ \mathrm{kg}$$

又 θ ヲ測レバ

$$\theta=85^\circ.5$$

ナルコトガ知ラル、

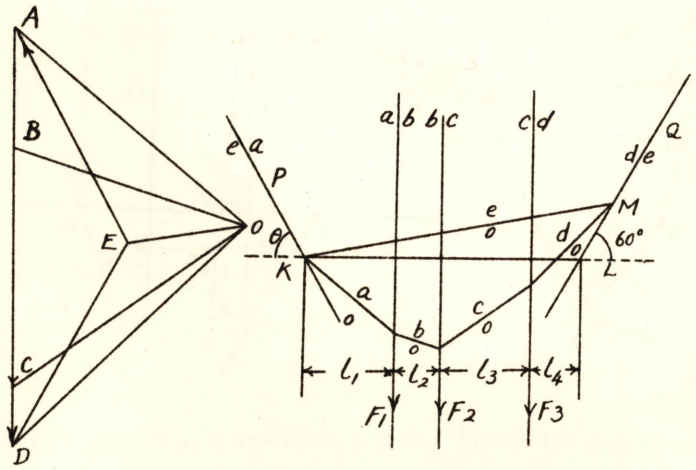
作用線ノ位置ヲ定ムル爲メニ極 O ヲ撰ビ、平行力ノ場合ト同樣ノ方法ニテ索多角形ヲ畫ク、*ao* ト *eo* トノ交點ヲ通ジ AE ニ平行ナル線 *ae* ハ求ムル所ノ作用線ナリ、

〔例題 2〕 圖ニ示セル如キ F_1, F_2, F_3, P, Q ノ五個ノ一平面上ノ力系ガ釣合ニアリ、F_1, F_2, F_3 ハ大サモ與ヘラレ、鉛直線ニ沿ヒテ働ケルモノニシテ其ノ直線ノ位置モ知ラレタリ、P ハ其ノ作用線上ノ一點 K ノミ與ヘラレ、Q ハ其ノ作用線ガ點 L ヲ過ギテ、水平直線 KL ニ對シ 60° ヲナセルコトノミ知レタルモノトス、此ノ力系ノ P ノ大サト方向、並ニ Q ノ大サト其ノ向キトヲ定メントス、

$$F_1=50\text{ kg},\quad F_2=100\text{ kg},\quad F_3=25\text{ kg}.$$

$$l_1=2\text{ m},\quad l_2=1\text{ m},\quad l_3=2\text{ m},\quad l_4=1\text{ m}.$$

1. 圖式解法、



圖ニ於ケル 6 mm ハ 1 m ヲ表ハシ、32 mm ハ 100 kg ヲ表ハス、AB, BC, CD ハ F_1, F_2, F_3 ヲ表ハセル Vectors ナリ、*ab, bc, cd* ハ其ノ作用線ナリ、D ヲ通ジ水平方向ニ對シ 60° ノ角ヲ以テ直線 DE ヲ引ク、Q ノ Vector ヲ DE トスレバ P ノ Vector ハ EA ナリ、E ノ位置ヲ定ムル爲メニ K 點ヲ通ジテ索多角形ヲ作ル、即チ先ヅ K ヲ通ジ *ao* ヲ引キ然ル後順次 *bo, co, do* ヲ引ケバ *do* ハ Q ノ作用線 *de* ト M 點ニテ會ス M ト K ヲ結ブ、MK ニ平行ニ極 O ヲ通ジ直線 OE ヲ引ケバ DE ト E 點ニテ會ス、是ニ由テ E ハ定マル、從ツテ P ノ Vector EA モ定マル、K ヲ通ジ EA ニ平行ニ *ea* ヲ引ケバ之ガ P ノ作用線ナリ、DE, EA ハ各 101 kg, *ea* ガ LK トナセル

