

平成 26 年 度 一 般 採 用 試 験 前 期

数 学 試 験 問 題

(理 工 学 専 攻)

(注 意)

1. 解答用紙の注意事項を確認のうえ、例にならって氏名及び受験番号を解答用紙に必ず記入及びマークすること。

例 【氏名】 防大 渚 【受験番号】 神奈川県 W1234 の場合

※氏名及び受験番号の記入について

	姓	名
フリガナ	ボウダイ	ナギサ
漢 字	防大	渚

	志願地本名	専攻区分	番 号
受験番号	神奈川県	理	W1234

※受験番号等のマークについて (女子受験者は、番号のWについてはマークしなくてよい。)

志願地本名	札幌：(01)	福島：(10)	専攻区分	番 号				
	函館：(02)	茨城：(11)		人社 (1)	(0)	(0)	(0)	(0)
	旭川：(03)	栃木：(12)		理工 (●)	(●)	(1)	(1)	(1)
	帯広：(04)	群馬：(13)		性別	(2)	(●)	(2)	(2)
	青森：(05)	埼玉：(14)		男 (1)	(3)	(3)	(●)	(3)
	岩手：(06)	千葉：(15)		女 (●)	(4)	(4)	(4)	(●)
	宮城：(07)	東京：(16)		男 (1)	(5)	(5)	(5)	(5)
	秋田：(08)	神奈川：(●)		女 (●)	(6)	(6)	(6)	(6)
	山形：(09)	新潟：(18)			(7)	(7)	(7)	(7)
					(8)	(8)	(8)	(8)
			(9)	(9)	(9)	(9)		

2. 試験時間中は、すべて試験係官の指示に従うこと。
3. 解答方法は、択一式であり、設問ごとの指示に従い、解答用紙の解答マーク欄にマークすること。
- 例えば、**1** (1)と表示のある問題に対して**C**と解答する場合は、次の例のように解答マーク欄の**1** (1)の**C**にマークすること。

解 答 マ ー ク 欄									
例	1	(1)	(a)	(b)	(●)	(d)	(e)	(f)	(g)

1

次の問に答えよ。

(1) $x = \log_2(1 + \sqrt{3})$ のとき, $4^x - 2^{x+2}$ の値は次のどれか。

- Ⓐ 1 Ⓑ $-\sqrt{3}$ Ⓒ $1 - \sqrt{3}$ Ⓓ 2 Ⓔ $-2\sqrt{3}$ Ⓕ $2 - 2\sqrt{3}$
Ⓖ 以上のどれでもない。

(2) $x \geq 0, y \geq 0, x + 2y < 200$ を満たす整数 x, y の組の総数は次のどれか。

- Ⓐ 9800 Ⓑ 9900 Ⓒ 10000 Ⓓ 10100 Ⓔ 10200 Ⓕ 10300
Ⓖ 以上のどれでもない。

(3) 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \sqrt{2}a_n + \sqrt{2} - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとき, a_{11} の値は次のどれか。

- Ⓐ 93 Ⓑ 95 Ⓒ 97 Ⓓ 99 Ⓔ 101 Ⓕ 103
Ⓖ 以上のどれでもない。

(4) 定積分 $\int_0^4 |x(x-3)| dx$ の値は次のどれか。

- Ⓐ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 7 Ⓓ $\frac{17}{3}$ Ⓔ $\frac{19}{3}$ Ⓕ $\frac{23}{3}$
Ⓖ 以上のどれでもない。

(5) 平面上の定点を $A(\vec{a})$ とする。点 $P(\vec{p})$ についてのベクトル方程式 $|\vec{p}| = \sqrt{2} |\vec{p} - \vec{a}|$ で表される円の中心の位置ベクトルと半径の組で正しいものは次のどれか。ただし、 $\vec{a} \neq \vec{0}$ とする。

