

高等工科学校 数学教官採用試験 問題用紙

- 1 関数 $y = |x^2 - 3x| + |x - 2|$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値と最小値を求めよ。
- 2 整式 $P(x)$ を $(x - 3)^2$ で割った余りが $2x - 5$ で、 $x - 1$ で割った余りが 5 であるとき、 $P(x)$ を $(x - 1)(x - 3)^2$ で割った余りを求めよ。
- 3 $4 \leq x \leq 5$ のとき、関数 $f(x) = (x^2 - 4x)^2 - 4(x^2 - 4x) + 2$ の最小値及びそのときの x の値を求めよ。
- 4 2 曲線 $y = \log x$ 、 $y = ax^2$ が共有点をもち、その点において共通の接線をもつとき、次の問いに答えよ。
 - (1) 定数 a の値を求めよ。
 - (2) 2 曲線と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。

5 xy 平面上に

放物線 $C_1: y = ax^2 + b$

放物線 $C_2: y = 3x^2 + 8x + 9$

直線 $\ell: y = -4x + 9$

があり、 C_1 と C_2 、および C_1 と ℓ はそれぞれ 1 点のみを共有している。

ただし、 a 、 b は実数で、 $a \neq 0$ 、 3 とする。次の問いに答えよ。

- (1) a 、 b の値を求めよ。
- (2) C_1 と C_2 の共有点において、 C_1 と C_2 の両方に接する直線 m の方程式を求めよ。
- (3) C_1 、 C_2 、 ℓ で囲まれる図形 (C_2 と ℓ だけで囲まれる部分は含めない) を D とする。

D が(2)の直線 m によって分けられる 2 つの部分のうち、 m の上側の面積を S_1 、下側の面積を S_2 とするとき、 $\frac{S_1}{S_2}$ の値を求めよ。

6 $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲において、 $f(x) = \cos 4x - 16\sqrt{2} \cos x - 16\sqrt{2} \sin x$ の極大値を求めよ。

7 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{1 - \sin x} dx$ を求めよ。