角 θ ハ 60° ナルコトガ知ラル、

2. 解析的解法、

(a) ノ條件

$$\sum F_x=0, \quad \sum F_y=0, \quad \sum M=0$$

ヲ用フレバ

$$\sum F_x=-P\cos\theta+Q\cos 60^\circ=0$$

$$\sum F_y=P\sin\theta+Q\sin 60^\circ-50-100-25=0$$

$$\sum M_k=6Q\sin 60^\circ-2\times 50-3\times 100-5\times 25=0$$

但シ θ ハ LK ト P ノ作用線トノナセル角ナリ、x 軸ハ KL ノ方向ニ、y 軸ハ之ニ直角ナリトス、能率ノ中心ハ P ノ作用線上ノ點 K ナリ、

上記三式ヲ解キテ

$$P=Q=101\ \text{kg}$$

$$\theta=60^\circ$$

練 習 問 題 II.

1. 次ニ掲グル問題ニ於テ例ヘバ [28 kg, 120°] トアルハ力ノ大サ 28 kg ニシテ其ノ方向ト一定方向トノナス角ヲ Counter-clockwise ニ測ラレテ 120° ナリトノ意味ナリ、

(i) Coplannar concurrent forces [125 kg, 0°], [230 kg, 28°], [112 kg, 160°], [85 kg, 230°] ノ Resultant ヲ決定セヨ、

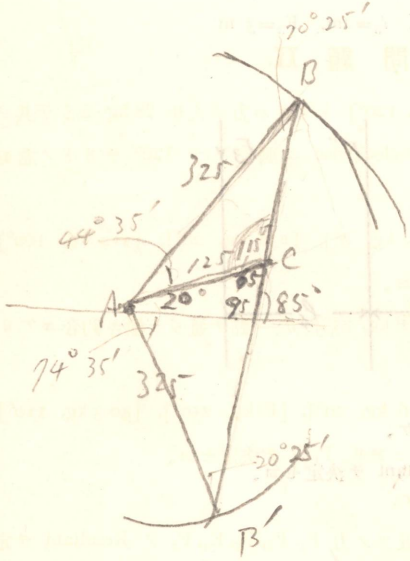
(ii) 三力 [165 kg, 20°] [325 kg, θ°], [P kg, 85°] ガ一點ヲ通ジテ働キ釣合ニアリ、P ト θ トヲ決定セヨ、 112°, 238° −360 221

(iii) Coplannar concurrent forces [35·6 kg, 20°], [P kg, 250°], [40·3 kg, 110°], [Q kg, 62°], [31·3 kg, 318°] ガ釣合ニアリ、P, Q ヲ決定セヨ、

2. 次ニ掲グル問題ヲ圖式及解析的ニ解ケ、

(i) 同一鉛直面内ニテ鉛直ニ作用セル五ツノ力 F_1, F_2, F_3, E_4, F_5 ノ Resultant ヲ定メヨ、但シ

$$\left.\begin{array}{l} F_1=600\ \text{kg}, \\ F_4=700\ \text{kg}, \end{array}\right\}\ \text{上方へ}, \qquad \left.\begin{array}{l} F_2=500\ \text{kg} \\ F_3=1000\ \text{kg} \\ F_5=400\ \text{kg} \end{array}\right\}\ \text{下方へ},$$



$\sin B = \frac{125}{325} \times \sin 115^\circ$

$= 0.3495$

$B = 20^\circ 25'$

$\therefore \theta = 64^\circ 35'$

$BC = \frac{\sin BAC}{\sin 115^\circ} \times 325$

$= 0.774 \times 325 = 250.6$

$B'C = \frac{\sin 94^\circ}{\sin 65^\circ}$

作用線ハ F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 ノ順序ニシテ F_1 ヨリ 3 m, 8 m, 12 m, 15 m ノ距離ニアリトス、

