

AI・サイバーセキュリティ②

自衛隊奨学生（研究職技官）  
選考試験問題

数学（多肢選択式）  
（解答時間 120分）

## 注意事項

- (1) 指示があるまで問題を開いてはいけません。
- (2) 問題及び回答用紙に受験番号・氏名を記入してください。
- (3) 問題の内容に関する質問には答えられません。
- (4) 計算機等の使用は認められません。
- (5) 7問のうち4問を選択し解答してください。
- (6) 解答は解答用紙に鉛筆又はシャープペンシルで記入してください。

受 験 番 号	氏 名

## 【第1問題】

[1] 周期  $2\pi$  をもつ関数  $f(x)$  は、 $-\pi < x \leq \pi$  において、

$f(x) = \begin{cases} 0 & (-\pi < x \leq 0) \\ x & (0 \leq x \leq \pi) \end{cases}$  の式で定義されている。この周期関数  $f(x)$  の複素フーリエ級数展開を、

$f(x) = a + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$  とするとき、次の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。

(1)  $a$  の値として、正しいものは次のうちどれか。

1.  $-\frac{\pi}{4}$
2. 0
3.  $\frac{\pi}{4}$
4.  $\frac{\pi}{2}$
5.  $\pi$

(2)  $n \geq 1$  のとき、 $a_n$ 、 $b_n$  のそれぞれを  $n$  の式で表すと

$a_n = \boxed{\text{①}}$ 、 $b_n = \boxed{\text{②}}$  である。

①に当てはまる式として、正しいものは次のうちどれか。

1.  $\frac{(-1)^n + 1}{n^2 \pi}$
2.  $\frac{(-1)^n - 1}{n^2 \pi}$
3.  $\frac{(-1)^n - 1}{n \pi}$
4.  $\frac{(-1)^n + 1}{n^2}$
5.  $\frac{(-1)^n - 1}{n^2}$

(3) 前問(2)②に当てはまる式として, 正しいものは次のうちどれか。

1.  $\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)\pi}$
2.  $\frac{(-1)^n}{n\pi}$
3.  $\frac{(-1)^n}{n}$
4.  $\frac{(-1)^{n+1}}{n}$
5.  $\frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[2] 関数  $f(x)$  のフーリエ変換  $F(\omega)$  の定義を

$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$  ( $i = \sqrt{-1}$ ) とするとき, 次の (4) ~ (5) の問いに答えなさい。

(4) 関数  $f(x) = e^{-2|x|}$  のフーリエ変換を  $F(\omega)$  とするとき,  $F(\omega)$  の式として, 正しいものは次のうちどれか。

1.  $\frac{1}{1+\omega^2}$
2.  $\frac{2}{2+\omega^2}$
3.  $\frac{2\pi}{2+\omega^2}$
4.  $\frac{4}{4+\omega^2}$
5.  $\frac{4\pi}{4+\omega^2}$

(5)  $F(\omega)$ を問(3)の式とするとき

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{F(\omega)\}^2 d\omega$$

の積分を計算した値として, 正しいものは次のうちどれか。

1.  $\frac{\pi}{16}$
2.  $\frac{\pi}{8}$
3.  $\frac{\pi}{4}$
4.  $\frac{\pi}{2}$
5.  $\pi$

## 【第2問題】

〔1〕次の問いに答えなさい。

(1) 空間座標で4点O, A, B, Cの座標を  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(3, 4, 4)$ ,  $B(1, 3, 2)$ ,  $C(-2, -1, 5)$  とするとき, ベクトル積  $OA \times OB$  の成分は  $\boxed{\text{①}}$  であり, OA, OB, OC を辺にもつ平行六面体の体積は  $\boxed{\text{②}}$  である。