- Ⓐ 中心の位置ベクトル $2\vec{a}$, 半径 $\sqrt{2}|\vec{a}|$
- Ⓑ 中心の位置ベクトル $2\vec{a}$, 半径 $2|\vec{a}|$
- Ⓒ 中心の位置ベクトル $\sqrt{2}\vec{a}$, 半径 $\frac{1}{2}|\vec{a}|$
- Ⓓ 中心の位置ベクトル $\sqrt{2}\vec{a}$, 半径 $\sqrt{2}|\vec{a}|$
- Ⓔ 中心の位置ベクトル $\frac{1}{2}\vec{a}$, 半径 $\frac{1}{\sqrt{2}}|\vec{a}|$
- Ⓕ 中心の位置ベクトル $\frac{1}{2}\vec{a}$, 半径 $\sqrt{2}|\vec{a}|$
- Ⓖ 以上のどれでもない。

(6) 空間内に平行四辺形 ABCD がある。3点 A, B, C の座標が $A(1, 2, -1)$, $B(3, 4, -1)$, $C(3, 2, 1)$ であるとき、点 D の座標は次のどれか。

- Ⓐ (4, 6, 0) Ⓑ (-1, 0, 1) Ⓒ (4, -6, 0) Ⓓ (-5, -4, -1)
- Ⓔ (-5, 4, -1) Ⓕ (1, 0, 1) Ⓖ 以上のどれでもない。

(7) $a > 0$ とする。中心 $(0, a)$, 半径 a の円と、放物線 $y = x^2$ との共有点が原点のみとなるための必要十分条件は次のどれか。

- Ⓐ $0 < a \leq \frac{1}{4}$ Ⓑ $0 < a \leq \frac{1}{3}$ Ⓒ $0 < a \leq \frac{1}{2}$ Ⓓ $a = \frac{1}{3}$
- Ⓔ $a = \frac{1}{2}$ Ⓕ $a > 0$ Ⓖ 以上のどれでもない。

(8) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^3 x dx$ の値は次のどれか。

- Ⓐ $\frac{11}{24}$ Ⓑ $\frac{11}{24}\pi$ Ⓒ $\frac{2}{3}$ Ⓓ $\frac{2}{3}\pi$ Ⓔ $\frac{7}{48}$ Ⓕ $\frac{7}{48}\pi$
Ⓖ 以上のどれでもない。

(9) $a > 0$ とする。直線 $y = 4x$ が曲線 $y = a \log x$ に接するとき、 a の値は次のどれか。

- Ⓐ e Ⓑ $2e$ Ⓒ $4e$ Ⓓ $8e$ Ⓔ $16e$ Ⓕ $32e$
Ⓖ 以上のどれでもない。

(10) $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ のとき、 $2^{-25}A^{25}$ は次のどれか。

- Ⓐ $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ Ⓑ $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ Ⓒ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Ⓓ $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$ Ⓔ $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} & -1 \\ 1 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$ Ⓕ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Ⓖ 以上のどれでもない。

2

さいころを n 回投げるとき、 m 回目 ($m = 1, 2, \dots, n$) に出た目が 3 の倍数の場合は $X_m = 3$ とし、3 の倍数以外の場合は $X_m = -1$ とする。 X_1, X_2, \dots, X_n の積を Y_n とするとき、次の間に答えよ。

(1) さいころを n 回投げるとき、3 の倍数の目がちょうど k 回 ($k = 0, 1, 2, \dots, n$) 出る確率は次のどれか。

- ㉑ ${}_nC_k \frac{2^k}{3^n}$ ㉒ ${}_nC_k \frac{1}{3^n}$ ㉓ ${}_nC_k \frac{1}{6^n}$ ㉔ ${}_nC_k \frac{1}{3^k}$ ㉕ ${}_nC_k \frac{2^n}{3^n}$
 ㉖ ${}_nC_k \frac{2^{n-k}}{3^n}$ ㉗ 以上のどれでもない。

(2) Y_n の期待値 E_n は次のどれか。

- ㉘ $\sum_{k=0}^n {}nC_k 2^k$ ㉙ $\sum_{k=0}^n {}nC_k \frac{(-1)^k}{3^{n-k}}$ ㉚ $\sum_{k=0}^n {}nC_k \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-k} \left(\frac{1}{2}\right)^k$
 ㉛ $\sum_{k=0}^n {}nC_k \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-k}$ ㉜ $\sum_{k=0}^n {}nC_k \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-k} \left(\frac{1}{2}\right)^k$
 ㉝ $\sum_{k=0}^n {}nC_k \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-k}$ ㉞ 以上のどれでもない。