(ii) 同一鉛直面内ニテ鉛直ニ作用セル四ツノ力 F_1, F_2, F_3, F_4 ノ Resultant ヲ定メヨ、但シ

$$\left.\begin{array}{l} F_1=5\ \text{kg}, \\ F_4=7\ \text{kg}, \end{array}\right\}\ \text{下方へ}, \qquad \left.\begin{array}{l} F_2=8\ \text{kg} \\ F_3=4\ \text{kg} \end{array}\right\}\ \text{上方へ},$$

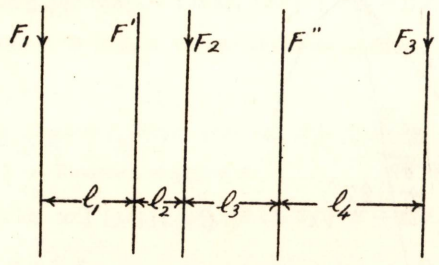
$$l_1=10\ \text{m}, \quad l_2=5\ \text{m}, \quad l_3=12\ \text{m}$$

作用線ハ F_1, F_2, F_3, F_4 ノ順序ニアリテ l_1, l_2, l_3, ハ夫々 F_1 ト F_2, F_2 ト F_3, F_3 ト F_4 ノ間ノ距離ナリ、

(iii) 圖ニ示セル F_1, F_2, F_3, F', F'' ノ五ツノ平行力ノ内 F', F'' ハ作用線ノ位置ノミ與ヘラレタリ、是等諸力ガ共ニ釣合ニアルトキノ F', F'' ヲ定メヨ、但シ

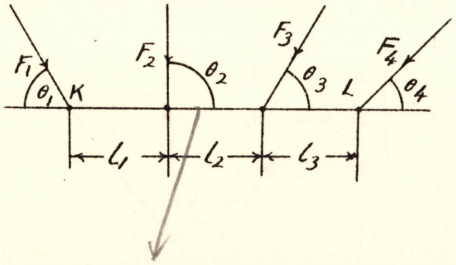
（下方へ） $F_1=200$ kg, $F_2=500$ kg, $F_3=300$ kg

$l_1=2$ m, $l_2=1$ m, $l_3=2$m, $F_3=3$ m



3. 次ニ掲グル問題ヲ圖式及解析的ニ解ケ、

(i) 次ノ圖ニ示セル四ツノ力ノ Resultant ヲ決定セヨ、



$F_1=1$ kg, $F_2=1\frac{1}{2}$ kg, $F_3=1\frac{1}{4}$ kg, $F_4=1$ kg

$l_1=10$ m, $l_2=10$ m, $l_3=10$ m

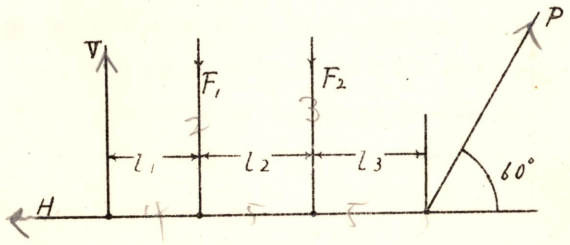
$\theta_1=60°$, $\theta_2=90°$, $\theta_3=60°$ $\theta_4=45°$

○ (ii) 次ノ圖ニ示セル如ク働ケル五個ノ力 F_1, F_2, P, V, H ガ釣合ニアリ、F_1, F_2, V ハ夫々鉛直線ニ沿ヒテ働キ、H ハ水平直線ニ沿ヒテ働キ、P ハ水平ノ方向ニ對シ 60° ヲナセリ、