① と ② に当てはまる値の組合せとして, 正しいものは次のうちどれか。

- | ①                | ②  |
|------------------|----|
| 1. $(5, -4, -2)$ | 30 |
| 2. $(-4, -2, 5)$ | 30 |
| 3. $(5, -4, -2)$ | 35 |
| 4. $(-4, -2, 5)$ | 35 |
| 5. $(5, -2, 4)$  | 36 |

〔2〕次の問いに答えなさい。

(2) スカラー場を  $f(x, y, z) = xyz$  とし,  $s$  は曲線の長さを表すものとする。曲線  $C$  を次のように定義する。

$$C: x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = \sqrt{2}t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

このとき, 線積分

$$\int_C f(x, y, z) \, ds$$

の値として, 正しいものは次のうちどれか。

1.  $-\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$
2.  $-\frac{\sqrt{6}}{2}\pi$
3.  $-\sqrt{6}\pi$
4.  $\frac{\sqrt{6}}{2}\pi$
5.  $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$

[3] ベクトル場を  $F(x, y, z) = x^3i + y^3j + z^3k$  とし, 閉曲面  $S$  を,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1$  とする。このとき, 閉曲面  $S$  におけるベクトル場  $F$  の面積分  $\iint_S F \cdot n \, dS$  の値を求めたい。次の (3) ~ (4) の問いに答えなさい。ただし,  $n$  は, 閉曲面  $S$  に対して外向きの単位法線ベクトルとする。

(3)  $F$  の発散  $\operatorname{div} F$  の式として, 正しいものは次のうちどれか。

1.  $6x + 6y + 6z$
2.  $x^2 + y^2 + z^2$
3.  $3x^2 + 3y^2 + 3z^2$
4.  $x^3 + y^3 + z^3$
5.  $2x^3 + 2y^3 + 2z^3$

(4) 面積分  $\iint_S F \cdot n \, dS$  の値として, 正しいものは次のうちどれか。

1.  $\frac{8}{5}\pi$
2.  $\frac{12}{5}\pi$
3.  $\frac{16}{5}\pi$
4.  $4\pi$
5.  $\frac{24}{5}\pi$

## 【第3問題】

〔1〕 次の問いに答えなさい。

(1) 母分散  $\sigma^2=9$  の正規母集団から大きさ  $n$  の標本を抽出して、母平均  $\mu$  の信頼度 95% の信頼区間を求めたいが、信頼区間の幅を 1 以下にするための  $n$  の値の条件を求めたい。 $n$  の値が大きければ大きいほど信頼区間の幅は小さくなるが、 $n$  の値がなるべく大きくならないようにしたいという。次の 5 つの  $n$  の値の中で、信頼区間の幅が 1 以下となる値の最も小さな値はどれか。なお、必要な場合は、統計数表の数値を用いてもよい。

1. 95
2. 110
3. 125
4. 140
5. 155

〔2〕 正規母集団から、大きさ 11 の標本：14 6 9 10 7 7 3 9 10 13 11 を得た。このとき、これらの標本から母平均、母分散を推定する方法について、次の (2) ~ (4) の問いに答えなさい。なお、必要な場合は、統計数表の数値を用いてもよい。

(2) 母分散がわかっていないとき、母分散の推定値（点推定）として、妥当なものは次のうちどれか。

1. 9.2
2. 9.4
3. 9.6
4. 9.8
5. 10.0

(3) 母分散の信頼度 95% の信頼区間の幅として、最も近い値は次のうちどれか。

1. 14
2. 18
3. 22
4. 26
5. 30

(4) 母分散が事前にわかっているとき、その値が問(1)で求めた値に等しいとき、母平均の信頼度95%の信頼区間の幅を $d_1$ とする。また、母分散が事前にわかっていないときは、問(1)で求めた母分散の推定値を利用すれば、母平均の信頼度95%の信頼区間の幅を求めることができ、その値を $d_2$ とする。 $\frac{d_2}{d_1}$ の値に最も近いものは、次のうちどれか。