(3) $\sum_{n=1}^{100} E_n$ の値は次のどれか。

- ㉟ $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{101}}\right)$ ㊱ $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{100}}\right)$ ㊲ $1 - \frac{1}{3^{101}}$ ㊳ $1 - \frac{1}{3^{100}}$
 ㊴ $\frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{101}}\right)$ ㊵ $\frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{100}}\right)$ ㊶ 以上のどれでもない。

3

$0 < a < 1$ とするとき、次の問に答えよ。

(1) t を実数とするととき、2点 $O(0,0)$ と $P(t,1-a)$ を結ぶ線分 OP を $a : (1-a)$ に内分する点を通り、 OP に垂直な直線 l_t の方程式は次のどれか。

- Ⓐ $tx + (1-a)y - (1-a)t^2 - (1-a)^3 = 0$
- Ⓑ $tx - (1-a)y - at^2 + a(1-a)^2 = 0$
- Ⓒ $tx + (1-a)y - at^2 - a(1-a)^2 = 0$
- Ⓓ $tx + (1-a)y + at^2 + a(1-a)^2 = 0$
- Ⓔ $tx - (1-a)y + at^2 - a(1-a)^2 = 0$
- Ⓕ $tx + (1-a)y + (1-a)t^2 + (1-a)^3 = 0$
- Ⓖ 以上のどれでもない。

(2) t が実数全体を動くとき、直線 l_t が通る点全体の領域を表す不等式は次のどれか。

- Ⓐ $y \leq -\frac{x^2}{4(1-a)^2} + (1-a)^2$
- Ⓑ $y \geq -\frac{x^2}{4(1-a)^2} + (1-a)^2$
- Ⓒ $y \leq \frac{x^2}{4a(1-a)} + a(1-a)$
- Ⓓ $y \geq \frac{x^2}{4a(1-a)} + a(1-a)$
- Ⓔ $y \leq -\frac{x^2}{4a(1-a)} + a(1-a)$
- Ⓕ $y \geq -\frac{x^2}{4a(1-a)} + a(1-a)$
- Ⓖ 以上のどれでもない。

(3) (2) で求めた領域の境界線と x 軸とで囲まれた部分の面積を $S(a)$ とおく。 a が $0 < a < 1$ の範囲を動くとき、 $S(a)$ の最大値は次のどれか。

- Ⓐ $\frac{8}{3}$ Ⓑ $\frac{16}{3}$ Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $\frac{1}{6}$ Ⓔ $\frac{1}{9}$
- Ⓕ 最大値はない。 Ⓖ 以上のどれでもない。

4 $a > 1$ とする。関数 $f(x) = \int_x^{ax} \sqrt{1-t^2} dt$ ($0 \leq x \leq \frac{1}{a}$) について、次の問に答えよ。

(1) $f\left(\frac{1}{a}\right) + \int_0^{\frac{1}{a}} \sqrt{1-t^2} dt$ の値は次のどれか。

- Ⓐ $\frac{\pi}{8}$ Ⓑ $\frac{\pi}{6}$ Ⓒ $\frac{\pi}{4}$ Ⓓ $\frac{\pi}{3}$ Ⓔ $\frac{\pi}{2}$ Ⓕ π
Ⓖ 以上のどれでもない。

(2) $f'(x) = 0$ を満たす x の値は次のどれか。

- Ⓐ a Ⓑ $\frac{1}{a}$ Ⓒ $\frac{1}{a^2+1}$ Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$ Ⓔ $\frac{a}{a^2+1}$
Ⓕ $\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$ Ⓖ 以上のどれでもない。

(3) $f(x)$ は $x = \frac{\sqrt{3}}{2a}$ で最大値 M をとるとする。このとき、 M の値は次のどれか。

- Ⓐ $\frac{\pi}{12}$ Ⓑ $\frac{\pi}{6}$ Ⓒ $\frac{\pi}{3}$ Ⓓ $\frac{\pi}{2}$ Ⓔ $\frac{2}{3}\pi$ Ⓕ $\frac{5}{6}\pi$
Ⓖ 以上のどれでもない。