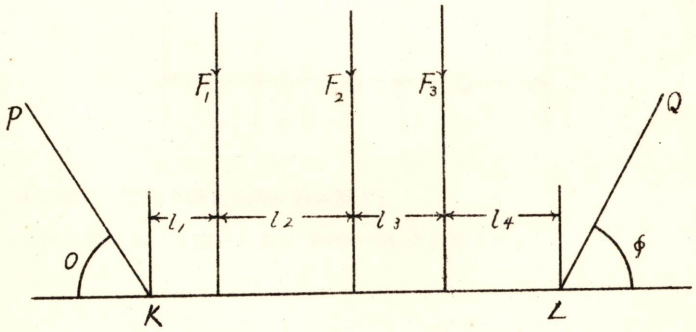
$F_1=2$ kg, $F_2=3$ kg,

$l_1=4$ m, $l_2=5$ m, $l_3=5$ m

P, V, H ノ三力ヲ決定セヨ、



(iii) 次ノ圖ニ示セル如ク働ケル五個ノ力 F_1, F_2, F_3, P, Q ガ釣合ニアリ、



$F_1=700$ kg, $F_2=1000$ kg, $F_3=500$ kg,

$l_1=3$ m, $l_2=6$ m, $l_3=4$ m, $l_4=5$ m

$\phi=65°$

F_1, F_2, F_3 ヘ夫々鉛直線ニ沿ヒテ働キ Q ノ作用線ハ水平直線 KL ニ對シ $65°$ テナセリ、P, Q 並ニ P ノ作用線ガ KL トナセル角 θ ヲ決定セヨ、

第三章

一平面上ニ在ラザル衆力ノ合成及釣合

九、一點ヲ通ジテ作用シ一平面上ニ在ラザル衆力ノ合成及釣合、

(I) 力系ノ合成、

F_1, F_2, F_3 等ヲ與ヘラレタル Concurrent forces トス、是等ノ諸力ヲ直角座標軸 x, y ノ方向ニ分解ス、F_1, F_2, F_3 等ノ x 軸ノ方向ノ分力ヲ夫々 $F_{1,x}, F_{2,x}, F_{3,x}$ 等トシ、y 軸ノ方向ノ分力ヲ夫々 $F_{1,y}, F_{2,y}, F_{3,y}$ 等トシ、z 軸ノ方向ノ分力ヲ夫々 $F_{1,z}, F_{2,z}, F_{3,z}$ 等トス、$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ ヲ夫々 F_1 ガ x, y, z ノ軸トナセル角トス、F_2, F_3 等ニモ同様ノ表示方式ヲ用フルモノトス、

$$F_{1,x}=F_1\cos\alpha_1,\quad F_{1,y}=F_1\cos\beta_1,\quad F_{1,z}=F_1\cos\gamma_1,$$

$$F_{2,x}=F_2\cos\alpha_2,\quad F_{2,y}=F_2\cos\beta_2,\quad F_{2,z}=F_2\cos\gamma_2,$$

$$F_{3,x}=F_3\cos\alpha_3,\quad F_{3,y}=F_3\cos\beta_3,\quad F_{3'z}=F_3\cos\gamma_3.\ \text{等}$$

合力 R ノ x, y, z ノ軸ノ方向ノ分力ヲ夫々 R_x, R_y, R_z トシ、ガ是等ノ軸トナセル角ヲ夫々 $\alpha_x, \beta_y, \gamma_z$ トスレバ

$$\begin{aligned} R_x &= F_{1,x}+F_{2,x}+F_{3,x}+\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &= F_1\cos\alpha_1+F_2\cos\alpha_2+F_3\cos\alpha_3+\cdots\cdots \\ &= \sum F\cos\alpha. \end{aligned}$$

同様ニ

$$R_y=\sum F\cos\beta$$

$$R_z=\sum F\cos\gamma$$

而シテ

$$R=\sqrt{(\sum F\cos\alpha)^2+(\sum F\cos\beta)^2+(\sum F\cos\gamma)^2}\cdots\cdots(1)$$

又

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha_r&=\frac{R_x}{R}\\ \cos\beta_r&=\frac{R_y}{R}\\ \cos\gamma_r&=\frac{R_z}{R}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1) ニヨリ合力ノ大サガ與ヘラレ、(2) ニヨリ其ノ方向ヲ定メラル、而シテ作用線ハ與ヘラレタル諸力ノ作用線ノ交點ヲ通過ス、