1. 1.08
2. 1.12
3. 1.16
4. 1.20
5. 1.24

## 【第4問題】

4次元数ベクトル空間  $\mathbb{R}^4$  の基底を  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ ,

3次元数ベクトル空間  $\mathbb{R}^3$  の基底を  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$  とする。

線形写像  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  が,

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{pmatrix}$$

の式で定義されているとき、次の (1) ~ (4) の問いに答えなさい。

(1)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$  が4次元数ベクトル空間  $\mathbb{R}^4$  の基底になってい

ることを確かめるために、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  の行列の行列式の値を計算した。その行列式の

値として、正しいものは次のうちどれか。

1. 5
2. 3
3. 1
4. -3
5. -5

(2)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  の逆行列  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$  として、正しいものは次のうちどれか。

1.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

5.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(3) 線形写像  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  の与えられた基底に関する表現行列  $A$  として、正しいものは次のどれか。

1.  $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

2.  $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

3.  $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 & -2 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

4.  $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

5.  $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -4 & 2 \\ -2 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(4)  $\mathbb{R}^4$  の与えられた基底に関する座標  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  が線形写像  $f$  によって  $\mathbb{R}^3$  の与えられた基底に

関するどのような座標に写るのかを求めた。その結果として、正しい座標は次のうちどれか。

1.  $\begin{pmatrix} 0 \\ 17 \\ 8 \end{pmatrix}$
2.  $\begin{pmatrix} -16 \\ 17 \\ 8 \end{pmatrix}$
3.  $\begin{pmatrix} -16 \\ 13 \\ 4 \end{pmatrix}$
4.  $\begin{pmatrix} 24 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$
5.  $\begin{pmatrix} -16 \\ 17 \\ 16 \end{pmatrix}$

## 【第5問題】

〔1〕  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$  とするとき、次の (1) ~ (2) の問いに答えなさい。

(1)  $f(x)$  の第3次導関数を  $f'''(x)$  で表すとき、 $f'''(0)$  の値として、正しいものは次のうちどれか。

1.  $-\frac{15}{4}$

2.  $\frac{15}{8}$

3.  $-\frac{15}{8}$

4.  $\frac{15}{16}$

5.  $-\frac{15}{16}$

(2)  $f(x)$  をマクローリン展開したときの  $x^3$  の項の係数の値として、正しいものは次のうちどれか。

1.  $-\frac{5}{4}$

2.  $\frac{5}{8}$

3.  $-\frac{5}{8}$

4.  $\frac{5}{16}$

5.  $-\frac{5}{16}$

〔2〕 球： $x^2+y^2+z^2 \leq 25$

円柱： $x^2+y^2 \leq 16$

の共通部分の体積を求めたい。次の（3）～（5）の問いに答えなさい。

（3）  $D : \begin{cases} x^2+y^2 \leq 16 \\ y \geq 0 \end{cases}$  とするとき、与えられた球と円柱の共通部分の体積を求める式として、

正しいものは次のうちどれか。

1.  $8 \iint_D \sqrt{16-x^2-y^2} dx dy$

2.  $4 \iint_D \sqrt{16-x^2-y^2} dx dy$

3.  $8 \iint_D \sqrt{25-x^2-y^2} dx dy$

4.  $4 \iint_D \sqrt{25-x^2-y^2} dx dy$

5.  $4 \iint_D \sqrt{9-x^2-y^2} dx dy$

（4）  $x=r\cos\theta$ ,  $y=r\sin\theta$  とおくとき、ヤコビ行列式  $\left| \frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)} \right|$  の値として、正しいものは次の

うちどれか。

1. 1

2.  $r$

3.  $r^2$

4.  $r\sin\theta$

5.  $r\cos\theta$

（5）与えられた球と円柱の共通部分の体積の値として、正しいものは次のうちどれか。

1.  $36\pi$

2.  $\frac{392}{6}\pi$

3.  $\frac{294}{3}\pi$

4.  $\frac{392}{3}\pi$

5.  $\frac{500}{3}\pi$

## 【第6問題】

$\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x} = x^2y^3$  の微分方程式について、次の(1)～(4)の問いに答えなさい。ただし、自明解  $y=0$  以外の解を考えることとする。

