

【1】 a, c は $c^2 > a$ をみたす正の実数とする。このとき、

$$a_1 = c, a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{a}{a_n} \right)$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ について、以下の問いに答えよ。

問1-1 すべての自然数 n について

$$a_n > \sqrt{a}$$

であることを示せ。

問1-2 すべての自然数 n について

$$a_{n+1} - \sqrt{a} < \frac{1}{2}(a_n - \sqrt{a})$$

であることを示せ。

問1-3 数列 $\{a_n\}$ は \sqrt{a} に収束することを示せ。

問1-4 $a = 6, c = 3$ の場合を利用して、 $\sqrt{6}$ を小数第2位まで正しく求めよ。

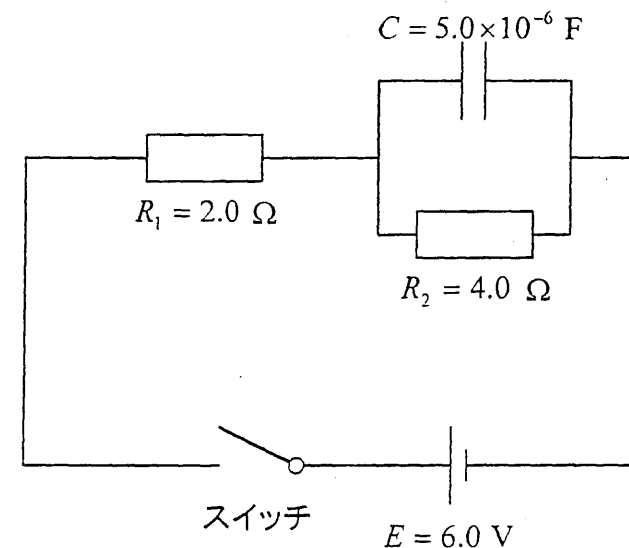
【2】 電池 ($E = 6.0 \text{ V}$)、電荷のないコンデンサー ($C = 5.0 \times 10^{-6} \text{ F}$)、2つの抵抗 ($R_1 = 2.0 \Omega, R_2 = 4.0 \Omega$) およびスイッチを下の図のように接続する。この回路について以下の問いに答えよ。ただし、電池の内部抵抗は無視できるものとする。なお、解答欄に計算過程も記せ。

問2-1 スイッチを閉じた直後に抵抗 R_1, R_2 をそれぞれ流れる電流 $I_1[\text{A}], I_2[\text{A}]$ を求めよ。

問2-2 スイッチを閉じて十分に時間が経過したとき、抵抗 R_1, R_2 をそれぞれ流れる電流 $I_1'[\text{A}], I_2'[\text{A}]$ を求めよ。

問2-3 スイッチを閉じて十分に時間が経過したとき、抵抗 R_1, R_2 でそれぞれ消費される電力 $P_1[\text{W}], P_2[\text{W}]$ を求めよ。

問2-4 スイッチを閉じて十分に時間が経過したとき、コンデンサー C にたくわえられる電荷 $Q[\text{C}]$ を求めよ。



【3】 気体の圧力の大きさは気体を構成する分子の運動による。一辺の長さが L である立方体の1つの壁に及ぼす力積について、以下の問いに答えよ。なお、衝突は弾性衝突とし、気体の分子は全て同一とする。

問3-1 立方体を成す辺の1つに平行な方向を x 方向とする。1つの分子の質量を m 、この方向への速度を v_x とする。1つの分子の運動量を求めよ。

問3-2 この x 方向に垂直な壁 (S と呼ぶ) に1つの分子が衝突したとき、壁 S から受ける力積の大きさを求めよ。

問3-3 個々の分子は壁 S に衝突後、反対側の壁ではね返り、再び壁 S と衝突する。時間 t の間に1つの分子が壁 S へ衝突する回数を求めよ。

問3-4 時間 t の間に1つの分子が壁 S に及ぼす力積の合計が

$$\frac{mv_x^2 t}{L}$$

となることを説明せよ。

問3-5 N 個の分子の速さの2乗平均と3つの速度成分の2乗平均との間には、

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

の関係がある。どの方向の速度成分も等しいとしたとき、速さの2乗平均と x 方向の速度成分の2乗平均との間の関係を求めよ。

問3-6 N 個の分子が時間 t の間に壁 S に与える力積の大きさを、速さの2乗平均を用いて表せ。

問3-7 壁 S が受ける平均の力を F とする。問3-6の結果を用いて F を求めよ。

問3-8 立方体の体積を V として圧力 P を求めよ。

【4】 プロパンの生成熱を求める。水素、炭素 (黒鉛) およびプロパンの燃焼熱は、それぞれ 286 kJ/mol , 394 kJ/mol , 2219 kJ/mol である。ただし、水素やプロパンの燃焼で生成する水は液体とする。以下の問いに答えよ。

問4-1 水素、炭素 (黒鉛) およびプロパンの燃焼を熱化学方程式で表せ。

問4-2 プロパンの生成熱を $x \text{ [kJ/mol]}$ として、プロパンの生成反応を熱化学方程式で表せ。

問4-3 プロパンの生成熱を求めよ。なお、解答欄に計算過程も記せ。