(II) 釣合ノ條件、

此ノ場合ノ釣合條件ハ

$$\sum F_x=0$$

$$\sum F_y=0$$

$$\sum F_z=0.$$

一〇、一平面上ニ在ラザル平行力ノ合成及釣合、

(I) 力系ノ合成、

F_1, F_2, F_3 等ヲ與ヘラレタル平行力トス、直交軸ノ z 軸ヲ與ヘラレタル諸力ノ方向ニ平行ナル如クニ撰ブモノトス、合力ヲ R トスレバ

$$R=F_1+F_2+F_3+\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$=\sum F\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

但シ $\sum F$ ハ F_1, F_2, F_3 等ノ内 z 軸ノ正ノ方向ニ向ヘルモノヲ正トシ、之ト反對ノ方向ノモノヲ負トセル代數和ナリ、R ノ方向ハ $\sum F$ ノ符號ニテ定マル、

$\sum M_x, \sum M_y$ ヲ夫々與ヘラレタル諸力ノ x 軸及 y 軸ニ關スル能率ノ代數和トス、R ノ x 軸ニ關スル能率ノ腕ヲ b トスレバ

$$b=\frac{\sum M_y}{R} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

R ノ此ノ能率ノ符號ガ $\sum M_x$ ノ符號ト一致スル如クニ b ハ取ラルベキモノナリ、R ノ y 軸ニ關スル能率ノ腕ヲ a トスレバ

$$a=\frac{\sum M_y}{R} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

R ノ此ノ能率ノ符號ガ $\sum M_y$ ノ符號ト一致スル如クニ a ハ取ラルベキモノナリ、

(1) ニヨリ合力ノ大サト方向トガ定メラレ、(2) ト (3) トニヨリ其ノ作用線ノ位置ガ定メラル、

若シ $\sum F=0$ ニシテ $\sum M_x$ ト $\sum M_y$ トガ共ニ零ナラザレバ合力ハ偶力ナリ、

(II) 釣合ノ條件、

此ノ場合ノ釣合ノ條件ハ

$$\sum F=0, \qquad \sum M_x=0, \qquad \sum M_y=0$$

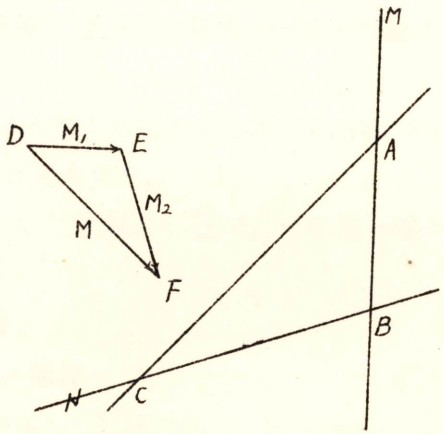
何ントナレバ $\sum F=0$ 故ニ合力ハ單一ナル力ニアラズ、合力ガアルナラバ偶力ナリ、其ノ偶力ハ與ヘラレタル諸力ノ方向即チ z 軸ニ平行ナル平面上ニアリ、而シテ $\sum M_x=0$ ナルヲ以テ合力ノ偶力ハ x 軸ニ平行ナル平面上ニアリ、又 $\sum M_y$ ナルヲ以テ其ノ偶力ハ y 軸ニ平行ナル平面上ニアリ、故ニ結局合力ノ偶力ヲ成スベキ二力ハ與ヘラレタル諸力ノ方向ニ平行ナル同一直線上ノ力ヲナス

ベシ、即チ合力ハ全クナシ、

一一、偶力ノ合成、

第一章第五節ニ於テ學ビタル如ク偶力ヲ一ツノ Vector トシテ表ハサル、之ニ依ツテ二ツ以上ノ偶力ヲ合成スルコトヲ得ベシ、即チ「二ツノ偶力ヲ合成スレバ一ツノ偶力トナリ、其ノ Vector ハ此等ノ二ツノ偶力ヲ表ハセル Vectors ノ Vector sum ナリ、」