(1)  $y \neq 0$  とし、 $u = \frac{1}{y^2}$  とおくと、 $u$  が満たす微分方程式は、 $\frac{du}{dx} + p(x)u = q(x)$  となる。 $p(x)$ ,  $q(x)$ のそれぞれの式として、正しいものは次のうちどれか。

1.  $p(x) = \frac{1}{x}$      $q(x) = 2x^2$

2.  $p(x) = \frac{2}{x}$      $q(x) = 2x^2$

3.  $p(x) = \frac{2}{x}$      $q(x) = -2x^2$

4.  $p(x) = \frac{4}{x}$      $q(x) = 2x^2$

5.  $p(x) = \frac{4}{x}$      $q(x) = -2x^2$

(2) 前問(1)で求めた  $p(x)$  に対して、 $\frac{du}{dx} + p(x)u = 0$  の微分方程式の解は、 $C$  を任意の定数とすると、ある整数  $n$  に対して、 $u = Cx^n$  となる。整数  $n$  の値として、正しいものは次のうちどれか。

1.  $n = -4$

2.  $n = -2$

3.  $n = 1$

4.  $n = 2$

5.  $n = 4$

(3) 定数変化法を用いて、問(1)で求めた  $u$  の微分方程式の特殊解  $u_0$  を求めたい。問(2)で求めた  $n$  の値に対し、問(2)の定数  $C$  を  $x$  の関数  $C(x)$  と考え、 $u_0 = C(x)x^n$  とするとき、 $C(x)$  の式とすることができるものとして、正しいものは次のうちどれか。

1.  $-12x^5$
2.  $-2x^6$
3.  $2x^6$
4.  $\frac{2}{7}x^7$
5.  $-\frac{2}{7}x^7$

(4) 最初に与えられた微分方程式の解のうち、妥当なものは次のうちどれか。

1.  $\left(\frac{C}{x^3} - 12\right)y^2 = 1$
2.  $\left(\frac{C}{x^4} - 2x^2\right)y^2 = 1$
3.  $\left(\frac{C}{x^4} + 2x^2\right)y^2 = 1$
4.  $\left(\frac{C}{x^3} - \frac{2}{7}x^3\right)y^2 = 1$
5.  $\left(\frac{C}{x^4} + \frac{2}{7}x^3\right)y^2 = 1$

## 【第7問題】

$a, b$  を実数の定数,  $i$  は虚数単位とする。  $z=x+yi$ ,  $u(x, y)$ ,  $v(x, y)$  を実数値関数とし,  $f(z)=u(x, y)+iv(x, y)$  が正則関数, その実部  $u(x, y)$  が  $u(x, y)=x^3+3x^2y+axy^2+by^3$  で与えられているとき, 次の (1) ~ (2) の問いに答えなさい。

(1)  $a, b$  の値として, 正しいものは次のうちどれか。

1.  $a=1, b=3$
2.  $a=-1, b=-3$
3.  $a=3, b=1$
4.  $a=3, b=-1$
5.  $a=-3, b=-1$

(2)  $u(x, y)$  に共役な調和関数  $v(x, y)$  を求めて  $f(1+i)=0$  となるように  $f(z)$  を定めたとき,  $f(i)$  の値として, 正しいものは次のうちどれか。

1.  $-1-5i$
2.  $-1-4i$
3.  $-2-3i$
4.  $-1-2i$
5.  $-3$

(3) 次の積分の値として、正しいものは次のうちどれか。

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 4} dx$$

1.  $2\pi$

2.  $\pi$

3.  $\frac{\pi}{2}$

4.  $\frac{\pi}{4}$

5.  $\frac{\pi}{6}$