二ツノ偶力ノ平面ガ平行ナラザル場合ニ於テ上掲ノ事柄ハ次ノ如クニシテ證明セラル、



紙面ヲ與ヘラレタル二ツノ偶力ノ平面ノ交ハリノ直線ト垂直ニ交ハル平面トス、B ハ紙面ト偶力ノ平面ノ交リノ直線トノ交點ナリ、BM, BN ハ偶力ノ平面ノ切口ナリ、M_1 ヲ平面 BM 上ノ偶力ノ能率トシ、M_2 ヲ平面 BN 上ノ偶力ノ能率トス、M_1 ヲ力ノ大サ F, 腕 p_1 ナル同一效果ナル偶力ニテ置キ換フ、而シテ其ノ一

力 F ノ作用線ヲ平面 BM, BN ノ交ハリノ直線ト一致セシム、即チ此ノ力 F ハ B ヲ通シ紙面ニ垂直ニアリ、此ノ偶力ノ他ノ一力ハ A ヲ通ジテ働ケリトス、但シ $AB=p_1$ ナリ、同様ニ他ノ偶力 M_2 ヲ力ノ大サ F, 腕 p_2 ナル同一效果ノ偶力ニテ置キ換フ、其ノ一力 F ヲシテ B 點ヲ通ジテ前ノ M_1 ニ屬スル F ト反對ニ働カシメ、他ノ一力ハ C ヲ通ジテ働カシム、但シ $BC=p_2$ ナリ、是ニ於テ二ツノ偶力ヲ成セル四ツノ力ハ A, B, C ノ三點ヲ通ジ紙面ニ垂直ナル平行力ヲナスコトトナレリ、其ノ内 B ヲ通ジテ働ケル二力ハ互ニ消シ合フヲ以テ與ヘラレタル偶力ハ A, C ニ働ケル二力ヲ以テ置キ換ヘラレタリ、而シテ是等二力ハ大サ等シク、方向反對ナルヲ以テ偶力ナリ、即チ與ヘラレタル二ツノ偶力ヲ合成スレバ $F\times\overline{AC}$ ナル能率ノ偶力トナリタリ、

Vector DE ハ偶力 M_1 ヲ表ハシ、Vector EF ハ偶力 M_2 ヲ表ハセルモノトス、即チ DE ハ AB ニ垂直ニシテ長サハ $F\times\overline{AB}$ ナリ、EF ハ BC ニ垂直ニシテ長サ $F\times\overline{BC}$ ナリ、從テ DF ハ AC ニ垂直ニシテ長サ $F\times\overline{AC}$ ナリ、即チ Vectors DE ト EF トノ和ナル Vector DF ハ合偶力ヲ表ハス、

數多ノ偶力ヲ合成スレバ一ツノ偶力ニシテ其ノ偶力ハ與ヘラレタル偶力ノ Vector sum ナリ、又逆ニ一ツノ偶力ヲ數多ノ偶力ニ分解スルコトヲ得、

數多ノ偶力ヲ合成スルニハ各偶力ヲ夫々 x 軸, y 軸, z 軸ニ垂直ナル平面上ノ三ツノ分偶力ニ分解シ、與ヘラレタル總テノ偶力ヲ x 軸ニ垂直ナル平面上ノ偶力ト、y 軸ニ垂直ナル平面上ノ偶力ト、z 軸ニ垂直ナル平面上ノ偶力トノ三組ニ分チ、更ニ各組ノ偶力ヲ夫々一ツノ偶力ニ合成スレバ、與ヘラレタル偶力ハ其ノ軸ガ

互ニ直角ナル三ツノ偶力トナル、其ノ能率ヲ夫々 L, M, N トスレバ合偶力ノ能率 G ハ次ノ式ニテ求メラル、

$$G=\sqrt{L^2+M^2+N^2}$$

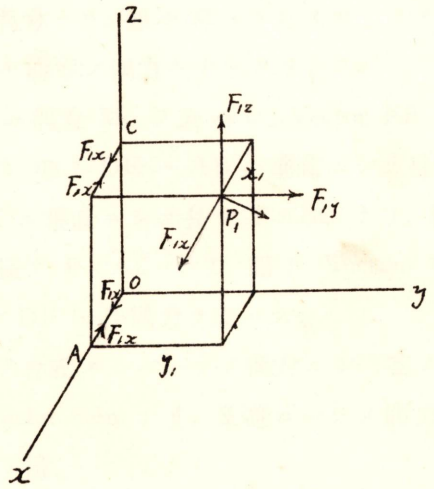
又此ノ合偶力ノ Vector ノ方向ハ次ノ式ニテ與ヘラル、

$$\cos\alpha=\frac{L}{G},\quad \cos\beta=\frac{M}{G},\quad \cos\gamma=\frac{N}{G}$$

但シ α,β,γ ハ Vector ガ夫々 x,y,z 軸トナセル角ナリ、

一二、一般ノ力系ノ合成及釣合、

(I) 合 成、



與ヘラレタル諸力ヲ F_1, F_2, F_3 等トス、原點 O ヲ任意ノ位置ニ撰ビ、互ニ直角ニ交ハレル座標軸ヲ採ル、衆力 F_1, F_2, F_3 等ノ作用セル點ヲ夫々 $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$, $P_3(x_3, y_3, z_3)$, …… 等トス、

F_1 ヲ夫々 x, y, z 軸ニ平行ナル三ツノ分力 $F_{1,x}, F_{1,y}, F_{1,z}$ トス、F_2, F_3 等モ同樣ニ分解セラルルモノトス、C 點ハ z 軸上ノ點ニシテ

$$OC = z_1$$

ナリトス、

O 點ヲ通ジ、大サ $F_{1,x}$ ニシテ x 軸ニ平行シ、而カモ互ニ反對セル二力ヲ加ヘ、又 C 點ヲ通ジ、大サ $F_{1,x}$ ニシテ x 軸ニ平行シ、而カモ互ニ反對セル二力ヲ加フ、是等四個ノ力ハ二力宛互ニ消シ合ヘル諸力ヨリ成ルヲ以テ P_1 ヲ通ジ働ケル力 $F_{1,x}$ ト共ニ是等五個ノ力ハ P_1 ヲ通ジテ働ケル一個ノ力 $F_{1,x}$ ト同一效果ナリ、而シテ是等五個ノ力ハ一ツノ力ト二ツノ偶力トニナル、其ノ一ツノ力ハ O ヲ通ジテ働ケル力ニシテ P ニ働ケル $F_{1,x}$ ト大サモ、方向モ全ク同一ナリ、二ツノ偶力ノ内一ツハ y 軸ニ垂直ナル平面上ニアリテ其ノ能率ハ $F_{1,x} z_1$ ナリ、他ノ一ツハ z 軸ニ垂直ナル平面上ニアリテ其ノ能率ハ $-F_{1,x} y_1$ ナリ、同樣ニ P ニ働ケル $F_{1,y}, F_{1,z}$ ハ夫々 O ヲ通ジテ働ケル大サ等シク方向全ク同一ナル一ツ力ト二ツノ偶力トニヨリ置キ換ヘラル、其ノ偶力ハ夫々 $F_{1,x} x_1, -F_{1,y} z_1$ 及 $F_{1,z} y_1, -F_{1,z} x_1$ ナリ、上記六個ノ偶力ハ更ニ次ノ三ツノ偶力トナル、yz 平面上ノ偶力

$$L_1 = F_{1,z} y - F_{1,y} z_1$$

zx 平面上ノ偶力

$$M_1 = F_{1,x} z_1 - F_{1,z} x_1$$

xy 平面上ノ偶力

$$N_1 = F_{1,y} x_1 - F_{1,x} y_1$$

トナル、O ヲ通ジテ働ケル $F_{1,x}, F_{1,y}, F_{1,z}$ ハ一ツノ力 F_1 トナル、

斯クノ如クシテ P_1 ニ働ケル F_1 ハ O ヲ通ジテ働ケル一ツノ力 F_1, 或ハ $F_{1,x}, F_{1,y}, F_{1,z}$ ノ三力ト三個ノ偶力 L_1, M_1, N_1 トナル、F_2, F_3 等モ同樣ニ O ヲ通ズル力ト yz, zx, xy 平面上ノ偶力トヲ以テ置キ換ヘラル、而シテ是等ノ偶力ハ一ツノ偶力トナルヲ以テ、與ヘラレタル F_1, F_2, F_3 等ノ合力ハ任意ノ點 O ヲ通ズル力

$$R=\sqrt{(\sum F_x)^2+(\sum F_y)^2+(\sum N_z)^2}$$

ト、一ツノ偶力

$$G=\sqrt{(\sum L)^2+(\sum M)^2+(\sum N)^2}$$

トナル、R ノ方向ハ

$$\cos\alpha=\frac{\sum F_x}{R}$$

$$\cos\beta=\frac{\sum F_y}{R}$$

$$\cos\gamma=\frac{\sum F_z}{R}$$

偶力 G ノ Vector ノ方向ハ

$$\cos\alpha'=\frac{\sum L}{G}$$

$$\cos\beta'=\frac{\sum M}{G}$$

$$\cos\gamma'=\frac{\sum N}{G}$$

R ハ與ヘラレタル諸力ノ Vector sum ナリ、又 L, M, N ハ與ヘラレタル力 F ノ座標軸ニ關スル能率ナリ、

與ヘラレタル諸力ノ Vector sum ガ零ナレバ合力ハ偶力ナリ、

上述ノ偶力 G ノ平面ガ R ノ平面ニ平行セル場合ニ R ト偶力トハ組合ハサレテ單一ナル力トナル、

偶力ノ平面トノ平面ト平行ナラザル場合ニハ同一平面上ニアラザル二ツノ力トナル、何ントナレバ偶力ノ一力ヲ R ト交ハル如クナセバ其ノ力ト R トハ一ツノ力ニ組合ハサル、此ノ力ト偶力ノ他ノ一力トハ平面上ニアラザル力ナリ、

(II) 釣合ノ條件、

釣合ノ條件ハ

$$\sum F_x=0,\quad \sum F_y=0,\quad \sum F_z=0,$$
$$\sum L=0,\quad \sum M=0,\quad \sum N=0.$$

練 習 問 題 III.

1. 平行力 F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 ノ中 F_1, F_4, F_5 ハ同一方向ニシテ F_2, F_3 ハ是等ト反對方向ニ働ケルモノトス、F_1 等ノ方向ヲ z 軸ノ正ノ方向トシ、P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 ヲ夫々 F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 ノ作用線ガ xy 平面ト交ル點トス、而シテ

$$F_1=+50\text{ kg},\quad F_2=-70\text{ kg},\quad F_3=-80\text{ kg},$$
$$F_4=+100\text{ kg},\quad F_5=+60\text{ kg}.$$
$$P_1(0,0),\ P_2(3^m,0),\ P_3(-4^m,2^m),\ P_4(-4^m,5^m),\ P_5(2^m,-1^m)$$

ナリトス、是等ノ Resultant ヲ決定セヨ、

2. 一稜 a ナル正立方體ノ一ツノ對角線ニ交ハラザル邊ニ沿ヒテ大サ P ナル六ツノ力ガ同一順序ノ向キニ作用スルトキ之等ヲ合成セヨ、

3. 一稜ノ長サ a ナル正立方體ノ對角線ヲ OO′, AA′, BB′, CC′ トス、今 OB′, O′A, BC 及 C′A′ ニ沿ヒテ大サ P, 2P, 3P, 4P ナル四力ガ働クトキ之等ト同一ノ効果ヲ有スル O ニ働ク一ツノ力ト一ツノ偶力トヲ求メヨ、